Dadas las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

Hallar a y b para que se cumpla que $A \cdot B = B + C^t$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = B + C^t$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix} = \boxed{\begin{pmatrix} a+0-a & 1+1 \\ 2a+1+a & 2+b-1 \\ -2a+1 & -2+b \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3a+1 & 1+b \\ -2a+1 & -2+b \end{pmatrix}$$

$3 \times \boxed{3 \quad 3} \times 2$

OBTENEMOS UNA MATRIZ DE DIMENSIÓN 3×2

SE PUEDE SALTAR ESTE PASO

$$B + C^t = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & b \\ a & -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-1 & 2 \\ 4 & b+1 \\ a-2 & 1 \end{pmatrix}$$

Igualamos ahora las dos matrices:

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 3a+1 & 1+b \\ -2a+1 & -2+b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a-1 & 2 \\ 4 & b+1 \\ a-2 & 1 \end{pmatrix}$$

de ahí:

$$\left.\begin{array}{l} a-1=0 \\ 3a+1=4 \\ -2a+1=a-2 \\ -2+b=1 \end{array}\right\} \quad \boxed{a=1} \quad \boxed{b=3}$$

IMPORTANTE: De la igualdad de las matrices salen 6 condiciones, sólo escribimos 4 pues las otras dos son evidentes: $2=2$ y $1+b=b+1$

Si alguna de las 6 no fuera cierta, el problema no tiene solución

SE COMPRUEBAN, AL MENOS MENTALMENTE