# CONTROL ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

1. Opera y simplifica: (2,5 puntos)

a) $\frac{x}{x-2}-\frac{x}{x-1}-\frac{x}{x^2-3x+2}=$

b) $\left(\frac{1}{1+x}+\frac{2x}{1-x^2}\right)\cdot\frac{1-x}{x}=$

2. Opera y simplifica, racionalizando en su caso: (3 puntos)

a) $\left(4\sqrt{18}-6\sqrt{8}+8\sqrt{72}\right):\sqrt{2}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1}-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1}$

c) $\frac{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{8}}$

3. Halla el valor de x en los siguientes casos, sin utilizar la calculadora:

a) $\log_8 \sqrt[4]{2}=x$

b) $\log x = 3\cdot\log 2$

c) $3^{x^2-5x}=\frac{1}{9^3}$ (0,5 puntos cada uno)

4. Desarrolla: $\left(a^2-\frac{2}{a}\right)^5$ (0,75 puntos)

5.- Opera y simplifica, sin utilizar la calculadora (utilizando sólo las propiedades de los logaritmos y las de las operaciones con potencias): (0,75 puntos cada uno)

a) $\frac{6^3\cdot\frac{1}{3^2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^4}{\left(\frac{1}{9}\right)^2\cdot 8^3\cdot 4^{-2}}$

b) $\log_5(0'04)+\log_5 625-\log_5\frac{1}{125}$

c) $\log_2\left[4\sqrt[4]{2\sqrt{2}}\right]$

**SOLUCIONES**

1. Opera y simplifica:

a) $\dfrac{x}{x-2}-\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{x}{x^2-3x+2}=\dfrac{x(x-1)}{(x-1)(x-2)}-\dfrac{x(x-2)}{(x-1)(x-2)}-\dfrac{x}{(x-1)(x-2)}=$

$m.c.m=(x-2)(x-1)$ $\quad=\dfrac{x^2-x-x^2+2x-x}{(x-1)(x-2)}=0$

b) $\left(\dfrac{1}{1+x}+\dfrac{2x}{1-x^2}\right)\cdot\dfrac{1-x}{x}=\left(\dfrac{1-x}{(1+x)(1-x)}+\dfrac{2x}{(1+x)(1-x)}\right)\cdot\dfrac{1-x}{x}=$

$=\dfrac{1+x}{(1+x)(1-x)}\cdot\dfrac{1-x}{x}=\dfrac{(1+x)(1-x)}{(1+x)(1-x)x}=\dfrac{1}{x}$

2. Opera y simplifica, racionalizando en su caso:

a) $\left(4\sqrt{18}-6\sqrt{8}+8\sqrt{72}\right):\sqrt{2}=(4\cdot3\sqrt{2}-6\cdot2\sqrt{2}+8\cdot6\sqrt{2}):\sqrt{2}=48\sqrt{2}:\sqrt{2}=48$

b) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1}-\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}+1}=\dfrac{\sqrt{3}\left(\sqrt{2}+1\right)}{\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)}-\dfrac{2\sqrt{3}\left(\sqrt{2}-1\right)}{\left(\sqrt{2}+1\right)\left(\sqrt{2}-1\right)}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}-2\sqrt{6}+2\sqrt{3}}{\left(\sqrt{2}\right)^2-1^2}=$

$=3\sqrt{3}-\sqrt{6}$

c) $\dfrac{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}}{\sqrt[4]{8}}=\dfrac{2\sqrt[3]{\sqrt{2^2\cdot2}}}{\sqrt[4]{2^3}}=\dfrac{2\sqrt[6]{2^3}}{\sqrt[4]{2^3}}=\dfrac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2^3}\cdot\sqrt[4]{2}}=\dfrac{2\sqrt[4]{2^2\cdot2}}{2}=\sqrt[4]{2^3}$

3. Halla el valor de x en los siguientes casos, sin utilizar la calculadora:

a) $\log_8\sqrt[4]{2}=x\rightarrow 8^x=\sqrt[4]{2}\Rightarrow 2^{3x}=2^{\frac{1}{4}}\Rightarrow 3x=\dfrac{1}{4}\Rightarrow x=\dfrac{1}{12}$

b) $\log x=3\cdot\log 2\rightarrow \log x=\log 2^3\Rightarrow x=2^3\Rightarrow x=8$

c) $3^{x^2-5x}=\dfrac{1}{9^3}\rightarrow 3^{x^2-5x}=9^{-3}=3^{-6}\Rightarrow x^2-5x=-6\Rightarrow x^2-5x+6=0$

$x=\dfrac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}=\left\langle\begin{matrix}3\\2\end{matrix}\right.$

4. Desarrolla: $\left(a^2-\dfrac{2}{a}\right)^5$

$=\dbinom{5}{0}\left(a^2\right)^5-\dbinom{5}{1}\left(a^2\right)^4\cdot\dfrac{2}{a}+\dbinom{5}{2}\left(a^2\right)^3\left(\dfrac{2}{a}\right)^2-\dbinom{5}{3}\left(a^2\right)^2\left(\dfrac{2}{a}\right)^3+\dbinom{5}{4}a^2\left(\dfrac{2}{a}\right)^4-\left(\dfrac{2}{a}\right)^5=$

$=a^{10}-5a^8\cdot\dfrac{2}{a}+10a^6\cdot\dfrac{2^2}{a^2}-10a^4\cdot\dfrac{2^3}{a^3}+5a^2\cdot\dfrac{2^4}{a^4}-\dfrac{2^5}{a^5}=$

$=a^{10}-10a^7+40a^4-80a+\dfrac{80}{a^2}-\dfrac{32}{a^5}$

5.- Opera y simplifica:

a) $$\frac{6^3 \cdot \frac{1}{3^2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4}{\left(\frac{1}{9}\right)^2 \cdot 8^3 \cdot 4^{-2}} = \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot \frac{1}{3^2} \cdot \frac{2^4}{3^4}}{\left(\frac{1}{3^2}\right)^2 \cdot \left(2^3\right)^3 \cdot \left(2^2\right)^{-2}} = \frac{2^7 \cdot 3^{-3}}{3^{-4} \cdot 2^5} = 2^2 \cdot 3$$

b) $$\log_5(0'04) + \log_5 625 - \log_5 \frac{1}{125} = \log_5 \frac{4}{100} + \log_5 5^4 - \log_5 \frac{1}{5^3} =$$

$$= \log_5 \frac{1}{25} + 4\log_5 5 - \log_5 5^{-3} = -2\log_5 5 + 4 + 3\log_5 5 = 5$$

c) $$\log_2\left[4\sqrt[4]{2\sqrt{2}}\right] = \log_2\left[2^2\sqrt[4]{\sqrt{2^3}}\right] = \log_2 2^2 + \log_2 2^{\frac{3}{8}} = 2 + \frac{3}{8} = \frac{19}{8}$$