

1. Halla las restantes razones trigonométricas utilizando las relaciones entre las razones trigonométricas (para la resolución del ejercicio es **obligatorio** operar con fracciones y radicales): **(2 puntos; 1 por apartado)**

a) $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{2}{3}$; teniendo en cuenta que $180^\circ < \alpha < 270^\circ$

b) $\operatorname{tg} \beta = -2$; teniendo en cuenta que $90^\circ < \beta < 180^\circ$

2. Expresa las siguientes razones como razones de un ángulo del primer cuadrante: **(1 punto; 0,25 por apartado)**

a) $\operatorname{sen} 95^\circ =$

b) $\cos 235^\circ =$

c) $\operatorname{tg} 335^\circ =$

d) $\operatorname{sen} 201^\circ =$

3. Halla las razones trigonométricas del ángulo α sabiendo que $2 \cos \alpha = 3 \operatorname{tg} \alpha$ y suponiendo que α es desconocido pero se encuentra en el primer cuadrante. **(1 punto)**

4. Resuelve un triángulo en el que $a = 8$ cm, $b = 12$ cm y $B = 150^\circ$ **(1 punto)**

www.yoquieroaprobar.es

5. Las diagonales de un paralelogramo miden 5 y 6 centímetros respectivamente. Se cortan bajo un ángulo de $50^{\circ} 10'$. Halla el perímetro del paralelogramo: **(1,5 puntos)**

6. Dos circunferencias secantes tienen radios 6 cm y 8 cm. El ángulo que forman sus dos tangentes comunes es de 30° . Calcula la distancia que hay entre los dos centros de las circunferencias. **(1,5 puntos)**

7. Desde un punto a ras de suelo se ve la azotea de un edificio con un ángulo de elevación de 48° . Avanzando 20 metros en dirección al edificio, el ángulo de elevación se incrementa en 14° . Calcular la altura del edificio. **(2 puntos)**

www.yoquieroaprobar.es

1. Halla las restantes razones trigonométricas utilizando las relaciones entre las razones trigonométricas (para la resolución del ejercicio es **obligatorio** operar con fracciones y radicales): (2 puntos; 1 por apartado)

a) $\operatorname{sen} \alpha = -\frac{2}{3}$; teniendo en cuenta que $180 < \alpha < 270$

$$\operatorname{sen}^2 \alpha + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1 \Rightarrow \frac{4}{9} + \operatorname{cos}^2 \alpha = 1$$

$$\Rightarrow \operatorname{cos}^2 \alpha = \frac{5}{9} \Rightarrow \operatorname{cos} \alpha = \sqrt{\frac{5}{9}} \Rightarrow \underline{\underline{\operatorname{cos} \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}}} \quad (180 < \alpha < 270)$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{cos} \alpha} = \frac{-2/3}{-\sqrt{5}/3} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \underline{\underline{\frac{2\sqrt{5}}{5}}}$$

b) $\operatorname{tg} \beta = -2$; teniendo en cuenta que $90 < \beta < 180$

$$\frac{\operatorname{sen} \beta}{\operatorname{cos} \beta} = -2 \Rightarrow \operatorname{sen} \beta = -2 \operatorname{cos} \beta \Rightarrow (-2 \operatorname{cos} \beta)^2 + \operatorname{cos}^2 \beta = 1$$

$$\Rightarrow 4 \operatorname{cos}^2 \beta + \operatorname{cos}^2 \beta = 1 \Rightarrow 5 \operatorname{cos}^2 \beta = 1 \Rightarrow \operatorname{cos}^2 \beta = \frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \operatorname{cos} \beta = \frac{-1}{\sqrt{5}} = \underline{\underline{\frac{-\sqrt{5}}{5}}} \quad (90 < \beta < 180)$$

$$\operatorname{sen} \beta = -2 \operatorname{cos} \beta = -2 \left(\frac{-\sqrt{5}}{5}\right) \Rightarrow \underline{\underline{\operatorname{sen} \beta = \frac{2\sqrt{5}}{5}}}$$

2. Expresa las siguientes razones como razones de un ángulo del primer cuadrante: (1 punto; 0,25 por apartado)

a) $\operatorname{sen} 95^\circ = \operatorname{sen} 85^\circ = \operatorname{cos} 5^\circ$

b) $\operatorname{cos} 235^\circ = -\operatorname{cos} 55^\circ = -\operatorname{sen} 35^\circ$

c) $\operatorname{tg} 333^\circ = -\operatorname{tg} 27^\circ =$

d) $\operatorname{sen} 201^\circ = -\operatorname{sen} 21^\circ = -\operatorname{cos} 69^\circ$

3. Halla las razones trigonométricas del ángulo α sabiendo que $2\cos\alpha = 3\operatorname{tg}\alpha$ y suponiendo que α es desconocido pero se encuentra en el primer cuadrante.

(1 punto)

$$2\cos\alpha = 3\operatorname{tg}\alpha \Rightarrow 2\cos\alpha = 3 \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{3}{2} \operatorname{sen}\alpha$$

$$\Rightarrow \operatorname{sen}^2\alpha + \frac{3}{2} \operatorname{sen}\alpha = 1. \text{ Llamando } \operatorname{sen}\alpha = x :$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x = 1 \Rightarrow 2x^2 + 3x = 2 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-3 \pm 5}{4} = \begin{cases} \frac{1}{2} \\ -2 \end{cases}$$

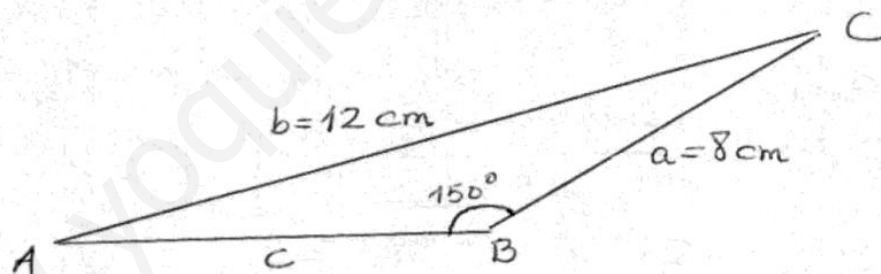
Como α se encuentra en el 1^{er} cuadrante

$$\underline{\underline{x = \operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{2}}}. \text{ Como } \cos^2\alpha = \frac{3}{2} \operatorname{sen}\alpha \Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos^2\alpha = \frac{3}{4} \Rightarrow \underline{\underline{\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}}}$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{2}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \underline{\underline{\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}}}$$

4. Resuelve un triángulo en el que $a = 8$ cm., $b = 12$ cm. y $B = 150^\circ$ (1 punto)



$$\frac{a}{\operatorname{sen}A} = \frac{b}{\operatorname{sen}B} \Rightarrow \frac{8}{\operatorname{sen}A} = \frac{12}{0'5} \Rightarrow$$

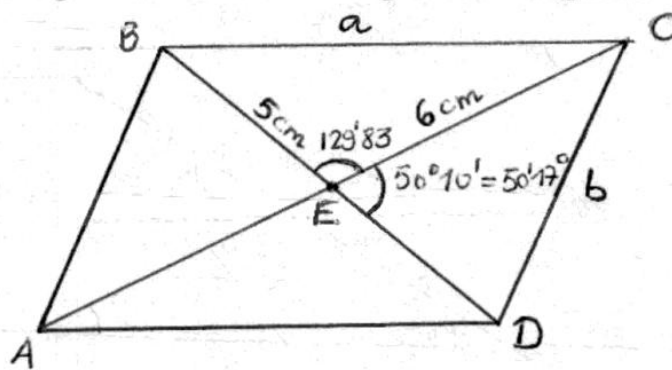
$$\Rightarrow \operatorname{sen}A = \frac{8 \cdot 0'5}{12} = 0'33 \Rightarrow \underline{\underline{A = 19'47^\circ}}$$

$$\text{Por tanto } C = 180 - 150 - 19'47 \Rightarrow \underline{\underline{C = 10'53^\circ}}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \Rightarrow c^2 = 8^2 + 12^2 - 2 \cdot 8 \cdot 12 \cos 10'53$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{c = 4'39 \text{ cm}}}$$

5. Las diagonales de un paralelogramo miden 5 y 6 centímetros respectivamente. Se cortan bajo un ángulo de $50^\circ 10'$. Halla el perímetro del paralelogramo: (1,5 puntos)



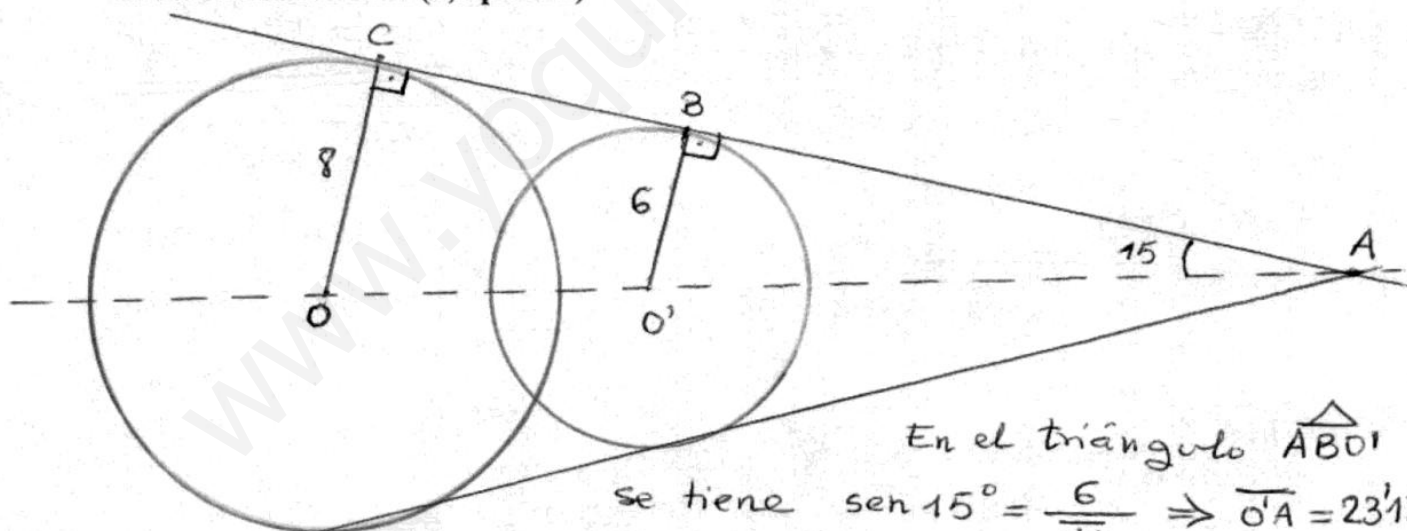
Obsérvese que
 $\overline{BE} = \overline{ED} = 2'5 \text{ cm}$
 $\overline{CE} = \overline{EA} = 3 \text{ cm}$

En el triángulo $\triangle CED$: $b^2 = 3^2 + 2'5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2'5 \cos 50'17'' \Rightarrow$
 $\Rightarrow b^2 = 5'64 \Rightarrow b = 2'38$

En el triángulo $\triangle BEC$: $a^2 = 3^2 + 2'5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2'5 \cos 129'83'' \Rightarrow$
 $\Rightarrow a^2 = 24'86 \Rightarrow a = 4'99$

Por tanto el perímetro p del paralelogramo es:
 $p = 2a + 2b = 2 \cdot 4'99 + 2 \cdot 2'38 = \underline{\underline{14'74 \text{ cm}}}$

6. Dos circunferencias secantes tienen radios 6 cm. y 8 cm. El ángulo que forman sus dos tangentes comunes es de 30° . Calcula la distancia que hay entre los dos centros de las circunferencias. (1,5 puntos)

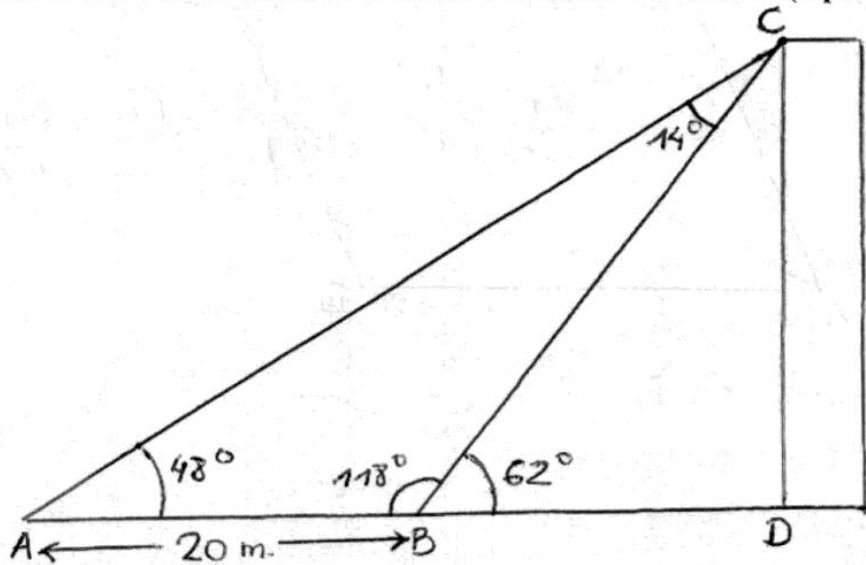


En el triángulo $\triangle AO'O$
se tiene $\sin 15^\circ = \frac{6}{O'A} \Rightarrow \overline{O'A} = 23'18$

En el triángulo $\triangle ACO$ tenemos $\sin 15^\circ = \frac{8}{OA} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \overline{OA} = 30'91.$

Por tanto $\overline{OO'} = \overline{OA} - \overline{O'A} = 30'91 - 23'18 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \underline{\underline{\overline{OO'} = 7'73 \text{ cm}}}$

7. Desde un punto a ras de suelo se ve la azotea de un edificio con un ángulo de elevación de 48° . Avanzando 20 metros en dirección al edificio, el ángulo de elevación se incrementa en 14° . Calcular la altura del edificio. (2 puntos)



En el triángulo $\triangle ABC$ $\frac{\overline{AC}}{\text{Sen } 118^\circ} = \frac{20}{\text{sen } 14^\circ} \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{AC} = \frac{20 \cdot \text{sen } 118^\circ}{\text{sen } 14^\circ} \Rightarrow \overline{AC} = 72'99 \text{ m.}$

En el triángulo $\triangle ACD$ $\text{sen } 48^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{AC}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \overline{CD} = 72'99 \cdot \text{sen } 48 \Rightarrow \underline{\underline{\overline{CD} = 54'25 \text{ m.}}}$