PROBLEMAS DE INTERPRETACIÓN DE MATRICES

1. Sean las matrices A y B siguientes:

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} Vino & Ginebra & Limonada \end{array} \\ \begin{pmatrix} 20 & 30 & 50 \\ 30 & 20 & 60 \\ 30 & 30 & 32 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ Bidón\,1 \\ Bidón\,2 \\ Bidón\,3 \end{array} \qquad B = \begin{array}{c} \begin{array}{c} €/l \end{array} \\ \begin{pmatrix} 5 \\ 45 \\ 10 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ Vino \\ Ginebra \\ Limonada \end{array}$$

Las columnas de A representan los litros de vino, ginebra y limonada que se han echado en tres bidones para formar cocteles. Por su parte la matriz B representa los precios por litro de cada uno de los 3 líquidos.

a) ¿Cuál es el significado real de la matriz A.B?

b) Sea C la matriz $\begin{pmatrix} 10 & 4 & 5 \end{pmatrix}$. Hallar CAB y dar su significado real

Sol.: a) $\begin{pmatrix} 1950 \\ 1650 \\ 1820 \end{pmatrix} \begin{array}{l} precio\ del\ bidón\,1 \\ precio\ del\ bidón\,2 \\ precio\ del\ bidón\,3 \end{array}$ b) $CAB = 35200\ €\ valor\ de\ 10\ bidones\,1,\ 4\ bidones\ 2,\ y\ 5\ bidones\ 3.$

2. Una firma de automóviles dispone de dos plantas de fabricación una en España y otra en Inglaterra, en los que fabrica dos modelos de coches M_1 y M_2, de tres colores x, y, z. Su capacidad de producción diaria en cada planta está dada por las siguientes matrices (A para España y B para Inglaterra).

$$A = \begin{pmatrix} 300 & 95 \\ 250 & 100 \\ 200 & 100 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 190 & 90 \\ 200 & 100 \\ 150 & 80 \end{pmatrix}$$

a) Determinar la representación matricial de la producción total por día.

b) Si se eleva la producción en España un 20% y se disminuye en Inglaterra un 10% ¿qué matriz representa la nueva producción total?

Sol.: a) $A + B = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} M_1 & M_2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 490 & 185 \\ 450 & 200 \\ 350 & 180 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ x \\ y \\ z \end{array}$ b) $A_{nueva} + B_{nueva} = 1{,}2A + 0{,}9B = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} M_1 & M_2 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 531 & 195 \\ 410 & 210 \\ 375 & 192 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ x \\ y \\ z \end{array}$

3. Un construtor hace una urbanización con tres típos de viviendas: S (sencillas), N (normales) y L (lujo). Cada vivienda sencilla tiene 1 ventana gande, 7 medianas y 1 pequeña. Cada vivienda normal tiene 2 ventanas grandes, 9 medianas y 2 pequeñas. Y cada vivienda de lujo tiene 4 ventanas grandes, 10 medianas y 3 pequeñas.

Cada ventana grande tiene 4 cristales y 8 bisagras, cada ventana mediana tiene dos cristales y 4 bisagras; y cada ventana pequeña tiene 1 cristal y 2 bisagras.

a) Escribir una matriz que describa el número y tamaño de ventanas en cada tipo de vivienda; y otra matriz que exprese el número de cristales y el número de bisagras en cada tipo de ventana.

b) Calcular una matriz que exprese el número de cristales y de bisagras necesarias en cada tipo de vivienda.

Sol.: a) $A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} G & M & P \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 7 & 1 \\ 2 & 9 & 2 \\ 4 & 10 & 3 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ Tipo\,S \\ Tipo\,M \\ Tipo\,L \end{array}$ $B = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} C & B \end{array} \\ \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ G \\ M \\ P \end{array}$ b) $AB = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} C & B \end{array} \\ \begin{pmatrix} 19 & 38 \\ 28 & 56 \\ 39 & 78 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ S \\ M \\ L \end{array}$

4. Una fábrica de nuebles fabrica 3 modelos de estanterias A, B y C, cada uno en dos tamaños grande y pequeño. Produce diariamente 1000 estanterias grande y 8000 estanterias pequeñas del tipo A, 8000 grandes y 6000 pequeñas del tipo B y 4000 grandes y 6000 pequeñas del tipo C.

Cada estanteria grande lleva 16 tornillos y 6 soportes, y la pequeña lleva 12 tornillos y 4 soportes.

a) Representar esta infirmación en dos matrices.

b) Hallar una matriz que exprese la cantidad de tornillos y soportes necesarios para la producción diaria de cada uno de los seis modelos-tamaño de estanteria

Sol.: a) $M = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} G & P \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1000 & 8000 \\ 8000 & 6000 \\ 4000 & 6000 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ A \\ B \\ C \end{array}$ $N = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} T & S \end{array} \\ \begin{pmatrix} 16 & 6 \\ 12 & 4 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ G \\ P \end{array}$

b) $MN = \begin{pmatrix} 112000 & 38000 \\ 200000 & 72000 \\ 136000 & 48000 \end{pmatrix}$

5. Una fábrica produce 3 articulos y tiene 4 clientes. El resumen mensual de ventas se anota en una matriz, donde cada cliente dispone de un vector fila cuyas componentes indican las cantidades adquiridas de cada artículo. Sea E la matriz de ventas de enero:

$$E=\begin{pmatrix} 9 & 5 & 2 \\ 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix}$$

a) Interpretar la matriz E, explicando como han sido las ventas.

b) Durante el mes de febrero se han realizado las siguientes ventas: el primer cliente ha comprado 5 unidades del primer artículo, 2 del segundo y 3 del tercero; el segundo cliente, 6 unidades de cada uno; el tercero sólo 4 unidades del primer artículo y el cuarto no ha comprado nada. Construir la matriz de ventas del mes de febrero.

c) Hallar las ventas conjuntas del mes de enero y febrero.

d) Hallar la variación de las ventas de febrero en relación con las de enero.

e) ¿Cuál sería la matriz de ventas del mes de vacaciones?

f) Si las ventas del mes de marzo han duplicado las de enero y las de abril han cuadruplicado las de marzo. ¿Cuál habrá sido el total de ventas en el primer cuatrimestre?

Sol.: b) $A=\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A_1 & A_2 & A_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 9 & 5 & 2 \\ 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{array}$ $B=\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A_1 & A_2 & A_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 5 & 2 & 3 \\ 6 & 6 & 6 \\ 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{array}$

c) $A+B=\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A_1 & A_2 & A_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 14 & 7 & 5 \\ 9 & 14 & 6 \\ 4 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & -1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{array}$

d) $B-A=\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A_1 & A_2 & A_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} -4 & -3 & 1 \\ 3 & -2 & 6 \\ 4 & 0 & 0 \\ -6 & -7 & 1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{array}$

e) vacaciones = 0

f) $A+B+2A+8A=11A+B=\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A_1 & A_2 & A_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 104 & 57 & 25 \\ 39 & 94 & 6 \\ 4 & 0 & 0 \\ 66 & 77 & -11 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{array}$

6. Una fábrica de coches produce tres modelos: coupé, ranchera y económico. Cada coche necesita las cantidades de cada uno de los siguientes conceptos, relacionados en la matriz C, en unidades convenientemente elegidas: materiales, personal, impuestos y transporte.

$$C=\begin{pmatrix}7 & 10 & 5 & 2\\ 8 & 9 & 3 & 3\\ 5 & 7 & 2 & 1\end{pmatrix} \qquad P=\begin{pmatrix}60 & 40 & 90\end{pmatrix} \qquad V=\begin{pmatrix}5\\ 15\\ 7\\ 2\end{pmatrix}$$

La matriz P indica la producción semanal y la matriz V el valor de una unidad de cada concepto.

Obtener las matrices que representan:

a) Las unidades semanales necesarias de cada concepto.

b) Los costes de un coche de cada modelo.

c) El coste total de la producción semanal.

Sol.: a) $PC=\begin{pmatrix}\overset{m}{1190} & \overset{p}{1590} & \overset{i}{600} & \overset{t}{330}\end{pmatrix}$ b) $CV=\begin{pmatrix}224\\ 202\\ 146\end{pmatrix}$ c) PCV=34660

7. En una localidad hay dos institutos, uno rojo y otro verde, en los cuales están matriculados alumnos de tres pueblos diferentes. En el Instituto Rojo hay en el primer curso 100 alumnos del pueblo A, 80 del pueblo B y 30 del pueblo C; en segundo curso hay 56 del A, 50 del B y 20 del C; en tercer curso hay 50 del A, 35 del B y 12 del C; en cuarto hay 40 del A, 25 del B y 8 del C, en primero de bachille-rato hay 18 del A, 14 del B y 6 del C y en segundo de bachillerato hay 12 del A, 8 del B y 2 del C.

En el Instituto Verde han recogido la matriculación en la matriz

$$V=\begin{pmatrix}70 & 25 & 30\\ 30 & 10 & 14\\ 24 & 12 & 12\\ 10 & 9 & 8\\ 10 & 8 & 4\\ 8 & 6 & 3\end{pmatrix}$$

a) Construir la matriz de matriculación del Instituto Rojo

b) Determinar la matriz que nos dé la distribución de alumnos agrupando los dos institutos.

8. La compañía “Motor Car” fabrica tres modelos de automóviles: “Rapid”, “Audax” y “Supersonic”. Diariamente produce 500 turismos “Rapid” de lujo (L) y 350 turismos “Rapid” del tipo normal (N). Asimismo, fabrica 400 L y 250 N de su modelo “Audax” y 300L y 550 N de su modelo “Supersonic”. Cada coche de lujo lleva 2 bocinas y 10 lámparas y cada coche normal lleva 1 bocina y 6 lámparas.

a) Representar en dos matrices diferentes ambas informaciones.

b) Hallar el número de bocinas que se necesitan diariamente para equipar los modelos “Rapid”.

c) Hallar el número de lámparas necesarias cada día para equipar los modelos “Supersonic”.

d) Representar en una matriz las bocinas y lámparas que se precisan diariamente para equipar los tres modelos (independientemente del modelo).

Sol.: a) $A=\begin{array}{c} \begin{array}{cc} L & N \end{array} \\ \begin{pmatrix} 500 & 350 \\ 400 & 250 \\ 300 & 550 \end{pmatrix} \end{array}\begin{array}{c} \\ R \\ A \\ S \end{array}$ $B=\begin{array}{c} \begin{array}{cc} boc & lamp \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2 & 10 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} \end{array}\begin{array}{c} \\ L \\ N \end{array}$ b) 1350 boc. c) 6300 lamp. d) $AB=\begin{pmatrix} 1350 & 7100 \\ 1050 & 5500 \\ 1150 & 6300 \end{pmatrix}$ se suman la columnas (3550 14900)

9. En un informe anual de “Petróleos S.A.”, el presidente dice a sus accionistas: “Como saben, producimos tres lubricantes patentados en nuestras dos refinerias. Diariamente, se producen tres barriles del tipo Normal en la primera factoría y cuatro en la segunda. Para nuestro lubricante Extra las producciones son de 7 y 5 barriles, respectivamente, mientrás que para el Super, la producción es de 2 y 6 barriles, respectivamente.

En cada barril de 50 litros de nuestro lubricante Normal hay 10 l. de aceites finos, 5 l. de alquitran y 35 l de grasas residuales. Para un barril de lubricante Extra se necesitan es de 15 l. de aceites finos, 4 l. de alquitrán y 31 l. de grasas residuales. Finalmente, para nuestro lubricante Super la composición es 18 l. de aceites finos, 2 l. de alquitrán y 30 l. de grasas residuales.”

a) Recoger la información en dos matrices A_{2x3} y B_{3x3}.

b) Determinar la matriz que nos dá el consumo de todos los elementos que forman parte de un lubricante en cada refinería.

Sol.: a) $A=\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} N & E & S \end{array} \\ \begin{pmatrix} 3 & 7 & 2 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \end{array}\begin{array}{c} \\ R_1 \\ R_2 \end{array}$ $B=\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} Finos & Alquitran & Grasas \end{array} \\ \begin{pmatrix} 10 & 5 & 35 \\ 15 & 4 & 31 \\ 18 & 2 & 30 \end{pmatrix} \end{array}\begin{array}{c} \\ N \\ E \\ S \end{array}$ b) $AB=\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} Finos & Alquitran & Grasas \end{array} \\ \begin{pmatrix} 171 & 47 & 382 \\ 223 & 52 & 475 \end{pmatrix} \end{array}\begin{array}{c} \\ R_1 \\ R_2 \end{array}$

10. En una academia de idiomas se imparte inglés y alemán en cuatro niveles y dos modalidades: grupos normales y grupos reducidos. La matriz

$$A = \begin{pmatrix} 130 & 160 \\ 120 & 80 \\ 210 & 130 \\ 100 & 60 \end{pmatrix}$$

expresa el número de personas de cada grupo, donde la primera columna corresponde a los cursos de inglés, la segunda a los de alemán y las filas, a los niveles primero, segundo, tercero y cuarto, respectivamente. Las columnas de la matriz

$$B = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.25 & 0.4 & 0.75 \\ 0.8 & 0.75 & 0.6 & 0.25 \end{pmatrix}$$

reflejan el porcentaje de estudiantes (común para ambos idiomas) que siguen curso reducido (primera fila) y curso normal (segunda fila) para cada uno de los niveles.

a) Obtener la matriz que proporciona el número de estudiantes por modalidad e idioma.

b) Sabiendo que la academia cobra 30 € por persona en grupos reducidos y 20 € por persona en grupo normal, hallar la cantidad ingresada en cada uno de los idiomas.

11. En un Instituto de Enseñanza Obliglatoria hay alumnos de tres pueblos A, B y C, distribuidos por cursos según la matriz D_{3x4}. Una empresa de transporte elabora dos rutas "a" y "b". Los kilómetros que recorrerían los alumno de cada pueblo se muestran en la matriz E_{2x3}:

$$D = \begin{pmatrix} 212 & 190 & 125 & 98 \\ 96 & 75 & 50 & 12 \\ 24 & 26 & 10 & 8 \end{pmatrix} \qquad E = \begin{pmatrix} 8 & 24 & 46 \\ 9 & 32 & 20 \end{pmatrix}$$

Si el precio por alumno y kilómetro recorrido es de 0'12 € expresa matricialmente lo que recaudaría por curso para cada itinerario.

Sol.: $0{,}12 D^t E^t = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} a & b \end{array} \\ \begin{pmatrix} 612{,}48 & 655{,}20 \\ 541{,}92 & 555{,}60 \\ 330{,}24 & 355{,}80 \\ 172{,}80 & 171{,}12 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ 1^o \\ 2^o \\ 3^o \\ 4^o \end{array}$

12. Un fabricante produce tres tipos de clavos: de alumio (A), de cobre (Q) y de acero (H). Todos ellos se fabrican en longitudes de 1; 1’5; 2 y 2’5 centímetros con los precios respectivos siguientes:

Clavos A:	0’02 €	0’03 €	0’04 €	0’05 €
Clavos Q:	0’03 €	0’045 €	0’06 €	0’075 €
Clavos H:	0’04 €	0’06 €	0’08 €	0’1 €

Sabindo que en un minuto se producen:

De 1 cm de longitud:	100 A	50 Q	700 H
De 1’5 cm de longitud:	200 A	20 Q	600 H
De 2 cm de longitud:	500 A	30 Q	400 H
De 2’5 cm de longitud:	300 A	10 Q	800 H

Se pide:

a) Resumir la información anterior en dos matrices M y N. M será una matriz de 3x4 que recoja la producción por minuto y N una matriz 4x3 que reoja los precios.

b) Calcular los elementos de la diagonal principal de la matriz M.N y dar su significado.

c) Hacer lo mismo para la matriz N.M

Sol.:a) $M = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 1.5 & 2 & 2.5 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 100 & 200 & 500 & 300 \\ 50 & 20 & 30 & 10 \\ 700 & 600 & 400 & 800 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} A \\ Q \\ H \end{array}$ $N = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A & Q & H \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0{,}02 & 0{,}03 & 0{,}04 \\ 0{,}03 & 0{,}045 & 0{,}06 \\ 0{,}04 & 0{,}06 & 0{,}08 \\ 0{,}05 & 0{,}075 & 0{,}1 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} 1 \\ 1.5 \\ 2 \\ 2.5 \end{array}$

b) $(MN)_{11}$=43 € coste de todos los tornillos de aluminio hechos en un minuto

$(MN)_{22}$=4,95 € coste de todos los tornillos de cobre hechos en un minuto

$(MN)_{33}$=176 € coste de todos los tornillos de acero hechos en un minuto

c) $(NM)_{11}$=31,5 € coste de los tornillos de 1 cm.

$(NM)_{22}$=42,9 € coste de los tornillos de 1.5 cm.

$(NM)_{33}$=53,8 € coste de los tornillos de 2 cm.

$(NM)_{44}$=95,75 € coste de los tornillos de 2.5 cm.

13. Una Caja de Ahorros dispone de tres agencias en una misma localidad y les abastece de bolígrafos, folios, typpex y cintas a través de tres proveedores, que les ponen los siguientes precios: el proveedor 1 cobra 2 € por bolígrafo, 50 € por cada paquete de folios, 20 € por el typpex y 18 € por cada cinta. El proveedor 2 cobra 1’5 € por bolígrafo, 60 € por los folios, 15 € por el typpex y 19 € por cinta. El tercer proveedor cobra 1’8 €, 50 €, 25 € y 17 € respectivamente, por los mismos artículos.

Expresar estos datos en una matriz A.

Supongamos que la agencia 1 necesita 200 bolígrafos, 75 paquetes de folios, 50 botes de typpex y 50 cintas; la agencia 2 requiere 100, 50, 50 y 75; y la agencia tres necesita 150, 60, 65 y 50. Disponer esta información en una matriz B.

Interpretar el producto A.B, y usar este resultado para decidir que proveedor debe servir a cada agencia.

Sol.: $A = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} Bolis & Folio & Typpex & Cinta \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2 & 50 & 20 & 18 \\ 1{,}5 & 60 & 15 & 19 \\ 1{,}8 & 50 & 25 & 17 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{array}$ $B = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A_1 & A_2 & A_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 200 & 100 & 150 \\ 75 & 50 & 60 \\ 50 & 50 & 65 \\ 50 & 75 & 50 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ \text{Bolis} \\ \text{Folio} \\ \text{Typpex} \\ \text{Cintas} \end{array}$. $AB = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} A_1 & A_2 & A_3 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 6050 & 5050 & 5500 \\ 6550 & 5325 & 5750 \\ 6210 & 5205 & 5745 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{array}$ el mejor proveedor es P_1.

14. Un comerciante trabaja con dos marcas de conservas A y B. De la marca A vende diariamente 48 latas de sardinas, 62 latas de bonito y 30 latas de berberechos. A su vez de la marca B vende diariamente 30 latas de sardinas, 84 de bonito y 26 de berberechos. Calcular la matriz que nos dé el número de latas que se venden diariamente. Si el supermercado cierra los sábados por la tarde y la venta de la mañana es la mitad de la venta diaria ¿sabrías hallar la mtriz que nos relaciona la venta de latas en una semana

15. En un colegio se imparten los cursos 1º, 2º y 3º de ciertas enseñanzas. Los profesores tienen asignado un número de horas de clase, tutorías y guardias a cubrir de acuerdo con la siguiente matriz:

$$M = \begin{array}{c} \\ 1^o \\ 2^o \\ 3^o \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} clase & guardias & tutorías \end{array} \\ \begin{pmatrix} 20 & 5 & 3 \\ 18 & 6 & 5 \\ 22 & 1 & 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

El colegio paga cada hora de clase a 20 €, cada hora de guardia a 5 € y cada hora de tutoría a 10 €, según el vector: $C = \begin{pmatrix} 20 \\ 5 \\ 10 \end{pmatrix}$

El colegio dispone de 5 profesores para primer curso, 4 para segundo y 6 para tercero, representados por el vector: P = (5 4 6). Calcular e interpretar cada uno los resultados: a) PM b) MC c) PMC

Sol.: a) $PM = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} clase & guardias & tutorias \end{array} \\ \begin{pmatrix} 304 & 55 & 47 \end{pmatrix} \end{array}$ b) $MC = \begin{pmatrix} 455 \\ 440 \\ 465 \end{pmatrix}$ c) PMC=6825

16. Como resultado de un estudio de cambio de domicilio en una ciudad española, se han obtenido las proporciones de sus habitantes, y los de su entorno, que cambian dicho domicilio a lo largo de un período de diez años. Con ellas se ha confeccionado la tabla siguiente que recoge las proporciones, en tanto por uno de la población, de los habitantes que mueven su domicilio desde la ciudad a la región próxima u otras regiones, desde la región próxima a la ciudad o a otras regiones, o que llegan de otras regiones bien a la ciudad o a su región próxima, durante dicho período de diez años.

Proporción que cambia de domicilio

Desde ↓ \ A →	Ciudad	Región	Otras regiones
Ciudad	0.7	0.2	0.1
Región	0.1	0.8	0.1
Otras regiones	0.6	0.4	0

Al comienzo del año en curso, la ciudad tiene una población de 3,5 millones de habitantes, y la población de la región es de 1,5 millones. Se espera que durante los próximos diez años lleguen de otras regiones 0,5 millones de nuevos residentes.

(a) Escribir la matriz que recoge las proporciones de cambio de población P, y con ella calcular la distribución de la población (ciudad/región/otras regiones) al cabo de diez años.

(b) Si las proporciones anteriores se conservan válidas también para los últimos diez años, ¿cuál era la población de la ciudad hace diez años?.

17. Una empresa fabrica tres tipos de artículos: A, B y C. Los precios de coste de cada unidad son 6, 9’2 y 14’3 euros, respectivamente. Los correspondientes precios de venta de una unidad de cada artículo son 18, 28 y 40 euros. El número de unidades vendidas anualmente es de 2.240, 1.625 y 842 respectivamente. Sabiendo que las matrices de costes e ingresos, C e I, son diagonales y que la matriz de ventas, V, es una matriz fila, se pide:

a) Determinar las matrices C, I y V.

b) Obtener, a partir de las matrices anteriores, la matriz de ingresos anuales correspondiente a los tres artículos, la matriz de gastos anuales y la matriz de beneficios anuales

18. En una acería se fabrican tres tipos de productos: acero en láminas, en rollos o aceros especiales. Estos productos requieren chatarra, carbón y aleaciones en las cantidades que se indican en la tabla siguiente, por cada unidad de producto fabricado:

	Acero en láminas	Acero en rollos	Aceros especiales
Chatarra	8	6	6
Carbón	6	6	4
Aleaciones	2	1	3

a) Si durante el próximo mes se desean fabricar 6 unidades de acero en láminas, 4 unidades de acero en rollos y 3 unidades de aceros especiales, obtener una matriz que indique las cantidades de chatarra, carbón y aleaciones que serán necesarias.

b) Si se dispone de 34 unidades de chatarra, 28 de carbón y 9 de aleaciones, ¿cuántas unidades de cada tipo de acero se podrán fabricar con estos materiales?

Sol.: a) $A=\begin{pmatrix} 8 & 6 & 6 \\ 6 & 6 & 4 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$ $AB=\begin{pmatrix} 90 \\ 72 \\ 25 \end{pmatrix}$ b) CA=(458 381 399)

19. Carmen trabaja como telefonista en una empresa de lunes a viernes entre las nueve de la mañana y las dos de la tarde. Además, cuida a un bebé de cuatro a siete de la tarde los lunes, miércoles y viernes y es mecanógrafa en un bufete de abogados los martes y jueves de cinco a nueve.

a) Escribir la matriz que expresa el número de horas que dedica a cada actividad a lo largo de los días de la semana.

b) Si le pagan 15 € por hora como telefonista, 8 € por cada hora que cuida al bebé y 20 € por hora por su trabajo como mecanógrafa, expresar matricialmente los ingresos diarios de Carmen.

c) Si dejara de ir los lunes a cuidar al bebé y los jueves al bufete y le aumentaran el sueldo como telefonista un 5%, ¿cómo serían en este caso las dos matrices anteriores?

Sol:

$$a)\ A=\begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 3 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 4 & 0 \end{pmatrix} \quad b)\ B=\begin{pmatrix} 15 & 8 & 20 \end{pmatrix} \quad B.A=\begin{pmatrix} 99 & 155 & 99 & 155 & 99 \end{pmatrix}$$

$$c)\ \begin{pmatrix} 15'75 & 8 & 20 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 3 \\ 0 & 4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 78'75 & 158'75 & 102'75 & 78'75 & 102'75 \end{pmatrix}$$