EXAMEN DE TRIGONOMETRÍA

1) Calcula las razones trigonométricas de los ángulos:
   a) 6360°
   b) $\frac{7\pi}{2}$

2) Sabiendo que $\cos\alpha = 0,8$ y $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, calcula:

a) $\cos(30^{o} + \alpha) =$

b) $\cos\frac{\alpha}{2}$

3) Demuestra la igualdad:

$$\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha} + \frac{2sen\,\alpha}{tg\,2\alpha} = \cos\alpha$$

4) La base de un rectángulo mide 20 m y su altura 15 m. determina el ángulo que forman sus diagonales.

5) Resuelve el triángulo $\triangle ABC$, sabiendo que $a = 82,6cm,\ b = 115cm\ \ y\ \ \widehat{A} = 28,4^{o}$

Ten en cuenta que puede haber 0, 1 o 2 soluciones.

6) Resuelve las siguiente ecuaciones trigonométricas:

a) $5 - 7sen\,x - 2\cos^2 x = 0$

b) $sen\,2x - \sqrt{2}\cos x = 0$

SOLUCIONES

1) Calcula las razones trigonométricas de los ángulos:

a) $6360^{o} = 17 \cdot 360^{o} + 240^{o}$. Es decir, son 17 vueltas y 240º.

$$\begin{array}{l|l} 6360 & 360 \\ \hline 2760 & 17 \\ \underbrace{240} & \end{array}$$

$$sen\,6360^{o} = sen\,240^{o} = -sen\,60^{o} = \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\cos 6360^{o} = \cos 240^{o} = \cos 60^{o} = \boxed{\frac{-1}{2}}$$

$$tg\,6360^{o} = tg\,240^{o} = tg\,60^{o} = \boxed{\sqrt{3}}$$

b) $\frac{7\pi}{2} = \frac{4\pi}{2} + \frac{3\pi}{2} = 2\pi + \frac{3\pi}{2}$. Es decir, 1 vuelta y 270º.

$$sen\frac{7\pi}{2} = sen\,270^{o} = \boxed{-1}$$

$$\cos\frac{7\pi}{2} = \cos 270^{o} = \boxed{0}$$

$$tg\frac{7\pi}{2} = tg\,270^{o} \quad \nexists$$

2) Sabiendo que $\cos\alpha = 0,8$ y $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, calcula:

$$sen^{2}\alpha + 0,8^{2} = 1 \Rightarrow sen\,\alpha = \sqrt{1-0,64} = \pm\sqrt{0,36} \Rightarrow sen\,\alpha = 0,6$$

a) $\cos\left(30^{o} + \alpha\right) = \cos 30^{o} \cdot \cos\alpha - sen 30^{o} \cdot sen\,\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 0,8 - \frac{1}{2} \cdot 0,6 =$

$0,69 - 0,3 = \boxed{0,39}$

b) $\cos\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1+0,8}{2}} = \sqrt{0,9} = \boxed{0,95}$

3) Demuestra la igualdad:

$$\frac{sen^{2}\alpha}{\cos\alpha} + \frac{2sen\,\alpha}{tg\,2\alpha} = \cos\alpha$$

<u>Demostración:</u>

$$\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{2sen\,\alpha}{tg\,2\alpha}=\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{2sen\,\alpha}{\frac{sen\,2\alpha}{\cos 2\alpha}}=\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{2sen\,\alpha\cos 2\alpha}{sen\,2\alpha}=$$

$$=\frac{sen^2\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\cancel{2}\,\cancel{sen\,\alpha}\left(\cos^2\alpha-sen^2\alpha\right)}{\cancel{2}\,\cancel{sen\,\alpha}\cos\alpha}=\frac{\cancel{sen^2\alpha}+\cos^2\alpha-\cancel{sen^2\alpha}}{\cos\alpha}=\cos\alpha$$

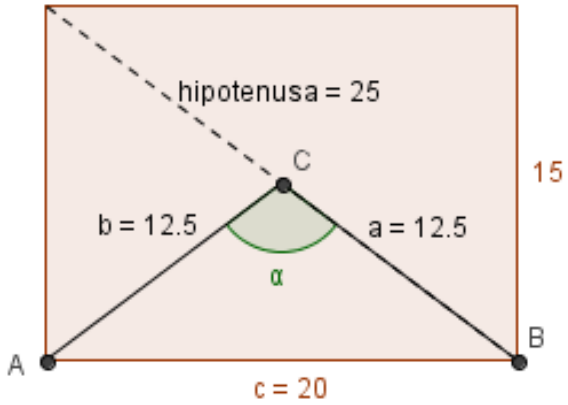
4) La base de un rectángulo mide 20 m y su altura 15 m. determina el ángulo que forman sus diagonales.

Solución:

Por Pitágoras hallamos la diagonal

$h=\sqrt{20^2+15^2}=25m$

Así que resolvemos el triángulo ABC



Por el Teorema del Coseno

$$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C\Rightarrow\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{12,5^2+12,5^2-20^2}{2\cdot 12,5\cdot 12,5}=-0,28$$

Por lo tanto $\widehat{C}=\arccos(-0,28)\Rightarrow\boxed{\alpha=106,26^o}$

5) Resuelve el triángulo $\triangle ABC$, sabiendo que $a=82,6cm,\ b=115cm\ \ y\ \ \widehat{A}=28,4^o$

Ten en cuenta que puede haber 0, 1 o 2 soluciones.

Solución:

Por el teorema del Seno:

$$\frac{a}{sen\widehat{A}}=\frac{b}{sen\widehat{B}}\Rightarrow\frac{82,6}{sen28,4^o}=\frac{115}{sen\widehat{B}}\Rightarrow sen\widehat{B}=\frac{115\cdot sen28,4^o}{82,6}=0,66\Rightarrow$$

$$\lfloor\widehat{B}=arcsen\,0,66=\begin{cases}\boxed{\widehat{B}_1=41,3^o}\\ 180^o-41,3^o=\boxed{\widehat{B}_2=138,7^o}\end{cases}Dos\ \ posibles\ \ soluciones$$

- Si $\widehat{B}=41,3^o\Rightarrow\lfloor\widehat{C}=180^o-28,4^o-41,3^o=\underline{110,3^o}\rfloor$

Por el teorema del Seno:

$$\frac{a}{sen\widehat{A}}=\frac{c}{sen\widehat{C}}\Rightarrow\frac{82,6}{sen28,4^o}=\frac{c}{sen110,3}\Rightarrow\lfloor c=\frac{82,6\cdot sen110,3^o}{sen28,4^o}=\underline{162,88cm}\rfloor$$

- Si $\widehat{B} = 41,3^{o} \Rightarrow \underline{\widehat{C} = 180^{o} - 28,4^{o} - 138,7^{o} = 12,9^{o}}$

Por el <u>teorema del Seno:</u>

$$\frac{a}{sen\widehat{A}} = \frac{c}{sen\widehat{C}} \Rightarrow \frac{82,6}{sen28,4^{o}} = \frac{c}{sen12,9} \Rightarrow \underline{c = \frac{82,6 \cdot sen12,9^{o}}{sen28,4^{o}} = 38,77\,cm}$$

6) Resuelve las siguiente ecuaciones trigonométricas:

a) $5 - 7sen\,x - 2\cos^{2} x = 0$

$$5 - 7sen\,x - 2\left(1 - sen^{2}x\right) = 0 \Rightarrow 5 - 7senx - 2 + 2sen^{2}x = 0 \Rightarrow 2sen^{2}x - 7senx + 3 = 0$$

$$senx = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{4} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4} = \left\langle \begin{array}{l} 3 \\ \frac{1}{2} \end{array} \right.$$

Entonces:

$$\boxed{\left\| \begin{array}{l} x = 30^{o} + 360^{o}k \\ x = 150^{o} + 360^{o}k \end{array} \right. \quad \forall k \in \mathbb{Z}}$$

b) $sen\,2x - \sqrt{2}\cos x = 0$

$$2senx\cos x - \sqrt{2}\cos x = 0$$

$$\cos x\left(2senx - \sqrt{2}\right) = 0$$

$$\cos x\left(2senx - \sqrt{2}\right) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow \boxed{x = 90^{o} + 180^{o}k} & \forall k \in \mathbb{Z} \\ 2senx - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow senx = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \boxed{\begin{cases} x = 45^{o} + 360^{o}k \\ x = 135^{o} + 360^{o}k \end{cases}} \end{cases}$$