

EXAMEN VIBRACIONES Y ONDAS.

PROBLEMAS

1.- En una cuerda se propaga una onda cuya ecuación viene dada por $y(x,t) = 8 \sin(6t + 2x)$, donde x viene en metros y t en segundos. Calcular:

- La velocidad de propagación de la onda.
- La aceleración a los 6 segundos, de un punto situado a 3 m.
- La diferencia de fase entre dos puntos de la cuerda separados una distancia de 90 cm.

2.- Una partícula de 0,1 kg realiza un MAS de las siguientes características: amplitud 1,7 cm; período 0,2 s; en el instante $t = 0$ se encuentra en la posición $x = -1$ cm.

- Escribir la ecuación del movimiento. Representarlo gráficamente.
- Calcular la velocidad en el instante en que la partícula pasa por el origen $x = 0$.
- Calcular su energía mecánica.

CUESTIONES

- Explica en qué puntos la velocidad y aceleración de un M.A.S. adquieren su valor máximo.
- Di dónde oscilará más despacio un péndulo, en la Tierra o en la Luna. Razona la respuesta.
- Describe brevemente y ayudándote de dibujos, el fenómeno de interferencia de dos ondas.
- ¿En qué consiste la contaminación acústica y qué medios podrían ser aplicables para combatirla?

Soluciones

Problemas

1.- a) Si comparamos la ecuación de la onda con la ecuación más general:

$$y(x,t) = 8 \sin(6t+2x)$$

$$y(x,t) = A \sin(\omega t - kx)$$

deducimos que $\omega = 6 \text{ rad/s}$ y $k = 2 \text{ m}^{-1}$.

Como $\omega = 2\pi/T \rightarrow T = \pi/3 \text{ s}$ y también, como $k = 2\pi/\lambda \rightarrow \lambda = \pi \text{ m}$.

La velocidad de la onda $\mathbf{v = \lambda/T = 3 \text{ m/s}}$

b) Para calcular la velocidad de un punto de la onda hay que derivar en la expresión de la elongación de la onda:

$$v = \frac{dy}{dt} = 48 \cos(6t + 2x)$$

y derivando de nuevo para obtener la aceleración: $a = \frac{dv}{dy} = -288 \sin(6t + 2x)$

y sustituyo los valores pedidos:

$$a(x=3\text{m}, t=6\text{s}) = -288 \sin(6 \cdot 6 + 2 \cdot 3) = \mathbf{-263,9 \text{ m/s}^2}$$

c) La fase es el argumento del seno. La diferencia de fase será entonces:

$$\Delta\phi = |(6t_1 + 2x_1) - (6t_2 + 2x_2)| = 2 \cdot |x_1 - x_2| = 2 \cdot 0,9 = \mathbf{1,8 \text{ rad}}$$

Suponiendo que la distancia entre esos dos puntos se ha medido en un cierto instante, y por tanto $t_1 = t_2$

2.- a) La ecuación de un MAS: $x = A \sin(\omega t + \phi_0)$

$$\omega = 2\pi/T = 10 \pi \text{ rad/s}$$

y la ecuación queda: $x = 0,017 \sin(10\pi t + \phi_0)$

Para calcular la fase inicial, hay que imponer las condiciones iniciales:

$$-0,01 = 0,017 \sin(10\pi \cdot 0 + \phi_0) \rightarrow \frac{-0,01}{0,017} = \sin \phi_0 \Rightarrow \phi_0 = -36^\circ \equiv -\frac{\pi}{5} \text{ rad}$$

y la ecuación quedará:

$$\mathbf{x = 0,017 \sin(10\pi t + \pi/5)}$$

b) Para calcular la velocidad cuando la partícula pasa por el origen, sabemos que en ese instante la velocidad es máxima. Bastará con calcular la velocidad, derivando e imponiendo la condición de máximo:

$$v = \frac{dx}{dt} = 0,017 \cdot 10\pi \cos(10\pi t + \pi/5) \text{ y el máximo será con el } \cos = \pm 1, \text{ por lo tanto:}$$

$$v = 0,017 \cdot 10 \cdot \pi = \mathbf{0,53 \text{ m/s}}$$

c) Para calcular la energía mecánica utilizamos la expresión $E = \frac{1}{2} k A^2$

con $K = m \cdot \omega^2$ y $\omega = 2\pi/T$

haciendo algo de álgebra, se obtiene: $\mathbf{E = 0,01 \text{ J}}$