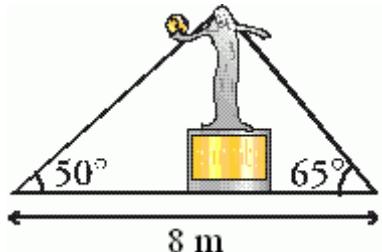


## Examen de Trigonometría

1) Dos amigos se encuentran situados cada uno a un lado de una estatua, como muestra la figura:



- a) ¿Cuál es la altura de la estatua?
- b) ¿A qué distancia de la estatua está cada uno de los amigos?

2) Resuelve los siguientes triángulos:

- a)  $a = 4 \text{ cm}$ ,  $b = 9,5 \text{ cm}$ ,  $C = 50^\circ$ .
- b)  $a = 12,6 \text{ cm}$ ,  $b = 26,4 \text{ cm}$ ,  $B = 124^\circ 34'$ .

3) Si  $\operatorname{tg} a = 2/3$  y  $0^\circ < a < 90^\circ$

- a)  $\operatorname{sen} a$
- b)  $\operatorname{tg}(90^\circ - a)$
- c)  $\cos(180^\circ + a)$
- d)  $\operatorname{tg}(360^\circ - a)$

4) Si  $\operatorname{sen} 24^\circ = 0,4$  y  $\operatorname{sen} 53^\circ = 0,8$ , halla  $\cos 24^\circ$  y  $\cos 53^\circ$ .

Calcula, a partir de ellas,  $\operatorname{sen} 29^\circ$ ,  $\cos 77^\circ$  y  $\operatorname{tg} 12^\circ$ , utilizando las fórmulas de la suma y la diferencia de ángulos y el ángulo mitad.

5) Deduce la fórmula de  $\operatorname{tg} 2a$  a partir de las fórmulas de la suma de ángulos.

Demuestra:  $\cos(x + p/3) - \cos(x + 2p/3) = \cos x$

6) Halla todos los ángulos que cumplen:

- a)  $\operatorname{sen}(x + 45^\circ) + \operatorname{sen}(x - 45^\circ) = 1$ .
- b)  $\cos x \operatorname{sen} 2x - \operatorname{sen} x = 0$ .

## SOLUCIONES

1

$$\left. \begin{array}{l} \operatorname{tg} 50^\circ = \frac{h}{x} \\ \operatorname{tg} 65^\circ = \frac{h}{8-x} \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} x \operatorname{tg} 50^\circ = h \\ (8-x) \operatorname{tg} 65^\circ = h \end{array} \right\}$$

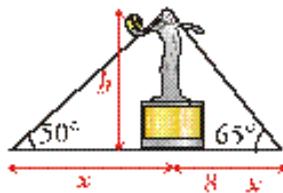
$$x \operatorname{tg} 50^\circ = (8-x) \operatorname{tg} 65^\circ$$

$$x \operatorname{tg} 50^\circ = 8 \operatorname{tg} 65^\circ - x \operatorname{tg} 65^\circ$$

$$x \operatorname{tg} 50^\circ + x \operatorname{tg} 65^\circ = 8 \operatorname{tg} 65^\circ \rightarrow x(\operatorname{tg} 50^\circ + \operatorname{tg} 65^\circ) = 8 \operatorname{tg} 65^\circ$$

$$x = \frac{8 \operatorname{tg} 65^\circ}{\operatorname{tg} 50^\circ + \operatorname{tg} 65^\circ} = 5,14 \text{ m}$$

$$h = x \operatorname{tg} 50^\circ = \frac{8 \operatorname{tg} 65^\circ \operatorname{tg} 50^\circ}{\operatorname{tg} 50^\circ + \operatorname{tg} 65^\circ} = 6,13 \text{ m}$$



La altura de la estatua es de 6,13 m

Uno de los amigos está a 5,14 m y el otro a  $8 - 5,14 = 2,86$  m

2

Hallamos el lado c por el teorema del coseno

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos C$$

$$c^2 = 4^2 + 9,5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 9,5 \cdot \cos 50^\circ \rightarrow c = 7,58 \text{ m}$$

Como conocemos los tres lados la solución es única

Hallamos el ángulo  $\hat{A}$ :

$$\frac{a}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{c}{\operatorname{sen} C} \rightarrow \frac{4}{\operatorname{sen} \hat{A}} = \frac{7,58}{\operatorname{sen} 50^\circ}$$

$$\operatorname{sen} \hat{A} = 0,404 \rightarrow \begin{aligned} \hat{A} &= 23^\circ 50' 38'' \\ \hat{A} &= 156^\circ 9' 22'' \end{aligned}$$

Sólo es válida la primera solución, por lo tanto

$$\hat{B} = 180^\circ - (23^\circ 50' 38'' + 50^\circ) = 106^\circ 9' 22''$$

3

$$1 + \operatorname{tg}^2 a = \frac{1}{\operatorname{cos}^2 a} \rightarrow 1 + \frac{4}{9} = \frac{1}{\operatorname{cos}^2 a} \rightarrow \frac{13}{9} = \frac{1}{\operatorname{cos}^2 a} \rightarrow \operatorname{cos}^2 a = \frac{9}{13}$$

$$a) \operatorname{sen}^2 a + \operatorname{cos}^2 a = 1 \rightarrow \operatorname{sen}^2 a = 1 - \frac{9}{13} = \frac{4}{13} \rightarrow \operatorname{sen} a = \sqrt{\frac{4}{13}} = 0,5547$$

$$b) \operatorname{tg}(90^\circ - a) = \frac{\operatorname{sen}(90^\circ - a)}{\operatorname{cos}(90^\circ - a)} = \frac{\operatorname{cos} a}{\operatorname{sen} a} = \frac{1}{\operatorname{tg} a} = \frac{3}{2}$$

$$c) \operatorname{cos}(180^\circ + a) = -\operatorname{cos} a = -0,8321$$

$$d) \operatorname{tg}(360^\circ - a) = -\operatorname{tg} a = -2/3$$

4

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos 24^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 24^\circ} = \sqrt{1 - 0,4^2} = 0,9165$$

$$\cos 53^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 53^\circ} = \sqrt{1 - 0,8^2} = 0,6$$

$$\begin{aligned}\sin 29^\circ &= \sin(53^\circ - 24^\circ) = \sin 53^\circ \cdot \cos 24^\circ - \cos 53^\circ \cdot \sin 24^\circ = \\ &= 0,8 \cdot 0,9165 - 0,6 \cdot 0,4 = 0,4932\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos 77^\circ &= \cos(24^\circ + 53^\circ) = \cos 24^\circ \cdot \cos 53^\circ - \sin 24^\circ \cdot \sin 53^\circ = \\ &= 0,9165 \cdot 0,6 - 0,4 \cdot 0,8 = 0,2299\end{aligned}$$

$$\tan 12^\circ = \tan \frac{24^\circ}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos 24^\circ}{1 + \cos 24^\circ}} = \pm 0,2087$$

5

$$\cos(x + \frac{\pi}{3}) - \cos(x - \frac{2\pi}{3}) = \cos x$$

$$\cos x \cos \frac{\pi}{3} - \sin x \sin \frac{\pi}{3} - \cos x \cos \frac{2\pi}{3} + \sin x \sin \frac{2\pi}{3} = \cos x$$

$$\frac{1}{2} \cos x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x - \frac{-1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin x = \cos x$$

$$\frac{\cos x}{2} + \frac{\cos x}{2} = \cos x$$

6

a)  $\sin(x + 45^\circ) + \sin(x - 45^\circ) = 1$

$$\sin x \cos 45^\circ + \cos x \sin 45^\circ + \sin x \cos 45^\circ - \cos x \sin 45^\circ = 1$$

$$2 \sin x \cos 45^\circ = 1$$

$$2 \sin x \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 1$$

$$\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$x = 45^\circ + 360^\circ \cdot k$
$x = 135^\circ + 360^\circ \cdot k$

b)  $\cos x \cdot 2 \sin x \cos x - \sin x = 0$

$$2 \sin x \cos^2 x - \sin x = 0$$

$$\sin x (2 \cos^2 x - 1) = 0$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \cos^2 x = \frac{1}{2} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 0^\circ + 360^\circ \cdot k \\ x = 180^\circ + 360^\circ \cdot k \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos^2 x = \frac{1}{2} \\ \cos x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{array} \right. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = 45^\circ + 360^\circ \cdot k \\ x = 135^\circ + 360^\circ \cdot k \\ x = 225^\circ + 360^\circ \cdot k \\ x = 315^\circ + 360^\circ \cdot k \end{array} \right.$$