1 La solución de la ecuación sen $x = -0{,}5$ es:

a) 30° y 150°

b) 150° y 210°

c) 210° y 330°

2 Si sen 20° = 0,34, entonces cos 110° será:

a) 0,34

b) 0,94

c) $-0{,}34$

3 Una estaca de longitud *x,* clavada verticalmente en el suelo, proyecta una sombra de longitud 4*x*. Entonces, el ángulo de elevación del Sol sobre el horizonte es:

a) 14° ***b)*** 14,04° ***c)*** 76°

4 La afirmación, «un ángulo α del segundo cuadrante tiene de seno 4/5 y de coseno, 3/5», es incorrecta porque:

a) Los valores de este seno y coseno no verifican la ecuación fundamental de la trigonometría.

b) La tangente de dicho ángulo α sería $4/3 > 1$, y la tangente nunca puede ser mayor que la unidad.

c) En el segundo cuadrante el coseno debe ser negativo.

5 Si α y β son dos ángulos del cuarto cuadrante y sen $\alpha <$ sen β, entonces:

a) $\alpha < \beta$

b) $\alpha > \beta$

c) Con los datos del enunciado no podemos deducir cuál de los dos ángulos es mayor.

6 Si un ángulo α cumple que sen $\alpha = -1{,}09$, podemos deducir que:

a) α es un ángulo del tercer o cuarto cuadrante.

b) α es un ángulo negativo.

c) El ángulo α no existe.

7 La igualdad $\text{sen}^4 \alpha - \cos^4 \alpha = \text{sen}^2 \alpha - \cos^2 \alpha$:

a) Es cierta.

b) Es falsa.

c) Será cierta para algún valor de α.

8 Si $\cos \alpha = 0{,}25$ y $3\pi/2 < \alpha < 2\pi$, entonces:

a) $\text{tg}\ \alpha = \sqrt{-15}$

b) $\text{tg}\ \alpha = -\sqrt{17}$

c) $\text{tg}\ \alpha = -\sqrt{15}$

9 Si cos 70° = 0,34, entonces:

a) cos 110° = $-0{,}34$
cos 250° = $-0{,}34$
cos 290° = 0,34

b) cos 110° = $-0{,}34$
cos 250° = 0,34
cos 290° = 0,34

c) cos 110° = 0,34
cos 250° = 0,34
cos 290° = $-0{,}34$

10 Si los ángulos α y β son tales que $\alpha + \beta = \pi$:

a) sen α = sen β
cosec α = $-$cosec $(-\beta)$
sec α = sec $(180° + \beta)$

b) sen α = cos β
cos α = $-$sen β
sec α = cosec $(180° - \beta)$

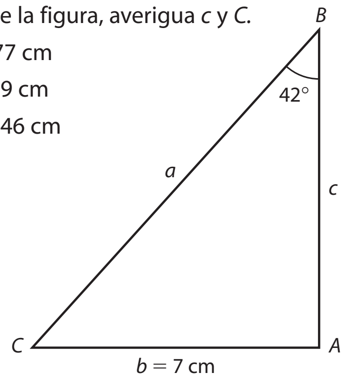
c) sen α = sen β
cos α = $-$cos β
tg α = tg β

11 Dado el triángulo de la figura, averigua *c* y *C*.

a) $C = 48°$, $c \cong 7{,}77$ cm

b) $C = 48°$, $c \cong 1{,}29$ cm

c) $C = 48°$, $c \cong 10{,}46$ cm

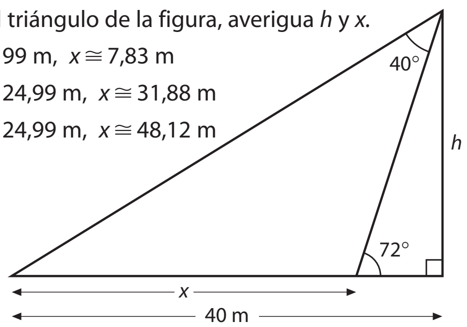


12 Dado el triángulo de la figura, averigua *h* y *x*.

a) $h \cong 99$ m, $x \cong 7{,}83$ m

b) $h \cong 24{,}99$ m, $x \cong 31{,}88$ m

c) $h \cong 24{,}99$ m, $x \cong 48{,}12$ m



Solución

(Se indican con ▶ las respuestas correctas)

1 La solución de la ecuación sen $x = -0{,}5$ es:

a) 30° y 150°

b) 150° y 210°

▶ ***c)*** 210° y 330°

2 Si sen 20° = 0,34, entonces cos 110° será:

a) 0,34

b) 0,94

▶ ***c)*** −0,34

3 Una estaca de longitud *x,* clavada verticalmente en el suelo, proyecta una sombra de longitud 4*x*. Entonces, el ángulo de elevación del Sol sobre el horizonte es:

▶ ***a)*** 14° ***b)*** 14,04° ***c)*** 76°

4 La afirmación, «un ángulo α del segundo cuadrante tiene de seno 4/5 y de coseno, 3/5», es incorrecta porque:

a) Los valores de este seno y coseno no verifican la ecuación fundamental de la trigonometría.

b) La tangente de dicho ángulo α sería $4/3 > 1$, y la tangente nunca puede ser mayor que la unidad.

▶ ***c)*** En el segundo cuadrante el coseno debe ser negativo.

5 Si α y β son dos ángulos del cuarto cuadrante y sen $\alpha <$ sen β, entonces:

▶ ***a)*** $\alpha < \beta$

b) $\alpha > \beta$

▶ ***c)*** Con los datos del enunciado no podemos deducir cuál de los dos ángulos es mayor.

6 Si un ángulo α cumple que sen $\alpha = -1{,}09$, podemos deducir que:

a) α es un ángulo del tercer o cuarto cuadrante.

b) α es un ángulo negativo.

▶ ***c)*** El ángulo α no existe.

7 La igualdad $\text{sen}^4\,\alpha - \cos^4\alpha = \text{sen}^2\,\alpha - \cos^2\alpha$:

▶ ***a)*** Es cierta.

b) Es falsa.

c) Será cierta para algún valor de α.

8 Si $\cos\alpha = 0{,}25$ y $3\pi/2 < \alpha < 2\pi$, entonces:

a) $\text{tg}\,\alpha = \sqrt{-15}$

b) $\text{tg}\,\alpha = -\sqrt{17}$

▶ ***c)*** $\text{tg}\,\alpha = -\sqrt{15}$

9 Si cos 70° = 0,34, entonces:

▶ ***a)*** cos 110° = −0,34
cos 250° = −0,34
cos 290° = 0,34

b) cos 110° = −0,34
cos 250° = 0,34
cos 290° = 0,34

c) cos 110° = 0,34
cos 250° = 0,34
cos 290° = −0,34

10 Si los ángulos α y β son tales que $\alpha + \beta = \pi$:

▶ ***a)*** sen α = sen β
cosec α = −cosec $(-\beta)$
sec α = sec $(180° + \beta)$

b) sen α = cos β
cos α = −sen β
sec α = cosec $(180° - \beta)$

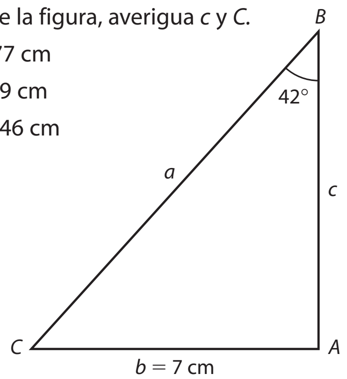
c) sen α = sen β
cos α = −cos β
tg α = tg β

11 Dado el triángulo de la figura, averigua *c* y *C.*

▶ ***a)*** $C = 48°$, $c \cong 7{,}77$ cm

b) $C = 48°$, $c \cong 1{,}29$ cm

c) $C = 48°$, $c \cong 10{,}46$ cm

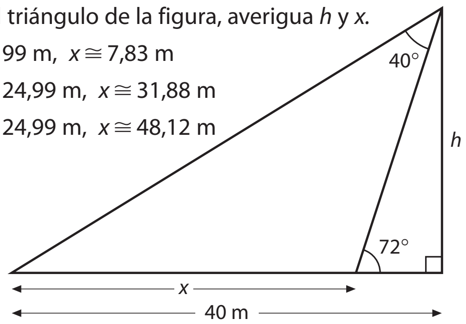


12 Dado el triángulo de la figura, averigua *h* y *x.*

a) $h \cong 99$ m, $x \cong 7{,}83$ m

▶ ***b)*** $h \cong 24{,}99$ m, $x \cong 31{,}88$ m

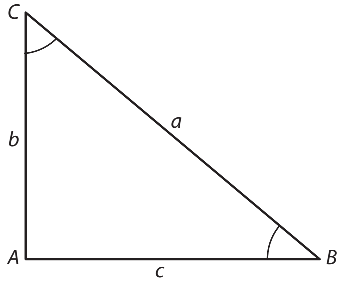
c) $h \cong 24{,}99$ m, $x \cong 48{,}12$ m



Razones trigonométricas

1 **Completa las expresiones de las razones trigonométricas que se indican a continuación.**

- Razones trigonométricas de un ángulo agudo.



sen $B =$

cos $B =$

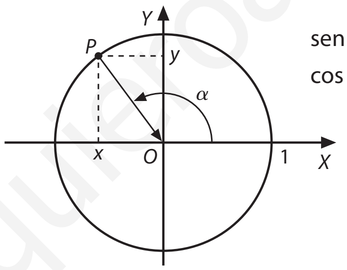
tg $B =$

sen $C =$

cos $C =$

tg $C =$

- Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera.



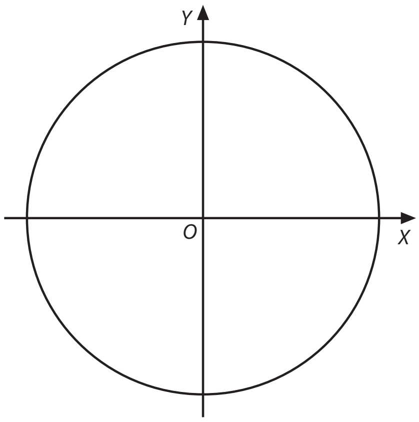
sen $\alpha =$

cos $\alpha =$

2 **Indica el signo de las razones trigonométricas en la siguiente figura:**

sen
cos
tg

sen
cos
tg



sen
cos
tg

sen
cos
tg

3 **Escribe las relaciones trigonométricas más importantes:**

Actividades complementarias

1 ***a)*** **Expresa en radianes los siguientes ángulos:**

315°, 300°, 135°, 2 210°, 945°, −1 050°, 1 650°

b) **Expresa en grados sexagesimales los siguientes ángulos:**

$\pi/6$ rad, $9\pi/5$ rad, 5π rad, $11\pi/3$ rad, $26\pi/5$ rad, $17\pi/18$ rad, $215\pi/4$ rad

2 **Reduce al primer giro los siguientes ángulos:**

730°, 529° 17′ 23″, 9π rad, 2 952°, $55\pi/6$ rad, $217\pi/4$ rad

3 **En una circunferencia de radio 6 cm, consideramos un arco de 4,5 cm de longitud. ¿Cuántos radianes mide el ángulo central que determina? ¿Cuántos grados sexagesimales?**

4 **Halla la longitud del arco de circunferencia que determina un ángulo de 1,7 radianes, sabiendo que la longitud de la circunferencia es de 9,3 cm.**

5 **Calcula sen 73° y tg 73° sabiendo que sen 17° = = 0,29.**

6 **Si tg $\alpha = 5/2$ y α es un ángulo del primer cuadrante, calcula, sin utilizar la calculadora, las restantes razones trigonométricas directas de α. A continuación, comprueba, mediante la calculadora, si los resultados obtenidos son correctos.**

7 **Resuelve, a partir de los datos indicados, los triángulos rectángulos, donde *a* es la hipotenusa.**

a) $b = 19$ cm y $c = 23$ cm

b) $a = 53{,}2$ cm y $b = 16{,}7$ cm

c) $B = 37°\ 13'\ 45''$ y $b = 14{,}3$ cm

d) $C = 17°$ y $c = 31{,}9$ cm

8 **En un triángulo isósceles el ángulo que determinan los lados iguales mide 52,34° y el lado desigual 55 cm. Calcula su perímetro y su área.**

9 **En un terreno horizontal se divisa una torre desde un punto *A* bajo un ángulo de 30°. Si nos aproximamos 20 m se llega a un punto *B*, desde el que observamos la torre bajo un ángulo de 45°. Calcula la altura de la torre.**

10 **En un triangulo isósceles los dos lados iguales miden 10 cm y su área vale 48 cm^2. Calcula el valor de sus ángulos.**

11 **Construye gráficamente los ángulos del primer giro cuya razón se indica:**

a) sen $\alpha = -3/4$

b) cos $\alpha = 2/5$

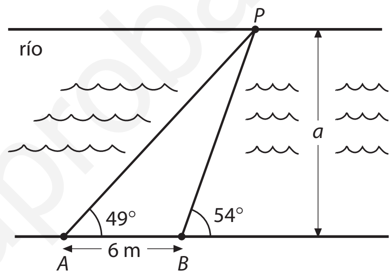
c) tg $\alpha = -1{,}1$

12 **Averigua las restantes razones trigonométricas del ángulo α sabiendo:**

a) sen $\alpha = 2/9$ y $\pi/2 < \alpha < \pi$

b) cotg $\alpha = -5$ y $3\pi/2 < \alpha < 2\pi$

13 **Para medir la distancia entre los márgenes de un río un topógrafo se coloca en un punto *A* de uno de ellos y, fijándose en un árbol *P* que está al otro lado mide el ángulo que forma su visual respecto a la dirección del río. Este ángulo es de 54°. A continuación se aleja 6 m y se coloca en un punto *B*. El ángulo ahora es de 49°. ¿Cuánto mide el río de ancho?**



14 **Sabiendo que sen 125° = 0,82, averigua:**

a) sen 235°

b) sen 305°

c) cos 145°

d) cos (−35°)

15 **Halla los ángulos menores de 720° que cumplan:**

a) sen x = sen 40°

b) cos x = cos 25°

c) tg x = tg (−30°)

d) sen x = sen $3\pi/4$

e) cos $x = -\sqrt{3}/2$

f) tg x = tg 3π

16 **¿Cuáles de las siguientes igualdades son realmente ciertas?**

a) tg $(\pi + x) = -$tg x

b) cos $(2\pi - x) =$ cos x

c) sen $(\pi/2 - x) =$ sen x

d) cos $(x + 2\pi) = -$cos x

17 **Expresa en función de tg *x:***

a) tg $(2\pi + x)$

b) tg $(2\pi - x)$

c) tg $(3\pi + x)$

d) tg $(3\pi/2 - x)$

18 **Demuestra:**

a) $\dfrac{\text{sen}\,x + \cos x}{\cos x} = \text{sen}\,x \cdot \sec x + 1$

b) $\dfrac{\text{sen}\,x + \text{cotg}\,x}{\text{tg}\,x + \text{cosec}\,x} = \cos x$

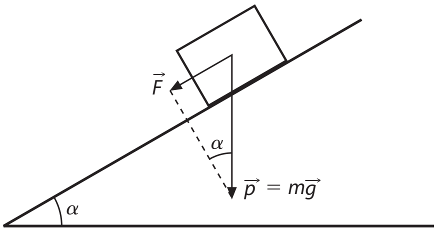
19 **Simplifica:**

a) $\dfrac{\text{sen}\,(\pi + x) \cdot \cos\,(\pi/2 - x) - \text{tg}\,(3\pi/4)}{-\text{sen}\,(\pi/2 + x) \cdot \cos\,(3\pi/2 - x)}$

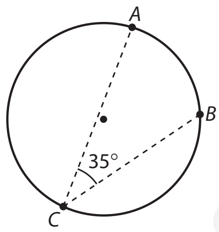
b) $\dfrac{(1 - \text{sen}^2\,x)^2}{\cos^2 x \cdot (1 + \text{sen}\,x)}$

c) $\dfrac{1 + \text{tg}^2\,x}{\text{cosec}^2\,x}$

20 **Por un plano inclinado se desliza sin rozamiento un cuerpo de masa 30 g con una aceleración de 3 cm/s^2. Calcula el ángulo que forma el plano con la horizontal, teniendo en cuenta que la fuerza que «empuja» al cuerpo es la componente del vector peso en la dirección del plano, *F*, tal como se indica en la figura (g = 9,8 m/s^2).**



21 **En una pista de pruebas circular de diámetro 936 m, un motociclista recorre en 12,56 s la distancia que separa los puntos *A* y *B*, tal como se indica en la figura. Una espectadora situada en el punto *C* observa que el ángulo medido desde su posición, que comprende el arco de circunferencia *AB,* es de 35°. ¿A qué velocidad media se ha movido la motocicleta?**

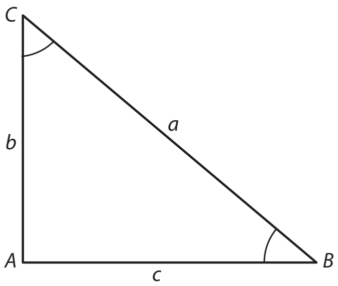


SOLUCIONES

1. Trigonometría I

1 Completa las expresiones trigonométricas de un ángulo agudo.

Razones trigonométricas de un ángulo agudo

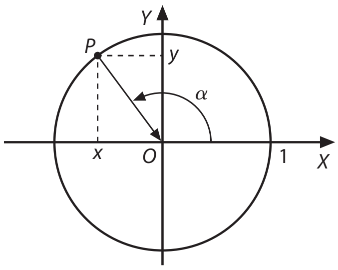


$\text{sen } B = \dfrac{b}{a}$ $\qquad$ $\text{sen } C = \dfrac{c}{a}$

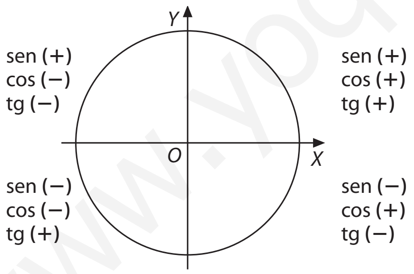
$\cos B = \dfrac{c}{a}$ $\qquad$ $\cos C = \dfrac{b}{a}$

$\text{tg } B = \dfrac{b}{c}$ $\qquad$ $\text{tg } C = \dfrac{c}{b}$

Razones trigonométricas de un ángulo cualquiera $\textbf{sen } \alpha = y$ **y** $\cos \alpha = -x$



2 Indica el signo de las razones trigonométricas en la siguiente figura.



3 Escribe las relaciones trigonométricas más importantes.

Ecuación fundamental de la trigonometría:

$\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

$\text{tg } \alpha = \dfrac{\text{sen } \alpha}{\cos \alpha}$

$1 + \text{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha$

$1 + \text{cotg}^2 \alpha = \text{cosec}^2 \alpha$

2. Actividades complementarias

1 ***a)*** $7\pi/4$ rad, $5\pi/3$ rad, $3\pi/4$ rad, $5\pi/18$ rad, $21\pi/4$ rad, $-35\pi/6$ rad, $55\pi/6$ rad

b) 30°, 324°, 900°, 660°, 216°, 170°, 9 675°

2 10°, 169° 17′ 23″, π rad, 72°, $7\pi/6$ rad, $-\pi/4$ rad

3 0,75 rad = 42°58′18″

4 $l \cong 2{,}52$ cm

5 sen 73° ≅ 0,96

tg 73° ≅ 3,30

6 $\text{sen } \alpha = \dfrac{5\sqrt{29}}{29}$ $\qquad$ $\cos \alpha = \dfrac{2\sqrt{29}}{29}$

7 ***a)*** $a \cong 29{,}83$ cm, $B \cong 39{,}56°$ y $C \cong 50{,}44°$

b) $c \cong 50{,}51$ cm, $B \cong 18{,}29°$ y $C \cong 71{,}70°$

c) $C \cong 52°46'15''$, $a \cong 23{,}64$ cm y $c \cong 18{,}82$ cm

d) $B \cong 73°$, $a \cong 109{,}11$ cm y $b \cong 104{,}34$ cm

8 $P \cong 179{,}71$ cm

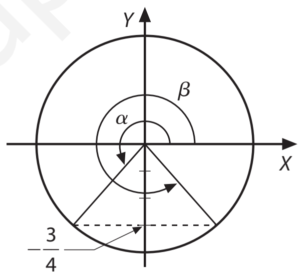
$A \cong 1\,538{,}94$ cm^2

9 $h \cong 27{,}32$ m

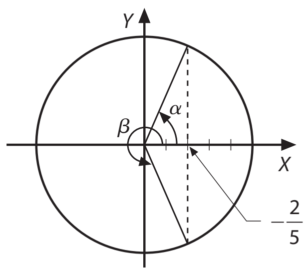
10 Caso *a)* $\alpha = \beta \cong 36{,}87°$, $\gamma \cong 106{,}26°$

Caso *b)* $\alpha = \beta \cong 55{,}21°$, $\gamma \cong 63{,}22°$

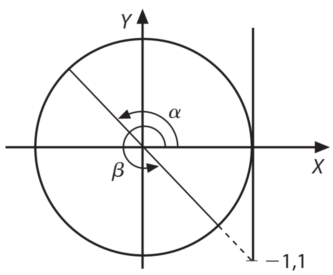
11 ***a)***



b)



c)



12 ***a)*** $\cos \alpha = \dfrac{-\sqrt{77}}{9}$, $\text{tg } \alpha = \dfrac{-2\sqrt{77}}{77}$

b) $\text{sen } \alpha = \dfrac{-\sqrt{26}}{26}$, $\cos \alpha = \dfrac{5\sqrt{26}}{26}$

13 $a = 42{,}03$ m

14 ***a)*** sen 235° $\cong -0{,}82$

b) sen 305° $\cong -0{,}82$

c) cos 145° $\cong -0{,}82$

d) cos $(-35°) \cong 0{,}82$

15 ***a)*** $x = 40°, 140°, 400°, 500°$

b) $x = 25°, 335°, 385°, 695°$

c) $x = 150°, 330°, 510°, 690°$

d) $x = 45°, 135°, 405°, 495°$

e) $x = 150°, 210°, 510°, 570°$

f) $x = 0°, 180°, 360°, 540°$

16 ***a)*** Falsa: $\text{tg}\,(\pi + x) = \text{tg}\, x$

b) Cierta.

c) Falsa: $\text{sen}\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$

d) Falsa: $\cos\,(x + 2\pi) = \cos x$

17 ***a)*** $\text{tg}\,(2\pi + x) = \text{tg}\, x$

b) $\text{tg}\,(2\pi - x) = -\text{tg}\, x$

c) $\text{tg}\,(3\pi + x) = \text{tg}\, x$

d) $\text{tg}\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \text{cotg}\, x$

18 ***a)*** $\frac{\text{sen}\, x + \cos x}{\cos x} = \frac{\text{sen}\, x}{\cos x} + 1 = \text{sen}\, x \cdot \frac{1}{\cos x} + 1 =$

$= \text{sen}\, x \cdot \sec x + 1$

b) $\frac{\text{sen}\, x + \text{cotg}\, x}{\text{tg}\, x + \text{cosec}\, x} = \frac{\text{sen}\, x + \frac{\cos x}{\text{sen}\, x}}{\frac{\text{sen}\, x}{\cos x} + \frac{1}{\text{sen}\, x}} =$

$= \frac{\text{sen}^2 x + \cos x}{\text{sen}\, x} \cdot \frac{\cos x \cdot \text{sen}\, x}{\text{sen}^2 x + \cos x} =$

$= \frac{\cos x \cdot \text{sen}\, x}{\text{sen}\, x} = \cos x$

19 ***a)*** $\text{cotg}\, x$

b) $1 - \text{sen}\, x$

c) $\text{tg}^2\, x$

20 $a \cong 17{,}83°$

21 $v \cong 45{,}52$ m/s $= 163{,}88$ km/h