

3. Proporcionalidad directa e inversa

AUTOEVALUACIÓN

3.A1 Entre los siguientes pares de magnitudes razona cuáles son directa o inversamente proporcionales y cuáles no.

a) Número de kilogramos de peras y precio que se ha de pagar por ellos.

b) Tiempo en recorrer 200 kilómetros y velocidad.

c) Peso y edad de una persona.

a) Son directamente proporcionales. Si doblamos el número de kilos de peras que compramos, también se dobla el precio que debemos pagar por ellas.

b) No son directamente proporcionales. Si doblamos la velocidad el tiempo se verá reducido a la mitad.

c) No son directamente proporcionales.

3.A2 Halla el valor de x para que se cumpla la proporción $\frac{x}{24} = \frac{60}{288}$.

$$288 \cdot x = 60 \cdot 24 \Rightarrow x = \frac{1440}{288} = 5$$

3.A3 Tres grupos de alumnos de tercero deciden ir al teatro y pagan en total por las entradas 120 euros. Calcula lo que paga cada grupo sabiendo que del primero van 20 alumnos, del segundo, 15, y del tercero, 25.

Hacemos un reparto proporcional: $20k + 15k + 25k = 120 \Rightarrow 60k = 120 \Rightarrow k = 2$

Los alumnos del primer grupo deben pagar 40 euros; los del segundo, 30, y los del tercero, 50.

3.A4 Luis afirma que disminuir una cantidad en un 25 % equivale a multiplicar dicha cantidad por 0,75. ¿Es cierta su afirmación?

$$x \left(1 - \frac{25}{100}\right) = x \left(\frac{100 - 25}{100}\right) = x \frac{75}{100} = x \cdot 0,75 \quad \text{La afirmación es cierta.}$$

3.A5 El precio de una mercancía este mes sube un 10 % y al mes siguiente un 5 %. ¿Qué porcentaje ha subido en total?

$$\left(x \left(1 + \frac{10}{100}\right)\right) \left(1 + \frac{5}{100}\right) = \left(x + \frac{10x}{100}\right) \left(1 + \frac{5}{100}\right) = x + \frac{10x}{100} + \frac{5x}{100} + \frac{50x}{10000} = x \left(1 + \frac{15,5}{100}\right)$$

Sube un 15,5 %.

3.A6 El precio de un libro antiguo es 24 euros. A un cliente habitual el librero le hace un 25 % de descuento y le cobra el 4 % de IVA.

¿Cuánto tiene que pagar este cliente por el libro?

$$\text{Aplicamos al precio del libro el descuento y luego el IVA: } \left(24 \left(1 - \frac{25}{100}\right)\right) \left(1 + \frac{4}{100}\right) = 18,72 \text{ €}$$

El cliente paga por el libro 18,72 euros.

3.A7 El depósito de la calefacción de un bloque de viviendas tiene combustible para 30 días, si se enciende 10 horas diarias.

¿Para cuántos días tendrá combustible si se enciende en las mismas condiciones 12 horas diarias?

Las magnitudes son inversamente proporcionales, de modo que: $30 \cdot 10 = x \cdot 12 \Rightarrow x = 25$ días

Habrà combustible para 25 días.

3. Proporcionalidad directa e inversa

- 3.A8 Para recoger en 16 días la aceituna de una finca de olivos, se necesita un grupo de 30 personas. ¿Cuánto tiempo necesitarán 20 personas?

Las magnitudes inversamente proporcionales: $30 \cdot 16 = 20 \cdot x \Rightarrow x = 24$ días

Tardarán 24 días en recoger las aceitunas de la finca de olivos.

- 3.A9 Cinco máquinas iguales envasan 20 000 botellas de agua funcionando 5 horas. ¿Cuánto tiempo tardarían 6 máquinas en envasar 40 000 botellas?

5 máquinas envasan 20 000 botellas en 5 horas.

1 máquina envasa 20 000 botellas en $5 \cdot 5 = 25$ horas.

1 máquina envasa 1 botella en $\frac{25}{20\,000} = 1,25 \cdot 10^{-3}$ horas.

6 máquinas envasan 1 botella en $\frac{1,25 \cdot 10^{-3}}{6} = 2,08 \cdot 10^{-4}$ horas.

6 máquinas envasan 40 000 botellas en $2,08 \cdot 10^{-4} \cdot 40\,000 = 8,3$ horas.

- 3.A10 Para pintar una pared de 8 metros de largo y 2,5 metros de altura se han utilizado 2 botes de 1 kilogramo de pintura.

¿Cuántos botes de 5 kilogramos de pintura se necesitarán para pintar una pared de 50 metros de largo y 2 metros de alto?

Calculamos el área de las paredes: $8 \cdot 2,5 = 20 \text{ m}^2$; $50 \cdot 2 = 100 \text{ m}^2$

20 m² ————— 2 botes ————— 1 kilogramo

100 m² ————— x botes ————— 5 kilogramos

Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa

$$\frac{2}{x} = \frac{20}{100} \cdot \frac{5}{1} \Rightarrow x = 2 \cdot \frac{100}{20} \cdot \frac{1}{5} = 2$$

Hacen falta dos botes de 5 kilogramos de pintura para pintar una pared de 100 metros cuadrados.