EJERCICIOS PARA ENTRENARSE

Proporcionalidad directa. Repartos

3.28 **Los números 3, 5, 18 y *x* forman una proporción. Calcula el valor de *x*.**

$$\frac{3}{5} = \frac{18}{x} \Rightarrow x = \frac{18 \cdot 5}{3} = 30$$

3.29 **La tabla corresponde a dos magnitudes directamente proporcionales *M* y *M'*. Halla la constante de proporcionalidad y completa la tabla.**

M	**4**	**12**	**...**	**2**	**...**	**...**
M'	**5**	**...**	**25**	**...**	**1**	**100**

Constante de proporcionalidad: $\frac{4}{5} = 0{,}8$. Tenemos entonces:

$\frac{12}{x} = 0{,}8 \Rightarrow x = 15$ $\qquad$ $\frac{y}{25} = 0{,}8 \Rightarrow y = 20$

$\frac{2}{z} = 0{,}8 \Rightarrow z = 2{,}5$ $\qquad$ $\frac{t}{1} = 0{,}8 \Rightarrow t = 0{,}8$

$\frac{a}{100} = 0{,}8 \Rightarrow a = 80$

M	4	12	20	2	0,8	80
M'	5	15	25	2,5	1	100

3.30 **La constante de proporcionalidad directa de dos números es 1,25. El mayor es 45. Calcula el menor.**

Como el resultado del cociente es mayor que 1, el mayor es dividido por el menor, de modo que $\frac{45}{x} = 1,25 \Rightarrow x = 36$.

El menor es 36.

3.31 **Tres fotografías valen 5 euros, 6 fotografías cuestan 9 euros. Razona si el número de fotografías es directamente proporcional a su precio.**

Si es directamente proporcional, se tiene que conservar la constante de proporcionalidad.

$$0{,}6 = \frac{3}{5} \neq \frac{6}{9} = 0{,}\widehat{6}$$

Por tanto, el número de fotografías no es directamente proporcional a su precio.

3.32 **Un coche consume 5,5 litros de gasolina cada 100 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros podrá recorrer con 110 litros?**

Los litros de gasolina y los kilómetros recorridos son directamente proporcionales. Entonces:

$$\frac{5{,}5}{100} = \frac{110}{x} \Rightarrow x = 2\,000$$

El coche podrá recorrer 2 000 kilómetros.

3.33 Se sabe que de 15 gramos de remolacha se extraen 2 de azúcar. ¿Cuánta remolacha hay que adquirir para obtener 2 376 kilogramos de azúcar?

Podemos establecer la proporción: $\frac{2}{15} = \frac{2\,376}{x}$.

De modo que $x = 17\,820$ kilogramos de remolacha.

3.34 Por un grifo salen 38 litros de agua en 5 minutos. ¿Cuántos litros salen en una hora y cuarto?

Como existe una proporcionalidad directa entre los litros de agua que salen del grifo y los minutos, podemos calcular los litros que saldrán en hora y cuarto, que son 75 minutos:

$$\frac{5}{38} = \frac{75}{x} \Rightarrow x = \frac{75 \cdot 38}{5} = 570 \text{ L}$$

En una hora y cuarto salen por el grifo 570 litros.

3.35 María, Nuria y Paloma han cobrado por un trabajo 344 euros. María ha trabajado 7 horas; Nuria, 5 horas y Paloma, 4 horas. ¿Qué cantidad le corresponde a cada una?

Para que todas cobren por una hora lo mismo, tenemos que hacer un reparto proporcional del dinero según las horas trabajadas. Entonces:

$$7k + 5k + 4k = 344 \Rightarrow 16k = 344 \Rightarrow k = 21{,}5$$

De modo que María cobrará $21{,}5 \cdot 7 = 150{,}50$ euros; a Nuria le corresponden $21{,}5 \cdot 5 = 107{,}50$ euros, y Paloma ha ganado por el trabajo $21{,}5 \cdot 4 = 86$ euros.

Porcentajes y proporcionalidad

3.36 Expresa las siguientes razones en tantos por ciento, en tantos por uno y en tantos por mil.

a) $\frac{2}{5}$ **b)** $\frac{9}{10}$ **c)** $\frac{20}{12}$ **d)** $\frac{5}{3}$

	Tanto por uno	Tanto por ciento (%)	Tanto por mil (‰)
a)	0,4	40	400
b)	0,9	90	900
c)	1,6667	166,67	1 666,7
d)	1,6667	166,67	1 666,7

3.37 Calcula el tanto por ciento de café que hay en una mezcla de 4 litros de café y 7 litros de agua.

La proporción que se cumple es $\frac{4}{7} = \frac{57{,}14}{100}$. Hay un 57,14 % de café en la mezcla.

3.38 Luis prepara una limonada con 12 litros de agua y 8 litros de zumo de limón. ¿Cuál es el porcentaje de zumo de limón que hay en la limonada?

Volumen total: $12 + 8 = 20$ L

De los 20 litros, 8 son de zumo de limón. Tenemos la relación: $\frac{8}{20} : \frac{x}{100} \Rightarrow x = 40\,\%$

El porcentaje de zumo de limón es del 40 %.

3.39 **Un teléfono móvil cuesta 85 euros. Halla su nuevo precio si:**

a) Se rebaja un 6 %.

b) Se encarece un 4 %.

a) En este caso hay que restarle un 6 % a 85. $85 \cdot \left(1 - \frac{6}{100}\right) = 79{,}90$ €

El nuevo precio es de 79 euros y 90 céntimos.

b) En este caso hay que sumarle un 4 % a 85. $85 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right) = 88{,}40$ €

El nuevo precio es de 88 euros y 40 céntimos.

3.40 **La subida salarial de una empresa en los últimos tres años ha sido del 3 %, 2 % y 4 %.**

a) ¿Cuánto cobra actualmente un empleado que cobraba hace tres años 1 600 euros?

b) ¿En qué porcentaje se ha incrementado su sueldo después de tres subidas?

a) Tenemos que ver qué resulta después de aplicarle un 3, un 2 y un 4 % a 1 600:

$$\left(\left(1\,600 \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)\right)\left(1 + \frac{2}{100}\right)\right)\left(1 + \frac{4}{100}\right) = 1\,600 \cdot 1{,}03 \cdot 1{,}02 \cdot 1{,}04 = 1\,748{,}20 \text{ €}$$

El sueldo del empleado después de estos tres años será de 1 748 euros con 20 céntimos.

b) Veamos con qué porcentaje se corresponde la subida a 1 748,20 de 1 600.

$$1\,600 \cdot \left(1 + \frac{x}{100}\right) = 1\,748{,}20 \Rightarrow \frac{1\,600x}{100} = 1\,748{,}20 - 1\,600 \Rightarrow x = \frac{148{,}20}{16} = 9{,}26$$

El porcentaje total en que ha subido el sueldo del empleado en estos tres años es del 9,26 %.

3.41 **El precio de un litro de combustible experimentó diversas variaciones. En enero costaba 0,95 euros y en febrero bajó su precio un 8 %. En marzo subió un 3 % y en abril subió un 2 %.**

a) ¿Qué porcentaje ha variado su precio en total?

b) ¿Cuál es su precio en abril?

a) Veamos a qué porcentaje equivale la aplicación de los tres porcentajes.

$$\left(1 - \frac{8}{100}\right)\left(1 + \frac{3}{100}\right)\left(1 + \frac{2}{100}\right) = \left(1 - \frac{8}{100} + \frac{3}{100} - \frac{24}{10\,000}\right)\left(1 + \frac{2}{100}\right) =$$

$$= 1 - \frac{5}{100} - \frac{24}{10\,000} + \frac{2}{100} - \frac{10}{10\,000} - \frac{48}{1\,000\,000} = 1 - \frac{3{,}3448}{100}$$

Ha sido rebajado un 3,34 %.

b) Aplicamos el porcentaje calculado en el apartado anterior al precio inicial del litro de combustible para saber su precio en abril.

$$0{,}95 \cdot \left(1 - \frac{3{,}34}{100}\right) = 0{,}92$$

El precio del litro de combustible en abril es de 0,92 euros.

3.42 **El Club del Libro tiene 100 socios y cada año aumenta su número en un 10 %.**

a) ¿Cuántos socios tiene al cabo de 5 años?

b) Al cabo de 10 años, ¿consigue duplicar el número inicial de socios?

a) Como tenemos que aplicarle a 100 un porcentaje de subida del 10 por ciento 5 veces consecutivas, calculamos primero qué porcentaje final es: $\left(1 + \frac{10}{100}\right)^5 = 1{,}105 = 1{,}61 = 1 + \frac{61}{100}$

El porcentaje de aumento de socios al cabo de 5 años es de un 61 %. Lo que quiere decir que después de 5 años el número de socios es: $100 \cdot \left(1 + \frac{61}{100}\right) = 161$ socios

b) Veamos cuál es el porcentaje de aumento después de 10 años.

$$\left(1 + \frac{10}{100}\right)^{10} = 2{,}59 = 1 + \frac{159}{100}$$

El número de socios después de 10 años es: $100 \cdot \left(1 + \frac{159}{100}\right) = 259$

Así que después de 10 años el número de socios es más del doble de los que había inicialmente. No solo se duplica, sino que se pasa del doble.

Proporcionalidad inversa. Repartos

3.43 **Di cuáles de las siguientes magnitudes son inversamente proporcionales.**

a) Tiempo que se tarda en limpiar un monte y número de personas que realizan la limpieza.

b) Espacio recorrido por un móvil y tiempo empleado para recorrer dicho espacio.

c) Tiempo que tarda en hacer un recorrido un avión y su velocidad.

a) Son inversamente proporcionales. El doble de personas tardarían la mitad de tiempo en realizar la limpieza.

b) No son inversamente proporcionales. En doble tiempo el móvil recorrería doble espacio, son directamente proporcionales.

c) Son inversamente proporcionales. Si la velocidad fuera doble, el avión tardaría la mitad de tiempo en hacer ese recorrido.

3.44 **Comprueba si la tabla representa cantidades de dos magnitudes inversamente proporcionales. En caso afirmativo, halla la constante de proporcionalidad y completa la tabla.**

M	**2**	**4**	**8**	**100**
M'	**5**	**2,5**	**1,25**	**...**

Veamos cuáles son las constantes de proporcionalidad de cada columna:

$2 \cdot 5 = 10$; $4 \cdot 2{,}5 = 10$; $8 \cdot 1{,}25 = 10$. Sí son inversamente proporcionales. La constante de proporcionalidad es 10, y para completar la tabla, el valor de ".....” tiene que ser 0,1 ($100 \cdot 0{,}1 = 10$).

3.45 El agua de un depósito se puede extraer en 200 veces con un bidón de 15 litros. Calcula cuántas veces se extraería con un bidón de 25 litros.

Relación de proporcionalidad inversa: $200 \cdot 15 = x \cdot 25 \Rightarrow x = 120$ veces

Con un bidón de 25 litros se extraería en 120 veces.

3.46 Realizamos un trabajo en 2 meses entre 12 personas. Necesitamos hacerlo solo en 18 días. ¿Cuántas personas debemos contratar?

Dos meses son 60 días.

Tenemos una relación de proporcionalidad inversa: $60 \cdot 12 = 720 = 18 \cdot x \Rightarrow x = 40$

Como ya trabajamos 12, necesitamos contratar $40 - 12 = 28$

Debemos contratar 28 personas.

3.47 Tres niños se comen un pastel en 16 minutos. ¿En cuánto tiempo se lo comerían cuatro niños?

Relación de proporcionalidad inversa: $3 \cdot 16 = 4 \cdot x \Rightarrow x = 12$ minutos

Cuatro niños comerían en 12 minutos.

3.48 Reparte 7 875 en partes inversamente proporcionales a 3, 5 y 6.

$$\frac{k}{3} + \frac{k}{5} + \frac{k}{6} = 7\,875 \Rightarrow \frac{21k}{30} = 7\,875 \Rightarrow k = 11\,250$$

A 3 le corresponde $\frac{11\,250}{3} = 3\,750$

A 5 le corresponde $\frac{11\,250}{5} = 2\,250$

A 6 le corresponde $\frac{11\,250}{6} = 1\,875$

3.49 Reparte 578 en partes inversamente proporcionales a 4, 4 y 18.

$$\frac{1}{4}k + \frac{1}{4}k + \frac{1}{18}k = 578 \Rightarrow \frac{9k + 9k + 2k}{36} = 578 \Rightarrow k = \frac{578 \cdot 36}{20} = 1\,040{,}4$$

La parte que le corresponde a cada 4 es 260,1, y la que le corresponde a 18 es 57,8.

3.50 Una ganadera tiene pienso para alimentar 320 vacas durante 45 días. Pero debe dar de comer a los animales durante 60 días, por lo que decide vender a las que no puede alimentar. ¿Cuántas vacas debe vender?

Relación de proporcionalidad inversa: $320 \cdot 45 = x \cdot 60 \Rightarrow x = 240$

Como puede alimentar a 240, debe vender $320 - 240 = 80$ vacas.

3.51 El número de vueltas que dan dos ruedas dentadas es inversamente proporcional al número de dientes de cada rueda.

Una rueda dentada tiene 24 dientes y engrana otra rueda que tiene 5 dientes.

¿Cuántas vueltas dará la primera mientras la segunda da 120 vueltas?

Por ser inversamente proporcionales se cumple que $5 \cdot 120 = 24 \cdot x$. $\quad x = \frac{600}{24} = 25$

La rueda con 24 dientes da 25 vueltas mientras la que tiene 5 dientes da 120.

3.52 En una Olimpiada Europea de Matemáticas se conceden tres premios inversamente proporcionales a los tiempos empleados en la resolución de los ejercicios. Los tiempos de los tres primeros concursantes han sido 3, 5 y 6 horas.

Calcula cuánto dinero recibe cada uno si hay 42 000 euros para repartir.

Hacemos un reparto del dinero inversamente proporcional al tiempo tardado.

$$\frac{1}{3}k + \frac{1}{5}k + \frac{1}{6}k = 42\,000 \Rightarrow \frac{10k + 6k + 5k}{30} = 42\,000 \Rightarrow k = \frac{42\,000 \cdot 30}{21} = 60\,000$$

De modo que el primer premio, que se corresponde con un tiempo de 3 horas, es de 20 000 euros. El segundo premio, correspondiente a un tiempo de 5 horas, es de 12 000 euros. Y el tercer premio, para la persona que ha tardado 6 horas, es de 10 000 euros.

Proporcionalidad compuesta

3.53 Una casa de acogida necesita 5 400 euros para alojar y dar de comer a 40 personas durante 15 días.

¿Cuánto necesitará para alojar y alimentar a 50 personas durante 10 días?

Tenemos las siguientes correspondencias:

5 400 euros ———— 40 personas ———— 15 días
x euros ———— 50 personas ———— 10 días
Proporcionalidad directa — Proporcionalidad inversa

$$\frac{40}{50} = 5\frac{400}{x} \cdot \frac{10}{15} \Rightarrow x = 5\,400 \cdot \frac{10}{15} \cdot \frac{50}{40} = 4\,500 \text{ €}$$

Se necesitarán 4 500 euros para alimentar a 50 personas durante 10 días.

3.54 Si 18 camiones transportan 1 200 contenedores en 12 días, ¿cuántos días necesitarán 24 camiones para mover 1 600 contenedores?

Tenemos las siguientes correspondencias:

18 camiones ———— 1 200 contenedores ———— 12 días
24 camiones ———— 1 600 contenedores ———— x días
Proporcionalidad directa — Proporcionalidad directa

$$\frac{1\,200}{1\,600} = \frac{18}{24} \cdot \frac{12}{x} \Rightarrow x = 12 \cdot \frac{18}{24} \cdot \frac{1\,600}{1\,200} = 12 \text{ días}$$

En 12 días, 24 camiones moverán 1 600 contenedores.

3.55 **En un mes, un equipo de 22 albañiles ha enlosado una acera de 160 metros. ¿Cuántos metros enlosarán 15 albañiles en 22 días?**

Tenemos las siguientes correspondencias:

1 mes (= 30 días)	22 albañiles	160 metros
22 días	15 albañiles	x metros
Proporcionalidad inversa	Proporcionalidad inversa	

$$\frac{22}{15} = \frac{22}{30} \cdot \frac{160}{x} \Rightarrow x = 160 \cdot \frac{22}{30} \cdot \frac{15}{22} = 80 \text{ m}$$

Quince albañiles en 22 días enlosarán 80 metros.

3.56 **Un campamento de la Cruz Roja que alimenta a 1 800 refugiados tiene víveres para tres meses si se distribuyen raciones de 800 gramos por día.**

¿Cuál debería ser la ración si hubiese 2 100 refugiados y estos víveres tuvieran que durar 4 meses?

Tenemos las siguientes correspondencias:

1 800 refugiados	3 meses	800 gramos
2 100 refugiados	4 meses	x gramos
Proporcionalidad inversa	Proporcionalidad directa	

$$\frac{3}{4} = \frac{2\,100}{1\,800} \cdot \frac{x}{800} \Rightarrow x = 800 \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1\,800}{2\,100} = 514{,}28 \text{ g}$$

Las raciones para 2 100 refugiados durante 4 días serían de 514,28 gramos.