

INECUACIONES

Resuelve las siguientes inecuaciones y escribe la solución en forma de intervalo:

- a) $5x + 4 < -6$ b) $\frac{5x-1}{8} + 2x \geq x - \frac{x+1}{8}$ c) $2x - \frac{3x+1}{3} \geq 2(3x-2)$ d) $\frac{4}{3} + 2x \leq 3$
- e) $\frac{3(x+1)}{2} > 2x$ f) $(5-x)(x+3) > 0$ g) $\frac{x+7}{3-x} \geq 0$ h) $2x + 5 \leq x^2 - 2x - 16$
- i) $\frac{x+2}{x^2} \leq 0$ j) $x^2 + 3x - 6 > 8 - 2x$ k) $x^2 + 3x - 4 \geq 0$ l) $x^2 - 3x > 0$
- m) $(x-2)(x+1) \leq 0$ n) $\frac{x+1}{x-3} > 0$ ñ) $x(x+4) \leq 0$

Solución:

a) $5x + 4 < -6 \rightarrow 5x < -6 - 4 \rightarrow 5x < -10 \rightarrow x < -2$ La solución en forma de intervalo será: $(-\infty, -2)$

b) Multiplicamos por 8 la inecuación y agrupamos los términos como en las ecuaciones:

$$5x - 1 + 16x \geq 8x - x - 1 \rightarrow 21x - 1 \geq 7x - 1 \rightarrow 14x \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \quad \text{La solución buscada es } [0, +\infty).$$



c) Multiplicamos la inecuación por 3, quitamos paréntesis y agrupamos los términos como en las ecuaciones:

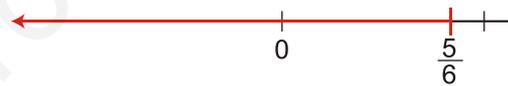
$$6x - 3x - 1 \geq 6(3x - 2) \rightarrow 6x - 3x - 1 \geq 18x - 12 \rightarrow -1 + 12 \geq 18x - 3x \rightarrow$$

$$\rightarrow 11 \geq 15x \rightarrow x \leq \frac{11}{15}$$

La solución en forma de intervalo es $(-\infty, \frac{11}{15}]$.

d) Multiplicamos todo por 3 para quitar el denominador: $4 + 6x \leq 9 \rightarrow 6x \leq 5 \rightarrow x \leq \frac{5}{6}$

La solución en forma de intervalo es $(-\infty, \frac{5}{6}]$.



e) $3x + 3 > 4x \Rightarrow -x > -2 \Rightarrow x < 3 \Rightarrow$ La solución es el intervalo $(-\infty, 3)$

f) El factor $5 - x = 0$ si $x = 5$, y el factor $x + 3 = 0$, si $x = -3$.



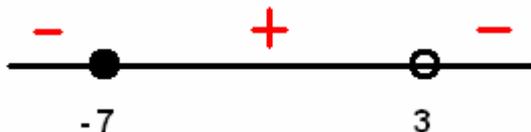
La solución será el intervalo $(-3, 5)$

g) Igualamos, por separado el numerador y el denominador a cero:

El numerador: $x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$ (Se coge porque es \geq)

El denominador $3 - x = 0 \Rightarrow x = 3$ (El denominador nunca se coge)

Estudiamos los signos

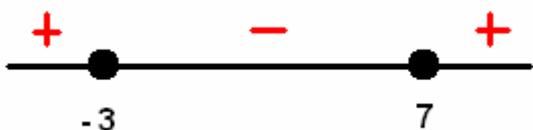


Solución, $[-7, 3)$.

h) Reducimos a una ecuación de segundo grado y calculamos sus soluciones:

$$0 \leq x^2 - 2x - 16 - 2x - 5 \rightarrow x^2 - 4x - 21 \geq 0$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0 \rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 84}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{100}}{2} = \frac{4 \pm 10}{2} \begin{matrix} / 7 \\ \backslash -3 \end{matrix}$$

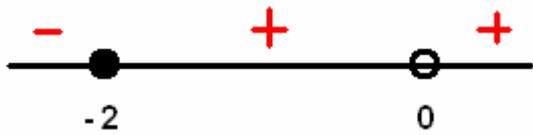


Luego la solución a la inecuación es $(-\infty, -3] \cup [7, +\infty)$.

i) Igualamos, por separado, numerador y denominador a cero:

Numerador: $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$ (Lo pintamos)

Denominador: $x^2 = 0 \Rightarrow x = 0$ (No lo pintamos)



Por tanto, la solución es $(-\infty, -2]$.

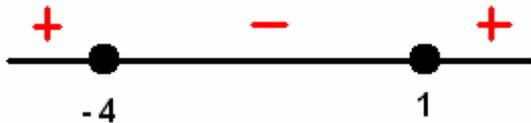
j) $x^2 + 3x - 6 > 8 - 2x \rightarrow x^2 + 5x - 14 > 0$

Resolvemos la ecuación $x^2 + 5x - 14 = 0$: $x = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 56}}{2} = \frac{-5 \pm 9}{2} \begin{cases} 2 \\ -7 \end{cases}$



La solución será: $(-\infty, -7) \cup (2, +\infty)$

k) Resolvemos la ecuación $x^2 + 3x - 4 = 0$: $x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{2} = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{-3 \pm 5}{2} \begin{cases} x = 1 \\ x = -4 \end{cases}$



La solución de la inecuación es $(-\infty, -4] \cup (1, +\infty)$

l) Hallamos las raíces de $x^2 - 3x$ resolviendo la ecuación: $x^2 - 3x = 0 \rightarrow x(x-3) = 0 \begin{cases} x = 0 \\ x - 3 = 0 \rightarrow x = 3 \end{cases}$



La solución de la inecuación es $(-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$.

m) Hallamos las raíces de la ecuación: $(x-2)(x+1) = 0 \begin{cases} x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x + 1 = 0 \rightarrow x = -1 \end{cases}$

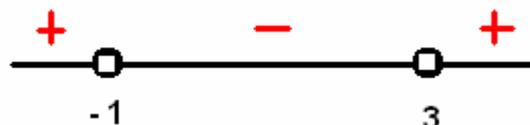


La solución de la inecuación es $[-1, 2]$.

n) Hallamos las raíces del numerador y del denominador:

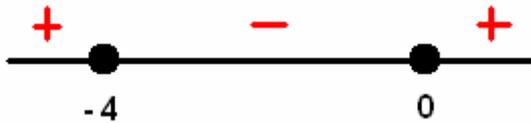
$x + 1 = 0 \rightarrow x = -1$ (No se coge)

$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$ (No se coge)



La solución de la inecuación es $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$.

ñ) Hallamos las raíces de $x(x+4)$ resolviendo la ecuación: $x(x+4)=0$

$$\begin{array}{l} \nearrow x=0 \\ \searrow x+4=0 \rightarrow x=-4 \end{array}$$


La solución de la inecuación es $[-4, 0]$.

SISTEMAS INECUACIONES

Halla el conjunto de soluciones de los sistemas de inecuaciones:

a) $\begin{cases} 2x-1 \leq 3 \\ 3x+6 \geq 2x \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x-7 > 0 \\ 8-5x \geq 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5-2x < 0 \\ 7x+1 > 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x-6 \geq 4 \\ x-7 < 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x+2 > 0 \\ 2x+3 \geq 0 \end{cases}$

Solución:

a) Resolvemos cada inecuación por separado; la solución será el conjunto de puntos que cumplan ambas inecuaciones.

$$2x-1 \leq 3 \rightarrow 2x \leq 4 \rightarrow x \leq 2$$

$$3x+6 \geq 2x \rightarrow 3x-2x \geq -6 \rightarrow x \geq -6$$

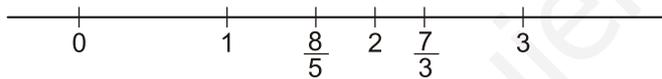
La solución al sistema es el intervalo $[-6, 2]$.

b) Resolvemos independientemente cada inecuación y buscamos las soluciones comunes:

$$3x-7 > 0 \rightarrow 3x > 7 \rightarrow x > \frac{7}{3}$$

$$8-5x \geq 0 \rightarrow 8 \geq 5x \rightarrow x \leq \frac{8}{5}$$

Soluciones 2ª inecuación



Soluciones 1ª inecuación

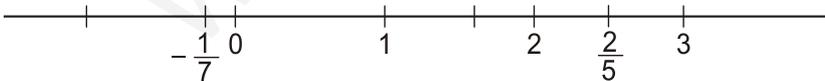
El sistema no tiene solución, puesto que no hay valores que cumplan ambas inecuaciones a la vez.

c) Resolvemos cada inecuación y buscamos las soluciones comunes:

$$5-2x < 0 \rightarrow 5 < 2x \rightarrow x > \frac{5}{2}$$

$$7x+1 > 0 \rightarrow 7x > -1 \rightarrow x > \frac{-1}{7}$$

Solución 1ª inecuación



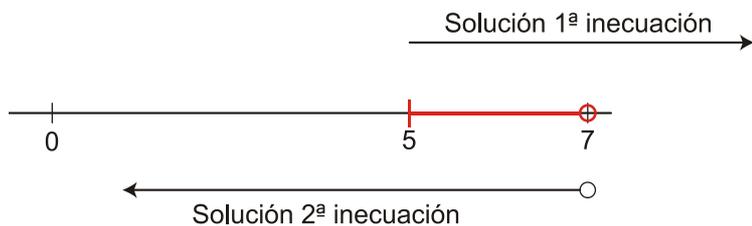
Solución 2ª inecuación

La solución del sistema es $\left(\frac{5}{2}, +\infty\right)$.

d) Resolvemos cada inecuación por separado y buscamos la solución que sea común a ambas:

$$2x - 6 \geq 4 \rightarrow 2x \geq 10 \rightarrow x \geq 5$$

$$x - 7 < 0 \rightarrow x < 7$$

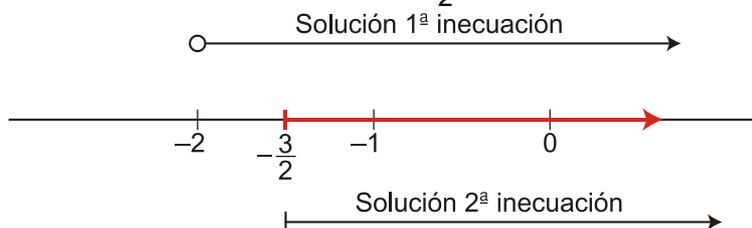


La solución del sistema es $[5, 7)$.

e) Resolvemos cada inecuación por separado y buscamos el conjunto de puntos que cumplen ambas a la vez:

$$x + 2 > 0 \rightarrow x > -2$$

$$2x + 3 \geq 0 \rightarrow 2x \geq -3 \rightarrow x \geq \frac{-3}{2}$$



La solución común a ambas inecuaciones es $\left[-\frac{3}{2}, +\infty\right)$.