MATRICES

Suma de matrices $\mathcal{M}_{m\times n}\times\mathcal{M}_{m\times n}\xrightarrow{+}\mathcal{M}_{m\times n}$ $(A,B)\longrightarrow A+B$	**Producto de un número real por una matriz** $\mathbb{R}\times\mathcal{M}_{m\times n}\xrightarrow{\cdot}\mathcal{M}_{m\times n}$ $(\lambda,A)\longrightarrow\lambda\cdot A$
$\left.\begin{array}{l}A=(a_{ij})\\B=(b_{ij})\end{array}\right\}\Rightarrow A+B=(a_{ij})+(b_{ij})=(a_{ij}+b_{ij})$	$\left.\begin{array}{l}A=(a_{ij})\\\lambda\end{array}\right\}\Rightarrow\lambda\cdot A=\lambda\cdot(a_{ij})=(\lambda\cdot a_{ij})$
<u>Propiedades</u>: 1. Conmutativa: $A+B=B+A$ 2. Asociativa: $(A+B)+C=A+(B+C)$ 3. Elemento neutro: La matriz nula, 0 $A+0=0+A=A$ 4. Elemento simétrico: La matriz opuesta, $-A$ $A+(-A)=-A+A=0$	<u>Propiedades</u>: 1. Seudoasociativa: $\lambda\cdot(\mu\cdot A)=(\lambda\cdot\mu)\cdot A$ 2. Distributiva respecto a la suma de matrices: $\lambda\cdot(A+B)=\lambda\cdot A+\lambda\cdot B$ 3. Distributiva respecto a la suma de números: $(\lambda+\mu)\cdot A=\lambda\cdot A+\mu\cdot A$ 4. Elemento unidad: $1\in\mathbb{R}$ $1\cdot A=A$
$(\mathcal{M}_{m\times n},+)$ es un grupo conmutativo	
$(\mathcal{M}_{m\times n},\mathbb{R},+,\cdot)$ es un espacio vectorial	
Producto de matrices $\mathcal{M}_{m\times n}\times\mathcal{M}_{n\times p}\xrightarrow{\cdot}\mathcal{M}_{m\times p}$ $(A,B)\longrightarrow A\cdot B$	$\left.\begin{array}{l}A=(a_{ij})\\B=(b_{jk})\end{array}\right\}\Rightarrow A\cdot B=C$ y $c_{ik}=\sum_{j=1}^{n}a_{ij}\cdot b_{jk}$
<u>Propiedades</u>: Asociativa: $(A\cdot B)\cdot C=A\cdot(B\cdot C)$ Distributiva respecto a la suma por la izquierda: $A\cdot(B+C)=A\cdot B+A\cdot C$ Distributiva respecto a la suma por la derecha: $(A+B)\cdot C=A\cdot C+B\cdot C$ Seudoasociativa $\lambda\cdot(A\cdot B)=(\lambda\cdot A)\cdot B=A\cdot(\lambda\cdot B)$ Matriz identidad $A\in\mathrm{M}_{m\times n}\ e\ I_n\in\mathrm{M}_n\ \Rightarrow\ A\cdot I_n=A$ $A\in\mathrm{M}_{m\times n}\ e\ I_m\in\mathrm{M}_m\ \Rightarrow\ I_m\cdot A=A$	<u>Observaciones</u>: El producto de matrices no cumple la propiedad conmutativa. $A\cdot B\neq B\cdot A$ $A\cdot B=0\ \not\Rightarrow\ \left\{\begin{array}{l}A=0\\ó\\B=0\end{array}\right.$ $\left.\begin{array}{l}A\cdot C=B\cdot C\\C\neq 0\end{array}\right\}\ \not\Rightarrow\ A=B$ $(A+B)^2\neq A^2+2AB+B^2$ $(A-B)^2\neq A^2-2AB+B^2$ $(A+B)(A-B)\neq A^2-B^2$
Determinante de un producto $\lvert A\cdot B\rvert=\lvert A\rvert\cdot\lvert B\rvert$	
Traspuesta de una matriz es la matriz que se obtiene intercambiando las filas por las columnas	**Inversa de una matriz** A^{-1} es la inversa de $A\ \Leftrightarrow\ A\cdot A^{-1}=A^{-1}\cdot A=I$
$(A+B)^t=A^t+B^t$	A es regular $\Leftrightarrow$ A tiene inversa $\Leftrightarrow$ $\lvert A\rvert\neq 0$
$(\lambda\cdot A)^t=\lambda\cdot A^t$	$(\lambda\cdot A)^{-1}=\frac{1}{\lambda}\cdot A^{-1}\quad(\lambda\neq 0)$
$(A\cdot B)^t=B^t\cdot A^t$	$(A\cdot B)^{-1}=B^{-1}\cdot A^{-1}$
$(A^t)^t=A$	$(A^{-1})^{-1}=A$
$I^t=I$	$I^{-1}=I$
$(A^{-1})^t=(A^t)^{-1}$	$(A^t)^{-1}=(A^{-1})^t$
$\lvert A^t\rvert=\lvert A\rvert$	$\lvert A^{-1}\rvert=\frac{1}{\lvert A\rvert}$