

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES

TEMA 6: TEORÍA DE MUESTRAS

- Junio, Ejercicio 4, Opción A
- Junio, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 1, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 2, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 3, Ejercicio 4, Opción B
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción A
- Reserva 4, Ejercicio 4, Opción B
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción A
- Septiembre, Ejercicio 4, Opción B

Se dispone de cuatro tornillos de 1, 2, 3 y 4 gramos de peso respectivamente.

a) Mediante muestreo aleatorio simple, exprese todas las muestras posibles de tamaño 2.

b) Determine la media y la varianza de los pesos medios muestrales

SOCIALES II. 2018 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Suponemos que hay reemplazamiento, con lo cual las muestras posibles son:

(1, 1) (1, 2) (1, 3) (1, 4)
(2, 1) (2, 2) (2, 3) (2, 4)
(3, 1) (3, 2) (3, 3) (3, 4)
(4, 1) (4, 2) (4, 3) (4, 4)

b) Construimos la tabla para las medias muestrales:

x	f	$x \cdot f$	$x^2 \cdot f$
1	1	1	1
1'5	2	3	4'5
2	3	6	12
2'5	4	10	25
3	3	9	27
3'5	2	7	24'5
4	1	4	16
	16	40	110

$$\text{Media} = \mu = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{40}{16} = 2'5$$

$$\text{Varianza} = \sigma^2 = \frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i} - \bar{x}^2 = \frac{110}{16} - 2'5^2 = 0'625$$

En un estudio sobre la utilización de nuevas tecnologías entre los estudiantes de Bachillerato, se ha realizado una encuesta a 500 estudiantes elegidos mediante muestreo aleatorio simple, resultando que 380 de ellos son usuarios de una determinada red social.

a) Calcule un intervalo de confianza al 97% para estimar la proporción de estudiantes que son usuarios de esa red social

b) Suponiendo que se mantiene la proporción muestral, determine el número mínimo de estudiantes a los que sería preciso entrevistar para que, con un nivel confianza del 96%, el error cometido al estimar la proporción de usuarios de la citada red social no supere el 2%.

SOCIALES II. 2018 JUNIO. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C. \left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{380}{500} = 0'76$$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C. \left(0'76 - 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'76 \cdot 0'24}{500}}, 0'76 + 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'76 \cdot 0'24}{500}} \right) = (0'7185; 0'8014)$$

b)

$$p = 0'76$$

$$\frac{1+0'96}{2} = 0'98 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'055$$

$$E = 0'02 = 2'055 \cdot \sqrt{\frac{0'76 \cdot 0'24}{n}} \Rightarrow n = 1925'6 = 1926 \text{ estudiantes}$$

A la salida de unos grandes almacenes se ha tomado una muestra aleatoria simple de 100 clientes, a los que se les ha preguntado por el gasto que han realizado, obteniéndose una media muestral de 110 euros. Se sabe que el gasto sigue una distribución Normal con desviación típica de 20 euros.

a) ¿Qué distribución de probabilidad sigue la media muestral?

b) Obtenga un intervalo de confianza al 90%, para el gasto medio de todos los clientes que han comprado ese día.

c) Si deseamos que el error máximo cometido, con el mismo nivel de confianza, sea 2 euros, ¿cuál ha de ser el tamaño mínimo de la muestra?

SOCIALES II. 2018 RESERVA 1. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(110, \frac{20}{\sqrt{100}}\right) = N(110, 2)$

b) Como el nivel de confianza es del 90%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'90}{2} = 0'95 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'645$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = (110 \pm 1'645 \cdot 2) = (106'71 ; 113'29)$$

c) Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$E = 2 = 1'645 \cdot \frac{20}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \left(\frac{1'645 \cdot 20}{2}\right)^2 = 270'6 \approx 271 \text{ clientes}$$

Se quiere estimar la proporción de estudiantes que asiste de forma regular al cine. Para ello, se toma una muestra aleatoria simple de tamaño 300 y se obtiene que de ellos, 210 acuden con regularidad al cine.

a) Calcule un intervalo de confianza al 92% para estimar la proporción de estudiantes que va regularmente al cine. ¿Qué error máximo se cometería si se diera como estimación de dicha proporción 0'7?

b) Con el mismo nivel de confianza, siendo la proporción muestral la misma, si queremos que el error sea menor que 0'02, ¿cuántos alumnos como mínimo hay que elegir en la muestra.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 1. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C. \left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{210}{300} = 0'7$$

$$\frac{1+0'92}{2} = 0'96 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'755$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C. \left(0'7 - 1'755 \cdot \sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{300}}, 0'7 + 1'755 \cdot \sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{300}} \right) = (0'6535; 0'7464)$$

$$E = 1'755 \cdot \sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{300}} = 0'0464 = 4'64\%$$

b)

$$E = 0'02 = 1'755 \cdot \sqrt{\frac{0'7 \cdot 0'3}{n}} \Rightarrow n = 1617 \text{ estudiantes}$$

El peso de las ciruelas de una determinada variedad sigue una distribución Normal con media desconocida y desviación típica 3 gramos. Se eligen al azar 25 ciruelas de esa variedad y se pesan, resultando un peso medio de 60 gramos.

a) Calcule un intervalo al 95% de confianza para estimar el peso medio de las ciruelas de esa variedad.

b) Calcule el tamaño mínimo de la muestra que se ha de tomar, para que al estimar el peso medio de esa variedad de ciruelas con un nivel de confianza del 99%, el error cometido sea inferior a 1 gramo.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 2. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) La distribución de las medias muestrales es: $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = N\left(60, \frac{3}{\sqrt{25}}\right) = N(60, 0'6)$

Como el nivel de confianza es del 95%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = (60 \pm 1'96 \cdot 0'6) = (58'824 ; 61'176)$$

b) Como el nivel de confianza es del 99%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$E = 1 = 2'575 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = (2'575 \cdot 3)^2 = 59'67 \approx 60$$

Se desea estimar el porcentaje de jóvenes que utilizan una determinada red social. Para ello se escoge una muestra aleatoria simple de 500 jóvenes y de ellos 410 afirman utilizarla.

a) Calcule el intervalo de confianza para la proporción de jóvenes que usa esa red social con un nivel de confianza del 95%.

b) Manteniendo la proporción muestral, determine el tamaño mínimo de la muestra necesario para que, con un nivel de confianza del 97%, el error máximo que se cometa al estimar la proporción de esa población sea inferior a 0.04.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 2. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C. \left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{410}{500} = 0'82$$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C. \left(0'82 - 1'96 \cdot \sqrt{\frac{0'82 \cdot 0'18}{500}}, 0'82 + 1'96 \cdot \sqrt{\frac{0'82 \cdot 0'18}{500}} \right) = (0'7864 ; 0'8536)$$

$$b) \frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Calculamos el tamaño de la muestra

$$E = 0'04 = 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'82 \cdot 0'18}{n}} \Rightarrow n = 434'39 \approx 435$$

El gasto que tienen los jóvenes durante un fin de semana es una variable aleatoria que sigue una distribución Normal de media μ desconocida y desviación típica igual a 6 euros.

a) Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene que el intervalo de confianza al 95% para la media μ es (24.47, 26.43). Calcule el valor de la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.

b) Escogida otra muestra de tamaño 49 para estimar μ calcule el error máximo cometido para esa estimación con un nivel de confianza del 97%.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 3. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) Como el nivel de confianza es del 95%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

$$\text{La media será: } \mu = \frac{24'47 + 26'43}{2} = 25'45$$

Aplicando la fórmula del error calculamos el tamaño de la muestra.

$$E = 26'43 - 25'45 = 0'98 = 1'96 \cdot \frac{6}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 144$$

b) Como el nivel de confianza es del 97%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Aplicando la fórmula del error, tenemos que:

$$E = 2'17 \cdot \frac{6}{\sqrt{49}} = 1'86$$

La Delegación de Tráfico de una ciudad desea estudiar la influencia del uso del teléfono móvil en los accidentes de tráfico. Elegida una muestra aleatoria simple de 250 accidentes registrados el año pasado, se observó que 90 de ellos se produjeron por distracciones debidas al uso del móvil.

a) Determine un intervalo de confianza al 97% para estimar la proporción de accidentes de tráfico debidos al uso del móvil mientras se conduce.

b) Usando la estimación anterior, calcule el tamaño mínimo que debe tener una muestra para estimar la proporción de accidentes con un error máximo del 5% y un nivel de confianza del 99%.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 3. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C. \left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{90}{250} = 0'36$$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C. \left(0'36 - 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'36 \cdot 0'64}{250}}, 0'36 + 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'36 \cdot 0'64}{250}} \right) = (0'2942 ; 0'4258)$$

b)

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

$$E = 0'05 = 2'575 \cdot \sqrt{\frac{0'36 \cdot 0'64}{n}} \Rightarrow n = 611'07 \approx 612$$

La calificación que obtiene el alumnado en una determinada asignatura sigue una distribución Normal de media μ y desviación típica 3 puntos.

- a) Se toma una muestra aleatoria simple de 100 alumnos, resultando una calificación media de 5.7 puntos. Calcule un intervalo de confianza para estimar μ a un nivel de confianza del 95%.
- b) Determine el tamaño mínimo que debe tener una muestra aleatoria para poder estimar μ con un error máximo de 0.5 puntos y un nivel de confianza del 99%.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 4. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

- a) Como el nivel de confianza es del 95%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(5'7 \pm 1'96 \cdot \frac{3}{\sqrt{100}} \right) = (5'7 \pm 0'588) = (5'112 ; 6'288)$$

- b) Como el nivel de confianza es del 99%, podemos calcular $z_{\frac{\alpha}{2}}$

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

Calculamos el tamaño mínimo de la muestra

$$E = 0'5 = 2'575 \cdot \frac{3}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \left(\frac{2'575 \cdot 3}{0'5} \right)^2 = 238'7 \approx 239$$

Una cadena de supermercados desea estimar la proporción de clientes que adquiere un determinado producto. Para ello ha tomado una muestra aleatoria simple de 1000 clientes y ha observado que 300 compraban ese producto.

a) Halle, con un nivel de confianza del 95%, un intervalo de confianza para estimar la proporción de clientes del supermercado que compra ese producto.

b) Si en otra muestra la proporción de clientes que compra ese producto es de 0.25 y el error cometido en la estimación ha sido inferior a 0.03, con un nivel de confianza del 92.5%, calcule el tamaño mínimo de la muestra.

SOCIALES II. 2018 RESERVA 4. EJERCICIO 4 OPCIÓN B

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C. \left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{300}{1000} = 0'3$$

$$\frac{1+0'95}{2} = 0'975 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'96$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C. \left(0'3 - 1'96 \cdot \sqrt{\frac{0'3 \cdot 0'7}{1000}}, 0'3 + 1'96 \cdot \sqrt{\frac{0'3 \cdot 0'7}{1000}} \right) = (0'2716 ; 0'3284)$$

$$b) \frac{1+0'925}{2} = 0'9625 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1'78$$

$$E = 0'03 = 1'78 \cdot \sqrt{\frac{0'25 \cdot 0'75}{n}} \Rightarrow n = 660'08 = 661$$

En una zona escolar formada por tres centros de secundaria, se desea estimar la proporción del alumnado que lleva teléfono móvil al instituto. Se toma una muestra aleatoria simple de 121 estudiantes, de los cuales 74 lo llevan.

a) Determine un intervalo de confianza al 97% para la proporción de este alumnado que lleva el móvil al instituto. ¿Entre qué dos porcentajes varia esa proporción a ese nivel de confianza?.

b) Si con la misma muestra se disminuye el nivel de confianza, ¿Qué efecto tendrá esta disminución en el error de estimación?.

c) Si en la misma zona se elige mediante muestreo aleatorio estratificado con afijación proporcional otra muestra de 121 estudiantes, considerando que el segundo centro escolar tiene el doble de alumnos que el primero y el tercero tiene el triple que el primero, ¿cuántos alumnos de cada centro se deben tomar para constituir la muestra?.

SOCIALES II. 2018 SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4 OPCIÓN A

R E S O L U C I Ó N

a) El intervalo de confianza para la proporción viene dado por:

$$I.C. \left(p - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}, p + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \right)$$

Con los datos del problema calculamos:

$$p = \frac{74}{121} = 0'612$$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Luego, sustituyendo, tenemos:

$$I.C. \left(0'612 - 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'612 \cdot 0'388}{121}}, 0'612 + 2'17 \cdot \sqrt{\frac{0'612 \cdot 0'388}{121}} \right) = (0'516; 0'708)$$

Si pasamos a porcentaje \Rightarrow (51'6% ; 70'8%)

b) El error disminuye.

c)

$$x + 2x + 3x = 121 \Rightarrow 20'16$$

No sale un valor entero. Si en el primero hay 20 alumnos, en el segundo habría 40 y en el tercero 60. Al sumar salen 120 alumnos, es decir, nos falta un alumno. Por lo tanto, hay que tomar un alumno más en un centro. Habría tres posibilidades: (21, 40, 60) ; (20, 41, 60) ; (20, 40, 61).

La edad de los empleados de una empresa sigue una ley Normal de varianza 64 y media desconocida. Se toma una muestra aleatoria simple de 16 empleados de dicha empresa, obteniéndose las siguientes edades:

30 42 38 45 52 60 21 26 33 44 28 49 37 41 38 40

a) Obtenga un intervalo de confianza para estimar la edad media de los empleados, con un nivel de confianza del 97%.

b) Calcule el tamaño mínimo de la muestra que se ha de tomar para estimar la edad media de los empleados, con un error inferior a 2 años y con un nivel de confianza del 99%.

SOCIALES II. 2018. SEPTIEMBRE. EJERCICIO 4. OPCION B

R E S O L U C I Ó N

a) Calculamos la media que será:

$$\mu = \frac{30 + 42 + 38 + 45 + 52 + 60 + 21 + 26 + 33 + 44 + 28 + 49 + 37 + 41 + 38 + 40}{16} = 39$$

$$\frac{1+0'97}{2} = 0'985 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'17$$

Aplicando la fórmula, tenemos:

$$I.C. = \left(39 \pm 2'17 \frac{8}{\sqrt{16}} \right) = (39 \pm 4'34) = (34'66 ; 43'34)$$

b)

$$\frac{1+0'99}{2} = 0'995 \Rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2'575$$

$$E = 2 = 2'575 \cdot \frac{8}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = 106'09 \approx 107 \text{ empleados}$$