

- Problemas con fracciones

1. Un ciclista recorre el primer día $\frac{2}{7}$ de la distancia, el segundo día $\frac{1}{8}$ y el tercero $\frac{3}{14}$. ¿Qué fracción de distancia lleva recorrido?

Solución:

$$\frac{2}{7} + \frac{1}{8} + \frac{3}{14} = \frac{16}{56} + \frac{7}{56} + \frac{12}{56} = \frac{35}{56} = \frac{5}{8}$$

Lleva recorridos los $\frac{5}{8}$ de la distancia

2. Un coche tiene que recorrer una distancia de 300 km en 3 horas. La primera hora recorre $\frac{3}{9}$ de la distancia, la segunda $\frac{5}{10}$ y la última $\frac{2}{12}$. ¿Cuántos kilómetros recorrió cada hora?

Solución:

$$\text{Primera hora: } \frac{3}{9} \cdot 300 = \frac{900}{9} = 100 \text{ km.}$$

$$\text{Segunda hora: } \frac{5}{10} \cdot 300 = \frac{1500}{10} = 150 \text{ km.}$$

$$\text{Tercera hora: } \frac{2}{12} \cdot 300 = \frac{600}{12} = 50 \text{ km.}$$

**3. Raúl se gasta $\frac{2}{5}$ de su paga en el cine y $\frac{1}{4}$ en la compra de una revista
¿Qué fracción de su dinero se ha gastado?**

Solución:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{4} = \frac{8}{20} + \frac{5}{20} = \frac{13}{20}$$

4. De una garrafa de agua, Juan saca $\frac{1}{3}$ del contenido y Pedro $\frac{1}{3}$ de lo que queda. Al final restan en la garrafa 4 litros de agua. ¿Cuál es la capacidad de la garrafa?

Solución: Después de sacar Juan $\frac{1}{3}$ quedan $\frac{2}{3}$ del contenido.

Pedro saca $\frac{1}{3}$ de lo que queda, es decir, $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

$$1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{9} \right) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

Queda:

$$\frac{4}{9}$$

Por tanto, $\frac{4}{9}$ equivalen a 4 litros.

$\frac{1}{9}$ equivale a 1 litro y $\frac{9}{9}$ equivalen a 9 litros.

La garrafa contenía 9 litros de agua.

- Fracciones equivalentes y ordenar números racionales

1. Carlos dedica $\frac{2}{9}$ de su tiempo a estudiar, $\frac{1}{8}$ a hacer deporte y $\frac{1}{3}$ a dormir. ¿Cuál es la actividad a la que dedica menos tiempo?

Solución: Estudiar $\rightarrow \frac{2}{9} = \frac{16}{72}$ Deporte $\rightarrow \frac{1}{8} = \frac{9}{72}$ Dormir $\rightarrow \frac{1}{3} = \frac{24}{72}$

$$\text{m.c.m.}(9,8,3) = 72$$

$$\frac{9}{72} < \frac{16}{72} < \frac{24}{72} \rightarrow \frac{1}{8} < \frac{2}{9} < \frac{1}{3}$$

Carlos dedica menos tiempo a hacer deporte.

2. Ordena de forma decreciente las siguientes fracciones:

$$\frac{4}{5}, -\frac{1}{10}, \frac{4}{3} \text{ y } -\frac{5}{6}$$

Solución: $\frac{4}{5}, -\frac{1}{10}, \frac{4}{3} \text{ y } -\frac{5}{6} \rightarrow \frac{24}{30}, -\frac{3}{30}, \frac{40}{30}, -\frac{25}{30} \rightarrow \frac{40}{30} > \frac{24}{30} > -\frac{3}{30} > -\frac{25}{30} \rightarrow \frac{4}{3} > \frac{4}{5} > -\frac{1}{10} > -\frac{5}{6}$
 m.c.m.(5,10,3,6) = 30

3. Reduce a común denominador y ordena de forma creciente las siguientes fracciones:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$$

a) , y

$$\frac{7}{20}, \frac{6}{5}, \frac{3}{10}$$

b) , y

Solución:

$$a) \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6} \rightarrow \frac{6}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12} \rightarrow \frac{6}{12} < \frac{9}{12} < \frac{10}{12} \rightarrow \frac{1}{2} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$

$$b) \frac{7}{20}, \frac{6}{5}, \frac{3}{10} \rightarrow \frac{7}{20}, \frac{24}{20}, \frac{6}{20} \rightarrow \frac{6}{20} < \frac{7}{20} < \frac{24}{20} \rightarrow \frac{3}{10} < \frac{7}{20} < \frac{6}{5}$$

4. Ordena de forma decreciente los números:

0,59

$$-1,\overline{35} \quad \frac{7}{5} \quad -\frac{8}{9}$$

Solución:

$$-1,\overline{35} = -\frac{135}{99} = -\frac{15}{11}$$

Pasando los decimales a fracción se obtiene:

$$0,5\hat{9} = \frac{59 - 5}{90} = \frac{54}{90} = \frac{3}{5}$$

Reduciendo las fracciones a denominador común:

$$-\frac{15}{11} = -\frac{675}{495} \quad \frac{7}{5} = \frac{693}{495} \quad -\frac{8}{9} = -\frac{440}{495} \quad \frac{3}{5} = \frac{297}{495}$$

Como $\frac{7}{5} > \frac{3}{5} > -\frac{8}{9} > -\frac{15}{11}$, entonces $\frac{7}{5} > 0,5\hat{9} > -\frac{8}{9} > -1,\overline{35}$

5. Reduce a común denominador las siguientes fracciones:

A) $\frac{3}{2}$ y $\frac{2}{5}$ B) $\frac{7}{9}$ y $\frac{5}{6}$

Solución:

$$\frac{3}{2} \quad \frac{2}{5}$$

a) y

$$\text{m.c.m.}(2,5) = 10$$
$$\frac{3}{2} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{15}{10} \quad \frac{2}{5} = \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10}$$

y

$$\frac{7}{9} \quad \frac{5}{6}$$

b) y

$$\text{m.c.m.}(9,6) = 18$$
$$\frac{7}{9} = \frac{7 \cdot 2}{9 \cdot 2} = \frac{14}{18} \quad \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 3}{6 \cdot 3} = \frac{15}{18}$$

y

- Operaciones con fracciones

1. Realiza las siguientes operaciones:

$$\frac{2}{7} - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{14} - \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{4} \right) =$$

a)

$$\frac{2}{5} + \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5} - \left(\frac{1}{4} \right)^2 =$$

b)

Solución:

a) 11/28

b) 91/80

2. Realiza las siguientes operaciones:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{6} - \frac{3}{8} =$$

a)

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} - \frac{2}{5} + \frac{1}{5} =$$

b)

Solución:

a) 1/24

b) 7/40

3. Realiza las siguientes operaciones

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{2}{6} - \frac{3}{8} =$$

a)

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} =$$

b)

$$\frac{4}{3} : \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{6} \right) - \frac{3}{4} =$$

c)

Solución: a) 1/24

b) 1/5

c) 5/4

4. Realiza las siguientes operaciones

$$\frac{4}{10} : \frac{2}{3} - \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} : \frac{3}{5} =$$

a)

$$\frac{4}{10} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} : \frac{3}{5} =$$

b)

Solución:

a) 121/60

b) -9/12

5. Realiza las siguientes operaciones

a) $-\left(-\frac{1}{5}\right) - \frac{3}{25} + \frac{3}{25} + \frac{124}{125}$

b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} : \frac{2}{3} + \frac{1}{5}$

c) $-\frac{5}{6} - \left(-\frac{11}{2} + \frac{6}{5} + 1\right)$

Solución:

a) $-\left(-\frac{1}{5}\right) - \frac{3}{25} + \frac{3}{25} + \frac{124}{125} = -\left(-\frac{1}{5}\right) + \frac{124}{125} = \frac{1}{5} + \frac{124}{125} = \frac{25}{125} + \frac{124}{125} = \frac{149}{125}$

b) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} : \frac{2}{3} + \frac{1}{5} = \frac{3}{4} - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2} + \frac{1}{5} = \frac{3}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

c) $-\frac{5}{6} - \left(-\frac{11}{2} + \frac{6}{5} + 1\right) = -\frac{5}{6} - \left(\frac{-11 \cdot 5 + 6 \cdot 2 + 10}{10}\right) = -\frac{5}{6} - \left(-\frac{33}{10}\right) = -\frac{5}{6} + \frac{33}{10} = \frac{-25 + 99}{30} = \frac{74}{30}$

Realiza las siguientes operaciones:

$$\frac{4}{10} \div \frac{2}{3} - \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} + \frac{5}{3} - \frac{1}{4} \div \frac{3}{5} =$$

a)

$$\left(\frac{2}{3} - \frac{7}{2} - \frac{5}{6} + \frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{4}{3} + \frac{2}{3} - \sqrt{\frac{1}{6^2}}\right)^2 =$$

b)

Solución:

a) 121/60

b) -49/18

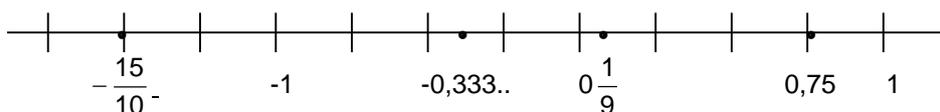
- Representación de fracciones y ordenar números racionales

1. El premio de un sorteo se reparte entre 12 personas. ¿Qué parte del premio recibirá cada uno de ellos? ¿Qué fracción corresponde a lo que reciben 5 personas? Representa el resultado en la recta real.

2. Representa en la recta real los siguientes números:

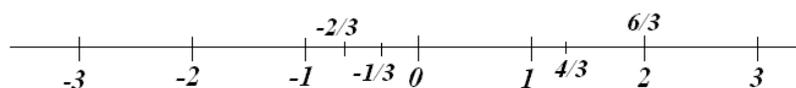
$$-\frac{15}{10} \qquad -0,333333... \qquad 0,75 \qquad \frac{1}{9}$$

Solución:



3. A partir de la unidad fraccionaria $1/3$, representa en la recta real: $1/3$, $4/3$, $6/3$, $-2/3$

Solución:



2. Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{2}, \frac{3}{5}, \frac{4}{3} \text{ y } \frac{5}{8}$$

Solución:

Reducimos a común denominador:

$$\frac{1}{2} = \frac{60}{120}, \quad \frac{2}{3} = \frac{80}{120}, \quad \frac{1}{4} = \frac{30}{120}, \quad \frac{5}{2} = \frac{300}{120}, \quad \frac{3}{5} = \frac{72}{120}, \quad \frac{4}{3} = \frac{160}{120} \text{ y } \frac{5}{8} = \frac{75}{120}$$

El orden de las fracciones, cuando todas tienen el mismo denominador, está dado por el orden de los numeradores, ya que si el numerador es menor, la fracción es menor.

Ordenados de menor a mayor:

$$\frac{1}{4} < \frac{1}{2} < \frac{3}{5} < \frac{5}{8} < \frac{2}{3} < \frac{4}{3} < \frac{5}{2}$$

3. Ordena de forma decreciente las siguientes fracciones:

$$\frac{4}{5}, -\frac{1}{10}, \frac{4}{3} \text{ y } -\frac{5}{6}$$

Solución:

$$\frac{4}{5}, -\frac{1}{10}, \frac{4}{3} \text{ y } -\frac{5}{6} \rightarrow \frac{24}{30}, -\frac{3}{30}, \frac{40}{30}, -\frac{25}{30} \rightarrow \frac{40}{30} > \frac{24}{30} > -\frac{3}{30} > -\frac{25}{30} \rightarrow \frac{4}{3} > \frac{4}{5} > -\frac{1}{10} > -\frac{5}{6}$$

$$\text{m.c.m.}(5,10,3,6) = 30$$

4. Reduce a común denominador y ordena de forma creciente las siguientes fracciones:

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}$$

c) , y

$$\frac{7}{20}, \frac{6}{5}, \frac{3}{10}$$

d) , y

Solución:

$$a) \frac{1}{2}, \frac{3}{4} \text{ y } \frac{5}{6} \rightarrow \frac{6}{12}, \frac{9}{12}, \frac{10}{12} \rightarrow \frac{6}{12} < \frac{9}{12} < \frac{10}{12} \rightarrow \frac{1}{2} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$$

$$b) \frac{7}{20}, \frac{6}{5} \text{ y } \frac{3}{10} \rightarrow \frac{7}{20}, \frac{24}{20}, \frac{6}{20} \rightarrow \frac{6}{20} < \frac{7}{20} < \frac{24}{20} \rightarrow \frac{3}{10} < \frac{7}{20} < \frac{6}{5}$$

- Fracción generatriz

1. Calcula, pasando a fracción, las siguientes operaciones:

- a) $0,4333... + 2,3444...$
b) $3,829829829... - 1,928928928...$
c) $0,333... + 0,777...$

Solución:

a) $0,4333... + 2,3444... = \frac{43-4}{90} + \frac{234-23}{90} = \frac{39}{90} + \frac{211}{90} = \frac{250}{90} = \frac{25}{9}$
b) $3,829829829... - 1,928928928... = \frac{3829-3}{999} - \frac{1928-1}{999} = \frac{3826-1927}{999} = \frac{1899}{999}$
c) $0,333... + 0,777... = \frac{3}{9} + \frac{7}{9} = \frac{9}{9} = 1$

2. Calcula, pasando a fracción, las operaciones:

- a) $0,333... + 0,525252...$
b) $5,2333... - 1,3222...$

Suma luego, directamente, los números decimales, pásalos a fracciones y comprueba que se obtiene el mismo resultado.

Solución:

a) $0,333... + 0,525252... = \frac{3}{9} + \frac{52}{99} = \frac{3 \cdot 11 + 52}{99} = \frac{85}{99}$
 $0,3333333333333333..... + 0,5252525252525252..... = 0,8585858585858585... = \frac{85}{99}$
b) $5,2333... - 1,3222... = \frac{523-52}{90} - \frac{132-13}{90} = \frac{471-119}{90} = \frac{352}{90}$
 $5,2333... - 1,3222... = 3,91111... = \frac{391-39}{90} = \frac{352}{90}$

4. Calcula la forma fraccionaria o decimal (identificando cada una de sus partes), según corresponda de:

- a) $9,2777..$ c) $\frac{28}{160}$
b) $14,371717...$ d) $\frac{63}{22}$

Solución:

- $\frac{927-92}{90}$
a) Parte entera 9, anteperiodo 2, periodo 7
 $\frac{14371-143}{9900}$
b) Parte entera 14, anteperiodo 3, periodo 71
c) $0,175$ No es un número periódico
d) $2,863636...$ Parte entera 2, anteperiodo 8, periodo 36

5. Escribe en forma de fracción los siguientes números reales:

a) 1,43000...

b) -9,636363....

c) 1,010010001...

d) 9,636363...

Solución:

$$\frac{143}{100}$$

a)

$$\frac{-963 + 9}{99} = \frac{-954}{99}$$

b)

c) No se puede porque es irracional

$$\frac{963 - 9}{99} = \frac{954}{99}$$

d)

6. Escribe primero los decimales en forma de fracción y luego calcula:

$$\frac{3}{4} - 0,5 \cdot \frac{1}{2} + 2,\widehat{6}$$

Solución:

$$\frac{3}{4} - 0,5 \cdot \frac{1}{2} + 2,\widehat{6} = \frac{3}{4} - \frac{5}{10} \cdot \frac{1}{2} + \frac{26 - 2}{9} = \frac{3}{4} - \frac{5}{20} + \frac{24}{9} = \frac{135 - 45 - 480}{180} = \frac{570}{180} = \frac{19}{6}$$

- Clasificar números reales

1. Sin realizar las siguientes operaciones, indica si su resultado es un número racional o irracional y por qué.

a) 0,01100011100001111... + 1,313131...

b) 0,333333.... + 0,333333...

c) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{9}$

d) 0,31323132... + $\sqrt{9}$

Solución:

- a) Irracional, porque en la suma hay un irracional.
- b) Racional, porque se están sumando dos periódicos que se pueden escribir como fracciones.
- c) Irracional, porque en el producto hay un irracional.
- d) Racional, porque sumamos dos racionales, un periódico y uno entero.

2. Clasifica los siguientes números decimales en racionales o irracionales y explica la razón:

- a) 1,3030030003...
- b) 2,1245124512...
- c) 4,18325183251...
- d) 6,1452453454...

Solución:

- a) 1,3030030003... IRRACIONAL porque es un número decimal no periódico.
- b) 2,1245124512... RACIONAL porque es un número decimal periódico y se puede expresar en forma fraccionaria. Su periodo es 1245
- c) 4,18325183251... RACIONAL porque es un número decimal periódico y se puede expresar en forma fraccionaria. Su periodo es 18325
- d) 6,1452453454... IRRACIONAL porque es un número decimal no periódico.

3. Clasifica los siguientes números decimales en racionales o irracionales y explica la razón:

- a) $\frac{\pi}{2}$
- b) $\sqrt{23}$
- c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- d) $-\frac{1}{100001}$

Solución:

- a) $\frac{\pi}{2}$ IRRACIONAL porque el numerador de la fracción es un número decimal no periódico.
- b) $\sqrt{23}$ IRRACIONAL, ya que la solución de la raíz tiene ilimitadas cifras decimales no periódicas.
- c) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ IRRACIONAL, ya que el numerador de la fracción tiene ilimitadas cifras decimales no periódicas.
- d) $\frac{1}{100001}$ RACIONAL porque el cociente de la fracción es un número decimal periódico.

- Potencias

- Operar utilizando las propiedades de las potencias

1. Expresa el resultado como potencia única:

a) $\left\{ \left[\left(\frac{3}{4} \right)^2 \right]^3 \right\}^4$

b) $\left(-\frac{2}{7} \right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{7} \right)^{-5}$

c) $(-6)^3 : (-6)^{-4}$

Solución:

$$\text{a) } \left\{ \left[\left(\frac{3}{4} \right)^2 \right]^3 \right\}^4 = \left(\frac{3}{4} \right)^{24}$$

$$\text{b) } \left(-\frac{2}{7} \right)^2 \cdot \left(-\frac{2}{7} \right)^{-5} = \left(-\frac{2}{7} \right)^{-3}$$

$$\text{c) } (-6)^3 : (-6)^{-4} = (-6)^{3-(-4)} = (-6)^7$$

2. Expresa los números como multiplicación de factores iguales y luego en forma de potencia:

$$\text{a) } \left(-\frac{3}{5} \right) \cdot \left(-\frac{3}{5} \right) \cdot \left(-\frac{3}{5} \right)$$

$$\text{b) } \frac{1}{(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)}$$

$$\text{c) } -128$$

$$\text{d) } \frac{1}{625}$$

Solución:

$$\text{a) } \left(-\frac{3}{5} \right) \cdot \left(-\frac{3}{5} \right) \cdot \left(-\frac{3}{5} \right) = \left(-\frac{3}{5} \right)^3$$

$$\text{b) } \frac{1}{(-5) \cdot (-5) \cdot (-5)} = \frac{1}{(-5)^3} = (-5)^{-3}$$

$$\text{c) } -128 = (-2)^7$$

$$\text{d) } \frac{1}{625} = \frac{1}{5^4} = 5^{-4}$$

3. Expresa en forma de una potencia que tenga como base un número primo:

$$\text{a) } 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$\text{b) } (-3)(-3)(-3)$$

$$\text{c) } \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}$$

- d) **81**
 e) **27**
 $\frac{1}{25}$
 f)

Solución:

- a) $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$
 $(-3)(-3)(-3) = (-3)^3$
 b)
 $\frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \left(\frac{1}{2}\right)^5$
 c)
 d) $81 = 3^4$
 $-27 = (-3)^3$
 e)
 $\frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$

4. En las siguientes operaciones, aplica las propiedades correspondientes y expresa el resultado como potencia única:

- a) $\left[(-5)^2\right]^3 \cdot (-5)^5 : (-5)^4$
 b) $(6^3 \cdot 6^2)^2 : (6^4)^{-2}$

Solución:

- a) $\left[(-5)^2\right]^3 \cdot (-5)^5 : (-5)^4 = (-5)^6 \cdot (-5)^5 : (-5)^4 = (-5)^{6+5-4} = (-5)^7$
 b) $(6^3 \cdot 6^2)^2 : (6^4)^{-2} = (6^5)^2 : 6^{-8} = 6^{10} : 6^{-8} = 6^{10-(-8)} = 6^{18}$

5. Utiliza las propiedades adecuadas para expresar el resultado de la siguiente operación como una única potencia:

$$\frac{4^2 \cdot 8^{-5}}{32^{-1} \cdot 16^2}$$

Solución:

$$\frac{4^2 \cdot 8^{-5}}{32^{-1} \cdot 16^2} = \frac{(2^2)^2 \cdot (2^3)^{-5}}{(2^5)^{-1} \cdot (2^4)^2} = \frac{2^4 \cdot 2^{-15}}{2^{-5} \cdot 2^8} = \frac{2^{-11}}{2^3} = 2^{-14}$$

- Notación científica

1. Pasa estos números de notación científica a forma ordinaria:

a) $2,43 \cdot 10^4 =$

b) $6,31 \cdot 10^{-6} =$

c) $63,1 \cdot 10^{-6} =$

d) $3,187 \cdot 10^9 =$

Solución:

a) $2,43 \cdot 10^4 = 24.300$

b) $6,31 \cdot 10^{-6} = 0,00000631$

c) $63,1 \cdot 10^{-6} = 0,0000631$

d) $3,187 \cdot 10^9 = 3.187.000.000$

2. Escribe los siguientes números en notación científica e indica su orden de magnitud.

a) **91.700.000.000**

b) **6.300.000.000.000**

c) **0,00000000134**

d) **0,071**

Solución:

a) $91.700.000.000 = 9,17 \cdot 10^{10}$. Orden 10

b) $6.300.000.000.000 = 6,3 \cdot 10^{12}$. Orden 12

c) $0,00000000134 = 1,34 \cdot 10^{-9}$. Orden -9

d) $0,071 = 7,1 \cdot 10^{-2}$. Orden -2

3. Realiza las siguientes operaciones, sin calculadora, redondeando los números en notación científica a dos cifras decimales:

a) $(3,72 \cdot 10^{11}) \cdot (1,43 \cdot 10^{-7})$

b) $(2,9 \cdot 10^{-5}) \cdot (3,1 \cdot 10^{-3})$

c) $(4,1 \cdot 10^2) \cdot 10^3$

d) $(1,7 \cdot 10^{-9}) \cdot (2,1 \cdot 10^{-7})$

Solución:

a) $(3,72 \cdot 10^{11}) \cdot (1,43 \cdot 10^{-7}) = 5,32 \cdot 10^4$

b) $(2,9 \cdot 10^{-5}) \cdot (3,1 \cdot 10^{-3}) = 8,99 \cdot 10^{-8}$

c) $(4,1 \cdot 10^2) \cdot 10^3 = 4,1 \cdot 10^5$

d) $(1,7 \cdot 10^{-9}) \cdot (2,1 \cdot 10^{-7}) = 3,57 \cdot 10^{-2}$

4. Realiza las siguientes operaciones, sin calculadora, redondeando los números en notación científica a dos cifras decimales:

a) $(1,7 \cdot 10^{-9}) \cdot (2,1 \cdot 10^7)$

b) $(6,0 \cdot 10^{-4}) : (1,5 \cdot 10^{-3})$

c) $(2,37 \cdot 10^{12}) \cdot (3,97 \cdot 10^3)$

d) $(4,5 \cdot 10^9) : (2,5 \cdot 10^{-3})$

Solución:

a) $(1,7 \cdot 10^{-9}) \cdot (2,1 \cdot 10^7) = 3,57 \cdot 10^{-2}$

b) $(6,0 \cdot 10^{-4}) : (1,5 \cdot 10^{-3}) = 4 \cdot 10^{-1}$

c) $(2,37 \cdot 10^{12}) \cdot (3,97 \cdot 10^3) = 9,4 \cdot 10^{15}$

d) $(4,5 \cdot 10^9) : (2,5 \cdot 10^{-3}) = 1,8 \cdot 10^{12}$

5. Realiza las siguientes operaciones, sin calculadora, redondeando los números en notación científica a dos cifras decimales:

a) $(1,46 \cdot 10^5) + (9,2 \cdot 10^4)$

b) $(2,96 \cdot 10^4) - (7,43 \cdot 10^5)$

c) $(9,2 \cdot 10^{11}) \cdot (5,4 \cdot 10^3)$

d) $(2,9 \cdot 10^{-7}) : (1,4 \cdot 10^{-5})$

Solución:

a) $(1,46 \cdot 10^5) + (9,2 \cdot 10^4) = 2,38 \cdot 10^5$

b) $(2,96 \cdot 10^4) - (7,43 \cdot 10^5) = -7,13 \cdot 10^5$

c) $(9,2 \cdot 10^{11}) \cdot (5,4 \cdot 10^3) = 4,97 \cdot 10^{15}$

d) $(2,9 \cdot 10^{-7}) : (1,4 \cdot 10^{-5}) = 2,07 \cdot 10^{-2}$

- Radicales

1. Reduce los siguientes radicales a índice común y ordénalos de menor a mayor:

a) $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[4]{3}$; b) $\sqrt[5]{12}$, $\sqrt[3]{10}$; c) $\sqrt{3}$, $\sqrt[5]{8}$.

Solución:

a) $\text{mcm}(3,4) = 12 \Rightarrow \sqrt[3]{4} = \sqrt[12]{4^4} = \sqrt[12]{256}$; $\sqrt[4]{3} = \sqrt[12]{3^3} = \sqrt[12]{27} \Rightarrow \sqrt[3]{4} > \sqrt[4]{3}$.

b) $\text{mcm}(5,3) = 15 \Rightarrow \sqrt[5]{12} = \sqrt[15]{12^3} = \sqrt[15]{1728}$; $\sqrt[3]{10} = \sqrt[15]{10^5} = \sqrt[15]{100000} \Rightarrow \sqrt[3]{10} > \sqrt[5]{12}$.

c) $\text{mcm}(2,5) = 10 \Rightarrow \sqrt{3} = \sqrt[10]{3^5} = \sqrt[10]{243}$; $\sqrt[5]{8} = \sqrt[10]{8^2} = \sqrt[10]{64} \Rightarrow \sqrt{3} > \sqrt[5]{8}$.

2. Expresa como radical:

a) $\left(3^{\frac{5}{6}}\right)^{\frac{1}{4}}$; b) $\left(3^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{1}{3}}$; c) $\left(7^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{4}{3}}$; d) $\left(5^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{2}{5}}$.

Solución:

a) $3^{\frac{5}{24}} = \sqrt[24]{3^5}$; b) $3^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{3}$; c) $7^{\frac{20}{6}} = 7^{\frac{10}{3}} = \sqrt[3]{7^{10}}$; d) $5^{\frac{2}{15}} = \sqrt[15]{5^2}$.

3. Sacar del radicando la mayor cantidad posible de factores:

a) $\sqrt{405}$; b) $\sqrt{250}$; c) $\sqrt[3]{240}$; d) $\sqrt{800}$.

Solución:

a) $\sqrt{405} = \sqrt{3^4 \cdot 5} = 3^2 \sqrt{5} = 9\sqrt{5}$.

b) $\sqrt{250} = \sqrt{2 \cdot 5^3} = 5\sqrt{2 \cdot 5} = 5\sqrt{10}$.

c) $\sqrt[3]{240} = \sqrt[3]{2^4 \cdot 3 \cdot 5} = 2\sqrt[3]{2 \cdot 3 \cdot 5} = 2\sqrt[3]{30}$.

d) $\sqrt{800} = \sqrt{2^5 \cdot 5^2} = 2^2 \cdot 5\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$.

4. Simplifica los siguientes radicales:

a) $\sqrt[9]{8^3}$

b) $\sqrt[3]{16}$

c) $\sqrt[3]{7^3}$

Solución:

$$\text{a) } \sqrt[9]{8^3} = \sqrt[9]{(2^3)^3} = \sqrt[9]{2^9} = 2$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{2^4} = 2\sqrt[3]{2}$$

$$\text{c) } \sqrt[6]{7^3} = (7^3)^{\frac{1}{6}} = 7^{\frac{1}{2}} = \sqrt{7}$$

5. Escribe las siguientes raíces como exponentes fraccionarios y simplifica cuanto se pueda:

$$\text{a) } \sqrt[5]{3^{10}}$$

$$\text{b) } \sqrt[7]{2^{14}}$$

$$\text{c) } \sqrt{7^6}$$

Solución:

$$\text{a) } \sqrt[5]{3^{10}} = 3^{\frac{10}{5}} = 3^2 = 9$$

$$\text{b) } \sqrt[7]{2^{14}} = 2^{\frac{14}{7}} = 2^2 = 4$$

$$\text{c) } \sqrt{7^6} = 7^{\frac{6}{2}} = 7^3 = 343$$

6. Calcula las siguientes raíces factorizando cuando sea necesario:

$$\text{a) } \sqrt[5]{\frac{32}{243}}$$

a)

$$\text{b) } \sqrt[7]{5^{28}}$$

$$\text{c) } \sqrt[3]{\frac{343}{1331}}$$

c)

$$\text{d) } \sqrt[11]{\frac{10^5}{10^{16}}}$$

d)

Solución:

$$32 = 2^5, \quad 243 = 3^5 \Rightarrow \sqrt[5]{\frac{2^5}{3^5}} = \frac{\sqrt[5]{2^5}}{\sqrt[5]{3^5}} = \frac{2}{3}$$

a)

$$\text{b) } \sqrt[7]{5^{28}} = 5^{\frac{28}{7}} = 5^4 = 625$$

$$343 = 7^3, \quad 1331 = 11^3 \Rightarrow \sqrt[3]{\frac{7^3}{11^3}} = \frac{\sqrt[3]{7^3}}{\sqrt[3]{11^3}} = \frac{7}{11}$$

c)

$$\sqrt[11]{\frac{10^5}{10^{16}}} = \sqrt[11]{10^{-11}} = 10^{-\frac{11}{11}} = 10^{-1} = \frac{1}{10}$$

d)

7. Realiza las siguientes operaciones:

$$\text{a) } 3\sqrt[4]{162} - \frac{1}{5}\sqrt[4]{1250}; \quad \text{b) } 3\sqrt{343} - \frac{2}{5}\sqrt{175} - 5\sqrt{28}.$$

Solución:

$$\text{a) } \sqrt[4]{162} = \sqrt[4]{2 \cdot 3^4} = 3\sqrt[4]{2}; \quad \sqrt[4]{1250} = \sqrt[4]{2 \cdot 5^4} = 5\sqrt[4]{2} \Rightarrow 3\sqrt[4]{162} - \frac{1}{5}\sqrt[4]{1250} = 3 \cdot 3\sqrt[4]{2} - \frac{1}{5} \cdot 5\sqrt[4]{2} =$$

$$= 9\sqrt[4]{2} - \sqrt[4]{2} = 8\sqrt[4]{2}.$$

$$\text{b) } \sqrt{343} = \sqrt{7^3} = 7\sqrt{7}; \quad \sqrt{175} = \sqrt{5^2 \cdot 7} = 5\sqrt{7}; \quad \sqrt{28} = \sqrt{2^2 \cdot 7} = 2\sqrt{7} \Rightarrow 3 \cdot 7\sqrt{7} - \frac{2}{5} \cdot 5\sqrt{7} - 5 \cdot 2\sqrt{7} =$$

$$= 21\sqrt{7} - 2\sqrt{7} - 10\sqrt{7} = 9\sqrt{7}.$$

- Calcular aproximaciones y errores

1. Un atleta corre los 50 metros en 10 segundos y 856 milésimas. Le piden el resultado con dos cifras decimales. ¿Qué marca dará si aproxima por defecto?

Solución:

10,856 seg. aproximando por defecto \approx 10,85 seg

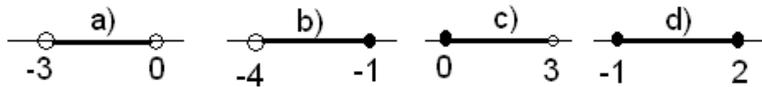
- Intervalos y semirrectas

1. Escribe y dibuja y nombra los siguientes intervalos:

- a) $-3 < x < 0$ b) $-4 < x \leq -1$ c) $0 \leq x < 3$ d) $-1 \leq x \leq 2$

Solución:

- a) Abierto $(-3,0)$
b) Abierto por la izquierda $(-4,-1]$
c) Abierto por la derecha $[0,3)$
d) Cerrado $[-1,2]$



2. Escribe y dibuja los siguientes intervalos:

- a) $x < -1$ b) $-1 < x$ c) $0 \leq x$ d) $x \leq 1$

Solución:

- a) $(-\infty, -1)$ b) $(-1, +\infty)$ c) $[0, +\infty)$ d) $(-\infty, 1]$

