

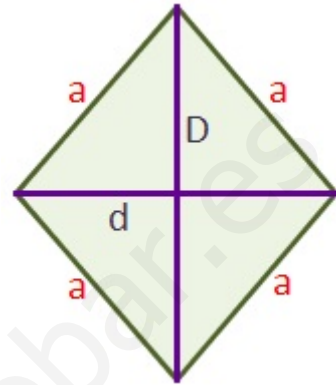
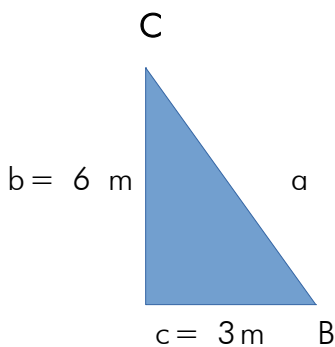
EJERCICIOS RESUELTOS DE TRIGONOMETRÍA

EJERCICIO 4:

Calcular los ángulos y los lados de un rombo cuyas diagonales miden 12 y 6 m.

Solución:

Dividimos un rombo en cuatro triángulos rectángulos iguales, cuyos catetos son $b = 6$ m y $c = 3$ m.



$$\operatorname{tg} B = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{6}{3} = 2 \quad \Longrightarrow \quad B = \operatorname{arc} \operatorname{tg} 2 = \rightarrow B = 63^{\circ} 26' 5.82''$$

$$C = 90^{\circ} - 63^{\circ} 26' 5.82'' = 26^{\circ} 33' 54.18''$$

Los ángulos del rombo miden el doble de los ángulos B y C .

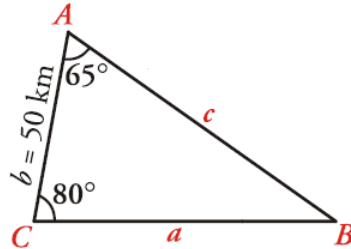
$$\text{Por el teorema de Pitágoras, } a^2 = 6^2 + 3^2 = 45 \quad \Longrightarrow \quad a = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ m}$$

Los ángulos del rombo miden $126^{\circ} 52' 11.6''$ y $53^{\circ} 7' 48.36''$, y los lados miden $3\sqrt{5} \text{ m}$

EJERCICIO 21:

En dos estaciones de radio, A y C, que distan entre sí 50 km, son recibidas señales que manda un barco B. Si consideramos el triángulo de vértices A, B y C, el ángulo en A es de 65° y el ángulo en C es de 80° . ¿A qué distancia se encuentra el barco de cada una de las dos estaciones de radio?

Solución:



Hallamos el ángulo \hat{B} : $\hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) = 35^\circ$

Hallamos los valores de a y c aplicando el teorema de los senos:

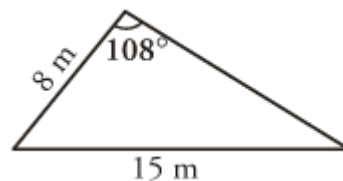
$$\frac{a}{\text{sen } 65^\circ} = \frac{50}{\text{sen } 35^\circ} \rightarrow a = \frac{50 \text{ sen } 65^\circ}{\text{sen } 35^\circ} = 79 \text{ km}$$

$$\frac{c}{\text{sen } 80^\circ} = \frac{50}{\text{sen } 35^\circ} \rightarrow c = \frac{50 \text{ sen } 80^\circ}{\text{sen } 35^\circ} = 85,85 \text{ km}$$

Por tanto, el barco está a 79 km de la estación C y a 85,85 km de la estación A.

EJERCICIO 22:

Halla los lados y los ángulos de este triángulo:



Solución:

Hallamos el ángulo \hat{B} con el teorema de los senos:

$$\frac{a}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{b}{\text{sen } \hat{B}} \rightarrow \frac{15}{\text{sen } 108^\circ} = \frac{8}{\text{sen } \hat{B}} \Rightarrow$$

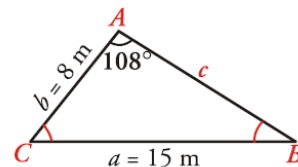
$$\text{sen } \hat{B} = \frac{8 \text{ sen } 108^\circ}{15} = 0,507 \rightarrow \hat{B} = 30^\circ 28' 46'' \quad 15.$$

(Como \hat{A} es obtuso, \hat{B} y \hat{C} han de ser agudos, solo hay una relación).

Hallamos el ángulo \hat{C} : $\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 41^\circ 31' 14''$

$$\text{Calculamos el lado } c: \frac{c}{\text{sen } \hat{C}} = \frac{a}{\text{sen } \hat{A}} \rightarrow \frac{c}{\text{sen}(41^\circ 31' 14'')} = \frac{15}{\text{sen } 108^\circ} \rightarrow c = 10,46 \text{ m}$$

Por tanto: $a = 15 \text{ m}$; $\hat{A} = 108^\circ$; $b = 8 \text{ m}$; $\hat{B} = 30^\circ 28' 46''$; $c = 10,46 \text{ m}$; $\hat{C} = 41^\circ 31' 14''$



EJERCICIO 23:

Se desea unir tres puntos, A, B y C, mediante caminos rectos que unan A con B, B con C y C con A. La distancia de A a B es de 100 metros, el ángulo correspondiente a B es de 50° , y el ángulo en A es de 75° . ¿Cuál es la distancia entre B y C? ¿Y entre A y C?

Solución:

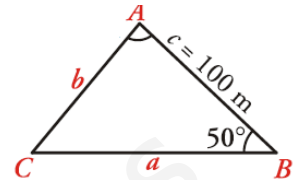
Hallamos el ángulo \hat{C} : $\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 55^\circ$

Calculamos a y b aplicando el teorema de los senos:

$$\frac{a}{\operatorname{sen} 75^\circ} = \frac{100}{\operatorname{sen} 55^\circ} \rightarrow a = \frac{100 \cdot \operatorname{sen} 75^\circ}{\operatorname{sen} 55^\circ} = 117,92 \text{ m}$$

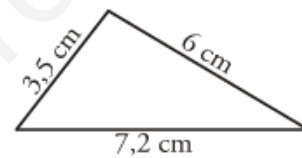
$$\frac{b}{\operatorname{sen} 50^\circ} = \frac{100}{\operatorname{sen} 55^\circ} \rightarrow b = \frac{100 \cdot \operatorname{sen} 50^\circ}{\operatorname{sen} 55^\circ} = 93,52 \text{ m}$$

Por tanto, la distancia entre B y C es de 117,92 m y la distancia entre A y C es de 93,52 m.



EJERCICIO 24:

Calcula los lados y los ángulos del siguiente triángulo:



Solución:

Como conocemos los tres lados (y cada lado es menor que la suma de los otros dos), existe solución única. Hallamos los ángulos A y B con el teorema del coseno:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \Rightarrow 51,84 = 12,25 + 36 - 42 \cos \hat{A} \Rightarrow$$

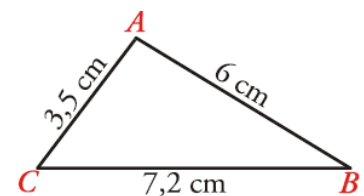
$$42 \cos \hat{A} = 12,25 + 36 - 51,84 \Rightarrow 42 \cos \hat{A} = -3,59$$

$$\cos \hat{A} = -0,085 \rightarrow \hat{A} = 94^\circ 54' 12''$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - ac \cos \hat{B} \rightarrow 12,25 = 51,84 + 36 - 86,4 \cos \hat{B} \Rightarrow$$

$$86,4 \cos \hat{B} = 51,84 + 36 - 12,25 \rightarrow \cos \hat{B} = 0,875 \Rightarrow \hat{B} = 28^\circ 58' 7''$$

$$\hat{C} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{B}) = 56^\circ 7' 41''$$



Por tanto: $a = 7,2 \text{ cm}$; $\hat{A} = 94^\circ 54' 12''$; $b = 3,5 \text{ cm}$; $\hat{B} = 28^\circ 58' 7''$; $c = 6 \text{ cm}$; $\hat{C} = 56^\circ 7' 41''$

EJERCICIO 25:

Sara y Manolo quieren saber a qué distancia se encuentra un castillo que está en la orilla opuesta de un río. Se colocan a 100 metros de distancia el uno del otro y consideran el triángulo en cuyos vértices están cada uno de los dos, y el castillo. El ángulo correspondiente al vértice en el que está Sara es de 25° y el ángulo del vértice en el que está Manolo es de 140° . ¿A qué distancia se encuentra Sara del castillo? ¿Y Manolo?

Solución:

El ángulo \hat{C} será: $\hat{C} = 180^\circ - (25^\circ + 140^\circ) = 15^\circ$

Con el teorema de los senos hallamos los lados x e y :

$$\frac{x}{\text{sen}140^\circ} = \frac{100}{\text{sen}15^\circ} \rightarrow x = \frac{100 \text{ sen}140^\circ}{\text{sen}15^\circ} = 248,35 \text{ m}$$

$$\frac{y}{\text{sen}25^\circ} = \frac{100}{\text{sen}15^\circ} \rightarrow y = \frac{100 \text{ sen}25^\circ}{\text{sen}15^\circ} = 163,29 \text{ m}$$

Por tanto: Sara está a 248,35 m del castillo y Manolo, a 163,29 m.

