MATEMÁTICAS

Cuaderno de Recuperación

3º ESO

Nombre: _____

Grupo: _____

Año académico: _____

Números racionales

Realiza estos cálculos teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones.

a) $\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{3} + 2$

b) $\frac{1}{4} - \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{1}{3} + 2\right)$

c) $\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5}\right) \cdot \frac{1}{3} + 2$

d) $\left(\frac{1}{4} - \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} + 2\right)$

Halla los valores que faltan en la tabla.

Expresión decimal	0,52		5,2312	
Expresión fraccionaria		$\frac{43}{7}$		$\frac{11}{45}$

Números irracionales

Aproxima con dos cifras decimales el valor de $\sqrt{17}$, por exceso y por defecto.

Clasifica los siguientes números en racionales e irracionales.

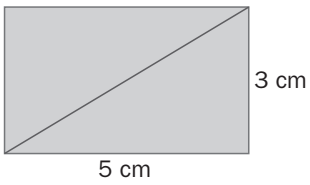
a) $\sqrt{\frac{9}{16}}$

b) 2π

c) 3,454554555...

d) $-3\sqrt{49}$

El resultado del cálculo de la diagonal del rectángulo de la figura es 5,831.



Determina el error absoluto y el error relativo.

Calcula $\sqrt{7} - \sqrt{10}$, con un aproximación de dos decimales, por exceso y por defecto.

Números reales

Representa en la recta real el número $\sqrt{7}$.

Indica los intervalos que representan los siguientes dibujos.

a)

b)

c)

De una tarta dividida en 30 porciones iguales, Iker, Mohamed y Luis se comen $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{10}$ de la tarta, respectivamente.

a) ¿Cuántos trozos se toma cada uno de ellos?

b) ¿Cuántos sobran?

Halla el valor de las letras que aparecen en esta cadena de igualdades de fracciones.

$$\frac{a}{10} = \frac{21}{b} = \frac{42}{30} = \frac{210}{c} = \frac{d}{240}$$

Representa en la recta real los siguientes números.

a) $-\frac{12}{4}$ **b)** $\frac{13}{3}$ **c)** $\frac{2}{5}$ **d)** $\sqrt{8}$

Averigua la expresión fraccionaria de estos números decimales.

a) 8,3 **b) 2,353535** **c) 0,14444…**

Realiza y simplifica estas operaciones.

a) $\frac{1}{6} + \frac{3}{5} - \frac{7}{3}$

b) $\frac{4}{3} - \frac{1}{5} + \frac{4}{15}$

c) $\frac{3}{5} \cdot \frac{15}{7} \cdot \frac{14}{6}$

d) $\frac{2}{3} : \frac{4}{7} \cdot \frac{14}{8}$

Efectúa la operación $\pi - \sqrt{7}$, con una aproximación de una cifra decimal, por exceso y por defecto.

Calcula el error absoluto y el error relativo que se comete al tomar 0,216 como aproximación de $\frac{107}{495}$.

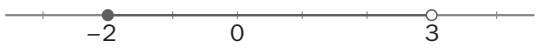
Realiza esta operación.

$1 + \frac{1}{5} : \frac{4}{3} - 3 \cdot \left(2 - \frac{1}{4}\right)$

Indica los intervalos que representan los siguientes dibujos.

a)

b)



Potencias de exponente entero y fraccionario

Aplicando las propiedades de las potencias, simplifica estas expresiones.

a) $\dfrac{5^2 \cdot (5^{-2})^3 \cdot 5^4}{5^0 \cdot 5^{-5} \cdot (5^2)^2}$

b) $\dfrac{3^{\frac{2}{3}} \cdot \left(3^2\right)^{\frac{3}{2}}}{3^3}$

c) $\dfrac{2^{-1} \cdot (2^5)^{-3} \cdot 2}{2^7}$

d) $\dfrac{7^{-3} \cdot 7^{-1} \cdot 7^4}{(7^5 \cdot 7)^2}$

Calcula el valor de *x* en cada igualdad.

a) $x^2 = \dfrac{121}{81}$

b) $x^4 = 16 \cdot 9^2$

c) $x^{-2} = \dfrac{1}{4}$

d) $3^5 \cdot 3^x = 3^{15}$

Opera y expresa el resultado como una potencia.

a) $\left(\dfrac{3}{5}\right)^4 : \left(\dfrac{5}{3}\right)^3$

b) $\left(-\dfrac{1}{3}\right)^3 \cdot 3^3$

Realiza estas operaciones y expresa el resultado en forma de raíz.

a) $\left(\dfrac{2}{7}\right)^{\frac{3}{5}} : \left(\dfrac{7}{2}\right)^{\frac{1}{2}}$

b) $\left(\dfrac{1}{5}\right)^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{2}{3}}$

Notación científica

Escribe en notación científica los siguientes números.

a) 7 millonésimas

b) 32 397 258

c) Dos millones y medio

d) 0,000 325

Calcula y expresa el resultado en notación científica.

a) $8{,}4 \cdot 10^3 + 9{,}23 \cdot 10^4$

b) $6{,}3 \cdot 10^{-1} - 2{,}1 \cdot 10^{-2}$

c) $(4 \cdot 10^{-5}) \cdot (7 \cdot 10^{-2})$

d) $(2 \cdot 10^6) : (5 \cdot 10^{-9})$

Cálculo con potencias y raíces

Introduce dentro de la raíz los números que aparecen fuera de ella.

a) $5 \cdot \sqrt{3}$

b) $3 \cdot \sqrt[3]{2}$

c) $2 \cdot \sqrt[4]{5}$

d) $4 \cdot \sqrt{7}$

Simplifica las expresiones.

a) $3 \cdot \sqrt{5} + 3\sqrt{20}$

b) $\sqrt{27} - 3 \cdot \sqrt{12}$

c) $\sqrt{45} + 2 \cdot \sqrt{20} - \sqrt{80}$

d) $\sqrt{8} + 4\sqrt{18} - \sqrt{50}$

Efectúa estas operaciones.

a) $\left(2\sqrt{3}\right) \cdot \left(3\sqrt{2}\right)$

b) $\sqrt{125} : \left(3\sqrt{5}\right)$

c) $\left(3\sqrt{6}\right) \cdot \sqrt{6}$

d) $\left(5\sqrt{18}\right) : \sqrt{50}$

Expresa los siguientes radicales con el mismo índice.

a) $\sqrt{2}$ y $\sqrt[4]{3}$

b) $\sqrt{5}$ y $\sqrt[4]{3^3}$

c) $\sqrt[3]{2^2}$ y $\sqrt{7}$

d) $\sqrt[3]{5}$ y $\sqrt[4]{6}$

Encuentra el valor de cada una de las siguientes expresiones.

a) 2^2

b) $\left(\frac{1}{2}\right)^2$

c) 2^{-2}

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

Efectúa estas operaciones y expresa el resultado en forma de raíz.

a) $3^2 \cdot 3^{\frac{3}{4}}$

b) $2^{\frac{3}{4}} : 4^{\frac{1}{2}}$

c) $((-3)^{-2})^{\frac{2}{5}}$

Calcula las siguientes raíces.

a) $\sqrt[3]{27}$

b) $\sqrt[4]{16}$

c) $\sqrt[11]{1}$

d) $\sqrt{\sqrt[3]{\frac{27}{8}}}$

e) $\sqrt[5]{2^{15}}$

f) $\sqrt[7]{0}$

Realiza esta operación.

$\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{7}$

Indica el número de raíces de estos radicales.

a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt[3]{5}$

c) $\sqrt[4]{-7}$

d) $\sqrt[5]{-10}$

Realiza estas operaciones.

a) $5\sqrt{8} - \sqrt{32} + 3\sqrt{18}$

b) $\sqrt{12} + 5\sqrt{3} - 4\sqrt{27}$

Queremos construir un cubo de cartón cuyo volumen sea 6 metros cúbicos. ¿Qué superficie de cartón se necesita? Expresa el resultado en forma radical.

Escribe en notación científica.

a) Cuatro milésimas

b) 51 423 000

Opera y expresa el resultado en notación científica.

a) $(3{,}23 \cdot 10^2) + (4{,}1 \cdot 10^3)$

b) $(2{,}6 \cdot 10^4) - (1{,}2 \cdot 10^3)$

c) $(1{,}2 \cdot 10^5) \cdot (6 \cdot 10^{-3})$

d) $(5 \cdot 10^6) : (4 \cdot 10^4)$

Proporcionalidad directa

Calcula *x*.

a) $\frac{3}{4} = \frac{9}{x}$ **b)** $\frac{10}{x} = \frac{15}{9}$ **c)** $\frac{8}{12} = \frac{x}{3}$

Daniel anduvo 6 kilómetros en una hora.

¿Cuánto recorrió en 10 minutos?

En un mapa, 14 centímetros representan 238 kilómetros.

¿Cuántos centímetros representarán a otra carretera que mide 306 kilómetros?

En una fiesta, tres invitados gastan en refrescos 40 euros. ¿Cuánto pagará cada uno si se llevan 10, 15 y 25 refrescos, respectivamente?

Porcentajes

Calcula.

a) El 20 % de 650

b) El 0,80 % de 2 005

c) El 20 % del 30 % de 10 000

d) El 50 % del 40 % del 30 % de 1 000 000

Un jugador de baloncesto ha conseguido 15 encestes de 20 lanzamientos. ¿Cuál es su porcentaje de aciertos?

Entre los siguientes pares de magnitudes razona cuáles son directa o inversamente proporcionales y cuáles no.

a) Número de kilogramos de peras y precio que se ha de pagar por ellos.

b) Tiempo en recorrer 200 kilómetros y velocidad.

c) Peso y edad de una persona.

Halla el valor de *x* para que se cumpla la proporción $\frac{x}{24} = \frac{60}{288}$.

Tres grupos de alumnos de tercero deciden ir al teatro y pagan en total por las entradas 120 euros. Calcula lo que paga cada grupo sabiendo que del primero van 20 alumnos, del segundo, 15, y del tercero, 25.

Luis afirma que disminuir una cantidad en un 25 % equivale a multiplicar dicha cantidad por 0,75. ¿Es cierta su afirmación?

El precio de una mercancía este mes sube un 10 % y al mes siguiente un 5 %. ¿Qué porcentaje ha subido en total?

El precio de un libro antiguo es 24 euros. A un cliente habitual el librero le hace un 25 % de descuento y le cobra el 4 % de IVA.

¿Cuánto tiene que pagar este cliente por el libro?

El depósito de la calefacción de un bloque de viviendas tiene combustible para 30 días, si se enciende 10 horas diarias.

¿Para cuántos días tendrá combustible si se enciende en las mismas condiciones 12 horas diarias?

Para recoger en 16 días la aceituna de una finca de olivos, se necesita un grupo de 30 personas. ¿Cuánto tiempo necesitarán 20 personas?

Cinco máquinas iguales envasan 20 000 botellas de agua funcionando 5 horas. ¿Cuánto tiempo tardarían 6 máquinas en envasar 40 000 botellas?

Para pintar una pared de 8 metros de largo y 2,5 metros de altura se han utilizado 2 botes de 1 kilogramo de pintura.

¿Cuántos botes de 5 kilogramos de pintura se necesitarán para pintar una pared de 50 metros de largo y 2 metros de alto?

Saca factor común en estas expresiones.

a) $-8x^2y^3 + 4x^3y - 2x^4y^2$

b) $9t^3x^4 - 5t^2x^6 + 2t^7x^5$

c) $8z^2t - \frac{2}{3}x^3t^2 - \frac{4}{7}z^4t^3$

d) $-\frac{2}{21}a^3b^2 - \frac{4}{15}a^4b^7 - \frac{14}{3}a^9b^4$

Expresa estos polinomios en forma de productos.

a) $x^2 - 4xy + 4y^2$

b) $49 - 7z + \frac{z^2}{4}$

c) $36z^2t^2 + 24z^2t + 4z^2$

d) $3z^2 + 12zx + 12x^2$

Desarrolla las siguientes potencias de polinomios.

a) $(3x - 4)^3$

b) $(x + 1)^4$

c) $(2x + 3y)^4$

d) $(x + y + z)^2$

Realiza las siguientes operaciones.

a) $-5x(x^2 + x + 1) + 4(-x^3 + 7x^2 - 2)$

b) $(3x - 2)^2 \,.\, (-2x + 1) - 3(6x^3 - 4x^2 + 3x - 2)$

c) $\left(\frac{1}{2}x - 2\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{3}x - \frac{1}{5}\right)$

d) $(-x + 2) \cdot (5x + 3) \,.\, (2x - 4) - 3x(x + 1)$

e) $4(-5x^2 + 6x - 1) - (2x^3 - 6) + 7x^2 - 8x$

f) $(-7x + 2) \cdot (4x - 5) - 2x(-3x^2 + 9)$

g) $-x^2 \cdot (x^3 - x^2 - 1) - x(x^2 - 1)$

h) $(x + 1)^3 - x^3 - 1 - 3(x^2 + 1)$

i) $-2x(-x^2) - 5x^2(2x^3) + (x^4 - 2x^2) \cdot (-7x + 2)$

j) $3(x - 1) - 4(7x^2 - 9x) + 7(-4x + 2)$

Expresiones algebraicas

Escribe en lenguaje algebraico.

a) Dos números cuyo producto es 18.

b) Tres cubos consecutivos.

c) Un múltiplo de 5 más su doble.

d) El producto de dos pares consecutivos.

Monomios y polinomios

Indica cuáles de estos monomios son semejantes a $3x^2zy^3$.

a) $8x^2yz^3$

b) $\frac{x^2yz^3}{17}$

c) x^2zy^3

d) $15xzy^3$

El c, porque tiene la misma parte literal.

Comprueba si que estos pares de polinomios son no son equivalentes, hallando sus valores numéricos para $x = 1$.

a) $(x + 2)^3$ y $x^3 + 8$

b) $-\frac{8x^2 - 4}{2}$ y $4x^2 - 2$

c) $(3x^2)^3$ y $-27x^5$

Operaciones con polinomios

Efectúa estos productos.

a) $-3x^2 \cdot (4x^3 - 5x + 2)$

b) $5x^2yz^4 \cdot (4x^3 - 5x + 2)$

c) $(6y^2 - 5y + 1) \cdot (4y^2 - 3)$

Realiza las operaciones indicadas con los siguientes polinomios.

$P(x) = 5x^2 - 4x + 1$ $\quad Q(x) = -6x + 2$ $\quad L(x) = x^2 - 5$ $\quad M(x) = x^3 - 5x + 4$

a) $P(x) + Q(x)$

b) $Q(x) - M(x)$

c) $L(x) \cdot M(x)$

d) $(M(x))^2$

Utilizando los productos notables, desarrolla estas potencias de binomios.

a) $(x - 3)^2$

b) $(2a + 3b)^2$

c) $(x^2 + 2)^2$

d) $(3 - 2t^3)^2$

Completa estas igualdades.

a) $(\square - 2z)^2 = 25x^2 - \square + 4z^2$

b) $(3z^2 + \square)^2 = \square + \square + 1$

Indica cuál de estas expresiones algebraicas es un monomio.

$\frac{5}{z^2}$ $\sqrt{7xy}$ $5t^{\frac{1}{2}}$ $15z^3m^4$ $-3x^2 + 1$

Con los siguientes polinomios.

$A(x) = 3x - 2$ $B(x) = -5x^2 - 6x + 1$ $C(x) = 4x + 3$

Realiza las operaciones indicadas.

a) $A(x) - B(x)$ b) $(A(x))^2$ c) $A(x) \cdot C(x)$

¿Cuál es el grado de este polinomio?

$15xy^4 - 3x^2y^6 + 7x^7 - 2x^5y + y^6$

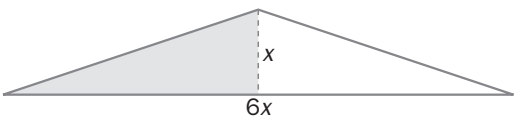
Halla los valores de *a*, *b* y *c*, para que los polinomios $A(x)$ y $B(x)$ sean iguales.

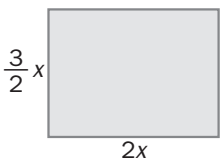
$A(x) = (7a - 4)x^3 - 6x + (1 - 5b)$

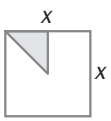
$B(x) = 3x^3 + 8cx^2 + (b - 4)x + 11$

Para que sean iguales, los coeficientes de cada uno de sus términos han de ser iguales.

Relaciona cada área rayada con el monomio que le corresponde.







a) $\frac{x^2}{8}$ b) $\frac{3}{2}x^2$ c) $3x^2$

Aplica las igualdades notables para desarrollar las siguientes operaciones.

a) $(2a + b)^2$

b) $(2x^2 - y)$

c) $(3x + 1) \cdot (3x - 1)$

d) $(3t^3 - 2)^2$

Calcula el valor numérico del polinomio $P(x) = 2 - x^2 + 3x - 2x^3$ para el valor $x = -2$.

DIVISIÓN DE POLINOMIOS

División y regla de Ruffini

Realiza las siguientes divisiones de un polinomio por un monomio.

a) $(9xy + 3xy^2 - 3x^2y) : (3xy)$

b) $(5x^2 - 3x^4 + 2x) : x^2$

Efectúa estas divisiones de polinomios.

a) $(3x^4 + 5x^3 - 3x^2 + 6x - 1) : (x^2 - x + 2)$

b) $(2x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 6x + 3) : (x^2 + 1)$

Mediante la regla de Ruffini, realiza las siguientes divisiones, e indica el cociente y el resto.

a) $(x^4 + x^2 - 1) : (x - 2)$

b) $(x^7 - 2x^4 + x - 1) : (x - 1)$

Utilizando la regla de Ruffini, calcula el número que se ha de sumar al polinomio para que sea divisible por $x + 3$.

Teoremas y raíces de un polinomio

Comprueba si son exactas las siguientes divisiones sin llegar a realizarlas.

a) $(x^4 - 81) : (x - 3)$

b) $(x^{1001} - 1) : (x + 1)$

Determina, sin realizar ninguna operación, si 3 es una raíz de este polinomio.

$P(x) = 3x^7 + 5x^5 + 3x^4 + 2x^2 + x - 7$

No, 3 no es raíz de $P(x)$, ya que no es divisor del término independiente, -7.

Halla las raíces enteras de los siguientes polinomios.

a) $A(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ **b)** $B(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$

Sin efectuar el producto de factores, identifica el polinomio $P(x) = x^4 + 2x^3 - 16x^2 - 2x + 15$ con alguna de las siguientes factorizaciones.

a) $(x - 3) \cdot (x + 2) \cdot (x - 1) \cdot (x + 1)$
b) $(x + 2) \cdot (x - 2) \cdot (x + 1) \cdot (x - 1)$
c) $(x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x - 3) \cdot (x + 5)$

Factorización de polinomios

Factoriza cada uno de los siguientes polinomios sacando factor común.

a) $5x^7 - 6x^6 + 3x^5$ **b)** $5xy + 3x^2 - 2xy^2$

Factoriza al máximo estos polinomios.

a) $x^3 + 3x^2 - 6x - 8$ **b)** $x^4 - x^3 - 11x^2 + 9x + 18$

Al dividir dos polinomios, hemos obtenido como cociente el polinomio $C(x) = 3x - 7$, y como resto $R(x) = 19x - 10$.

Si el divisor es $d(x) = x^2 + 2x - 1$, ¿cuál es el dividendo $D(x)$?

Calcula esta división de polinomios.

$(x^4 - x^3 + 2x^2 + x - 3) : (x^2 + x + 1)$

Completa estos esquemas aplicando la regla de Ruffini.

a)

	2	5	1	□
−1		−2	□	2
	□	□	−2	1

b)

	1	0	0	0	−15
□		−2	4	□	16
	1	□	4	−8	1

Utilizando la regla de Ruffini, realiza cada división, e indica el polinomio cociente y el resto.

a) $(x^3 - 3x^2 + 4) : (x + 2)$

b) $(x^4 - 5x^2 + 4) : (x - 2)$

Averigua qué valor tiene que tomar m, para que el resto obtenido al dividir $2x^3 + mx^2 + x - 6$ entre $x + 1$ sea -12.

Sin efectuar el producto, halla las raíces de estos polinomios.

a) $(x - 1) \cdot (x + 2) \cdot (x - 3)$

b) $x \cdot (x - 7) \cdot (x + 3)$

Utilizando el valor numérico, calcula las raíces de estos polinomios.

a) $x^2 - 3x - 28$

b) $x^3 + x^2 - 36x - 36$

Completa las siguientes divisiones entre monomios.

a) $15x^2yz^3 : \square = 3xz^2$

b) $\square : 8a^2b^2c^2 = bc^3$

Factoriza al máximo estos polinomios.

a) $6x^3 + 12x^2 - 90x - 216$

b) $2x^4 + 3x^3 + x - 6$

Factoriza al máximo las siguientes expresiones.

a) $3a^2bc + 6abc^3 - 12a^3b^2c$

b) $9x^4 - 12x^2y^3 + 4y^6$

Fracciones y radicales equivalentes

Simplifica estas fracciones algebraicas.

a) $\frac{xy - y}{x - 1}$ **b)** $\frac{x^2 - 4}{2x - 4}$ **c)** $\frac{x - 1}{x^2 + x - 1}$ **d)** $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 + x - 6}$

Simplifica las siguientes expresiones radicales.

a) $\sqrt[15]{x^5y^{20}z^{10}}$ **b)** $\sqrt[3]{x^{14}y^7z^{23}}$ **c)** $\sqrt[12]{a^4b^8c^6}$ **d)** $\sqrt[8]{x^2y^4z^8}$

Calcula el valor de cada fracción para $x = -2$ y para $x = 1$.

a) $\frac{x^2 - x - 6}{x^2 + 3x + 2}$ **b)** $\frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^2 + x - 2}$

¿Cuál de las siguientes expresiones radicales no es equivalente a $\sqrt[3]{xy^2z}$?

a) $\sqrt[6]{x^2y^4z^2}$ **b)** $\sqrt[9]{x^3y^6z^2}$ **c)** $\sqrt[12]{x^4y^8z^4}$

¿Cuál de estas fracciones algebraicas no es equivalente a $\frac{x^3 + 5x^2 + 6x}{x^4 + 2x^3 - 3x^2}$?

a) $\frac{x^2 + 2x}{x^2(x - 1)}$ **b)** $\frac{x^2 + 3x}{x^2 \cdot (x - 1)}$ **c)** $\frac{x + 2}{x^2 - x}$

Operaciones con fracciones algebraicas

Realiza las operaciones.

a) $\frac{3x}{x-5} + \frac{2x-1}{x+2}$ **b)** $\frac{2x-1}{x^2-4} - \frac{3x-1}{x-2}$ **c)** $\frac{2x-1}{3x} \cdot \frac{x+2}{x^2-3x+1}$ **d)** $\frac{x^2-x+1}{x^3} : \frac{4x-7}{x+1}$

Opera y simplifica.

a) $\left(\frac{x+2}{x-2} - \frac{x-2}{x+2}\right) \cdot \left(x - \frac{4}{x}\right)$ **b)** $\left(\frac{1}{x} - \frac{x}{x-1}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{x}{x-1}\right)$

Operaciones con expresiones radicales

Realiza las operaciones.

a) $\sqrt[3]{xy} \cdot \sqrt[3]{x^2y}$ **c)** $\sqrt[3]{x^2y} \cdot \sqrt[5]{x^4y^3}$ **e)** $\left(\sqrt[4]{x^2y^3}\right)^3$

b) $\sqrt[5]{x^2y} : \sqrt[5]{xy}$ **d)** $\sqrt[6]{\sqrt[3]{xy}}$ **f)** $\sqrt[3]{x^4y} : \sqrt[9]{x^3y^2}$

Extrae factores de los siguientes radicales.

a) $\sqrt[5]{x^{17}y^7}$ **b)** $\sqrt[7]{x^{22}y^8}$ **c)** $\sqrt[6]{x^{12}y^3}$ **d)** $\sqrt{x^{13}y^4}$

Calcula estas sumas de radicales.

a) $\sqrt{4x} - 3\sqrt{x^5} + x\sqrt{x^3}$ **b)** $\sqrt[4]{x^5} + \sqrt[4]{x^9} - \sqrt[4]{x}$

Reduce a común denominador estas fracciones.

a) $\frac{1}{x^2 - 1}, \frac{1}{x + 1}, \frac{1}{x^2 + 2x + 1}$

b) $\frac{1}{x - 1}, \frac{1}{x + 2}, \frac{1}{x^2 + x - 2}$

Opera los siguientes radicales.

a) $\sqrt{18x} + \sqrt{50x} - \sqrt{32x} + \sqrt{98x}$

b) $\sqrt{a^3b^3} + \sqrt{ab^3} - 3\sqrt{a^3b^5} + 2\sqrt{ab}$

Realiza estas operaciones con fracciones algebraicas.

a) $\frac{3x - 2}{x - 3} - \frac{2x - 5}{x^2 - 9} + \frac{2x}{x + 3}$

b) $\frac{x - 1}{3x} \cdot \frac{5x^2}{x^2 - x} : \frac{2}{x}$

Simplifica las siguientes fracciones.

a) $\frac{x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6}{x^3 + 6x^2 + 11x + 6}$

b) $\frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{x^3 - x^2 - x - 2}$

Realiza las siguientes operaciones con expresiones radicales.

a) $\sqrt[5]{xy^4} \cdot \sqrt[5]{x^2y} \cdot \sqrt[5]{xy}$

b) $\sqrt[3]{xy} \cdot \sqrt[4]{xy} : \sqrt[6]{xy}$

Escribe con una sola incógnita las ecuaciones correspondientes.

a) Un número, más su doble, más su mitad, suman 21.

b) Los cuadrados de dos números consecutivos se diferencian en 15.

c) La mitad más la cuarta parte de un número suman 13 unidades más que el tercio más la quinta parte del mismo número.

Resuelve las ecuaciones.

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{16} = \frac{x}{8} + \frac{x}{4} + 6$

b) $5(-x + 2) = 13 - 4(3x - 1)$

Ecuaciones de segundo grado

Resuelve las ecuaciones.

a) $12x(2x - 3) = 0$

b) $x^2 - 3x - 10 = 0$

c) $7x^2 + 5 = 4x^2 + 12$

d) $8x^2 - 10x - 3 = 0$

Completa la ecuación $5x^2 - 6x + c = 0$ asegurándote de que tenga dos soluciones distintas. ¿Cuántas soluciones existen?

Sistemas de ecuaciones

Halla el valor de *a* y *b*, para que se cumpla que los dos sistemas sean equivalentes.

$\begin{cases} -4x + y = -3 \\ 7x + 2y = -5 \end{cases}$ $\qquad$ $\begin{cases} 20x + ay = 15 \\ bx - 12y = c \end{cases}$

$\begin{cases} \\ \end{cases}$

Resuelve estos sistemas por el método de sustitución.

a) $\begin{cases} x + y = 2 \\ -2x + y = -1 \end{cases}$ $\qquad$ **b)** $\begin{cases} -x + 3y = 13 \\ 5x + y = 2 \end{cases}$

Resuelve por el método de reducción los sistemas.

a) $\begin{cases} 6x - y = 19 \\ -4x + 3y = -15 \end{cases}$ $\qquad$ **b)** $\begin{cases} x - 7y = -11 \\ 2x + 6y = -2 \end{cases}$

Con las siguientes ecuaciones plantea un sistema que tenga por solución (−2, 1).

$4x - y = -9$ $\quad$ $3x - 5y = 2$ $\quad$ $5x - y = 7$ $\quad$ $x + 6y = 4$

Mario gasta un viernes por la tarde en el cine $\frac{1}{2}$ del dinero que llevaba, y un $\frac{1}{3}$ de lo que le queda en un bocata a la salida del cine. Vuelve a casa con 4 euros. ¿Cuánto dinero llevaba al salir de casa?

En una clase de 3.º de ESO, la cuarta parte repiten curso. El director cambió a tres repetidores del grupo por otros tres de otro grupo que no habían repetido. Ahora solo repiten curso $\frac{1}{7}$ del total. ¿Cuántos alumnos hay en la clase?

Me faltan 4,10 euros para comprar mi pizza favorita. Si tuviera el triple de lo que tengo compraría 2 pizzas. ¿Cuánto cuesta la pizza y cuánto dinero llevo?

En una fiesta a la que acuden 42 personas, hay tres hombres más que mujeres y tantos niños como hombres y mujeres juntos. Halla el número de hombres, mujeres y niños.

Javier tiene 5 años más que su hermano Miguel y su madre tiene 42 años. Dentro de tres años la edad de la madre será el triple que la suma de las edades de los hijos. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?

En el Concurso Literario Anual, la asociación de padres y madres de alumnos de un instituto premia con libros, por un valor de 196 euros, a los alumnos que hayan presentado las tres mejores redacciones. Deciden repartir el premio proporcionalmente a sus puntuaciones: 10; 9,5 y 8,5. ¿Cuánto dinero le corresponde a cada alumno premiado?

Durante el recreo, en la cafetería de mi instituto, compro todas las mañanas un bocadillo y un refresco. El bocadillo cuesta el triple que el refresco, y en total me cobran 1,80 euros. ¿Cuál es el precio del bocadillo?, ¿y el del refresco?

En un mercadillo solidario se venden dos tipos de figuras de artesanía. Unas a 1,50 euros y otras a 2,50 euros. Se vendieron 82 figuras y se obtuvieron 154 euros. ¿Cuántas unidades se vendieron de cada tipo?

Una caja de material de geometría contiene objetos triangulares y rectangulares. En total hay 20 objetos y se pueden contar hasta 68 vértices. ¿Cuántos objetos hay de cada clase?

Dos números suman 46 y la diferencia de sus cuadrados es 92. ¿Qué números son?

La superficie de una habitación rectangular mide 11,25 metros cuadrados, y el perímetro, 14 metros. ¿Cuáles son las dimensiones de la habitación?

El perímetro de un triángulo isósceles es 13 centímetros y la altura sobre el lado desigual mide 4 centímetros. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

Dos números suman 90. Si divido el mayor entre el menor, el resto es 6 y el cociente es 3. ¿Cuáles son los números?

Averigua cuál de las siguientes ecuaciones es una identidad.

a) $9x = 27$

b) $8x(2x - 3) = 16x^2 - 24x$

c) $x^2 - 36 = 0$

d) $\frac{x}{7} = 3$

Resuelve estas ecuaciones.

a) $\frac{x}{9} - \frac{x}{3} = \frac{x + 1}{7} - 10$

b) $-8(2x - 1) - 4 = -7x - 23$

Escribe la ecuación de segundo grado que tiene por soluciones $x = \frac{2}{3}$ **y** $x = -4$.

Resuelve estas ecuaciones incompletas de segundo grado.

a) $3x^2 - 24 = 0$

b) $6x^2 = 3x$

c) $\frac{x^2}{3} - 5x = 0$

Resuelve, usando la fórmula explicada, las siguientes ecuaciones.

a) $2x^2 - 3x - 5 = 0$

b) $x^2 - 4x + 4 = 0$

Halla el valor de a **y** b**, para que el sistema tenga como solución** $x = -3$ **e** $y = 4$.

$$\begin{cases} -2x + 5y = a \\ 3x - y = b \end{cases}$$

$$\begin{cases} \\ \end{cases}$$

Averigua si el sistema es compatible o incompatible, sin resolverlo.

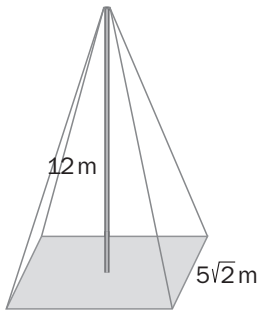
$$\begin{cases} -5x + 2y = 6 \\ 10x - 4y = -8 \end{cases}$$

En un determinado momento del día, un árbol arroja una sombra de 4,23 metros, mientras que, en el mismo momento, la sombra de un palo que mide 1,20 metros es de 0,64 metros. Averigua la altura del árbol.

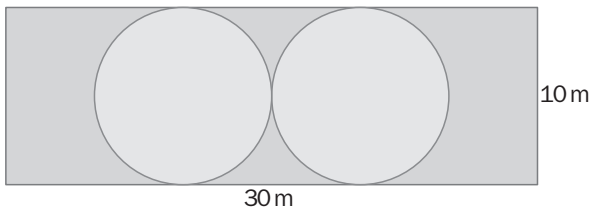
Un hexágono tiene dos ángulos rectos y tres ángulos iguales que miden, cada uno, 132°. Halla el sexto ángulo.

Un poste de 12 metros de altura se ha sujetado al suelo mediante cuatro cables, como muestra la figura. Los puntos de amarre de los cables forman un cuadrado de lado $5\sqrt{2}$ metros, en cuyo centro se sitúa el poste.

Calcula cuánto cable se ha necesitado en la operación.



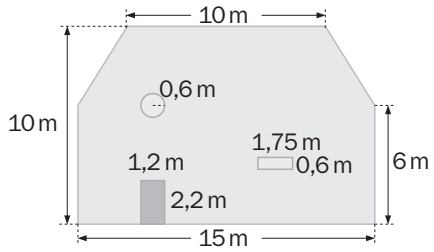
En un terreno rectangular se construyen dos fuentes circulares, como se muestra en la figura, y se planta césped en el terreno restante. ¿Qué superficie ocupa el césped?



La rueda de un coche tiene un radio de 33 centímetros. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido el coche si la rueda ha dado 80 000 vueltas?

El parterre de un jardín tiene forma de trapecio circular. Su ángulo mide 135° y los radios de las circunferencias 10 y 6 metros, respectivamente. Calcula la superficie que se puede plantar de césped.

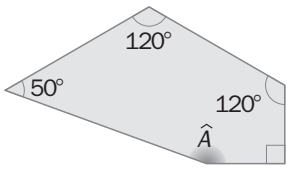
Queremos pintar la fachada de la casa de la figura. Calcula cuánta pintura es necesaria si se gastan 2,5 kilogramos de pintura por metro cuadrado.



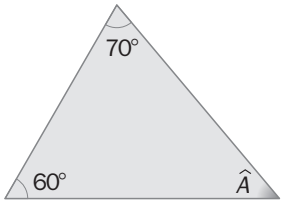
Ángulos y triángulos

Averigua la medida del ángulo $\widehat{A}$ de la figura.

a)



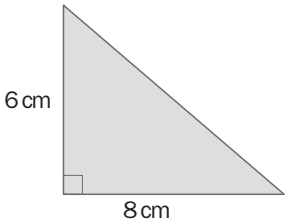
b)



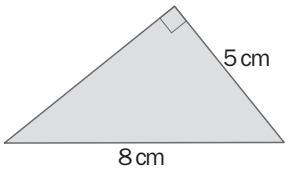
Teorema de Tales. Teorema de Pitágoras

Calcula el valor desconocido en los siguientes triángulos rectángulos.

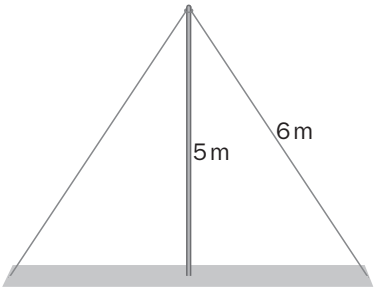
a)



b)

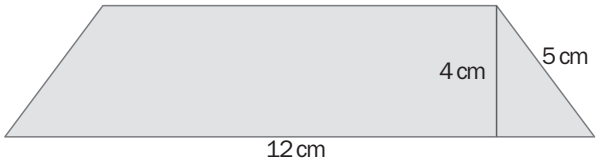


Un poste de 5 metros de altura se ha sujetado al suelo mediante dos cables de 6 metros de longitud, como muestra la figura. ¿A qué distancia se han sujetado los cables de la base del poste?

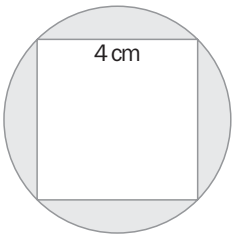


Longitudes y áreas

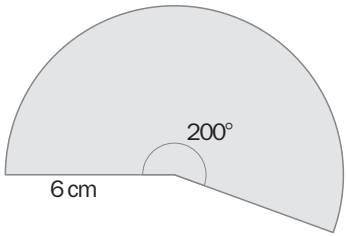
Halla el perímetro y el área del trapecio isósceles de la figura.



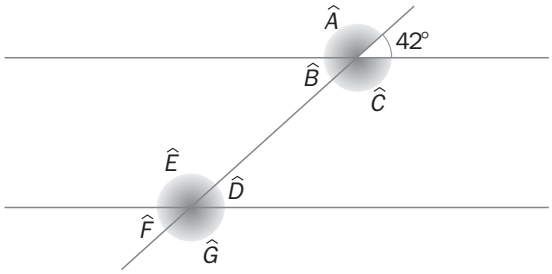
Determina el área de la región sombreada de la figura, donde el lado del cuadrado mide 4 centímetros.



Halla el perímetro y el área de la figura.



Calcula la medida de los ángulos desconocidos de cada figura.

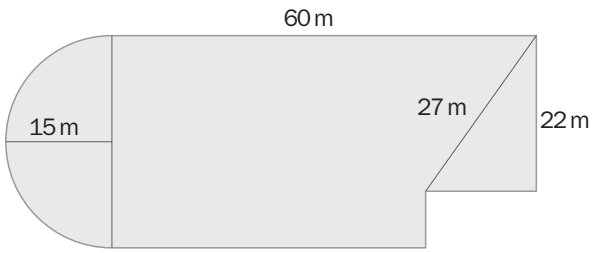


¿Cuánto mide cada uno de los ángulos de un octógono regular?

Los lados de un triángulo miden 6, 7 y 9 centímetros, respectivamente. Otro triángulo semejante tiene de perímetro 66 centímetros. ¿Cuánto miden sus lados?

La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 10 centímetros y la suma de los catetos es 14 centímetros. Halla la medida de cada cateto.

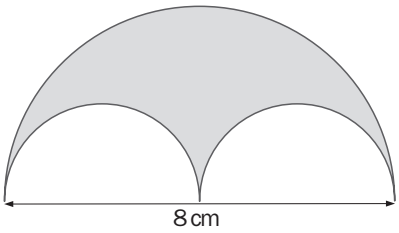
La finca de la figura se vende a 200 euros el metro cuadrado. Calcula cuál es su precio total.



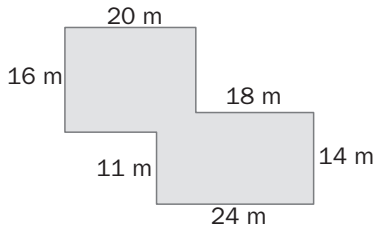
Juan y Miguel quieren medir la anchura del río de su pueblo y proceden de la siguiente manera: Juan se coloca en el borde del río y Miguel a 3 metros de él, alineados ambos con un árbol que está en la otra orilla. La línea que forman es perpendicular al río. Caminan paralelamente al río, Juan 2,8 metros y Miguel 6 metros, hasta que vuelven a estar alineados con el árbol. ¿Qué anchura tiene el río?

Determina la longitud de la circunferencia y el área del círculo de radio 5 centímetros.

Averigua el área de la región roja de la figura.

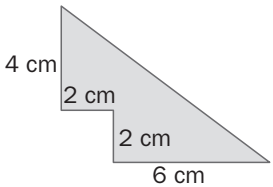


El terreno de la figura se vende a razón de 250 euros el metro cuadrado. ¿Cuál es su precio total?

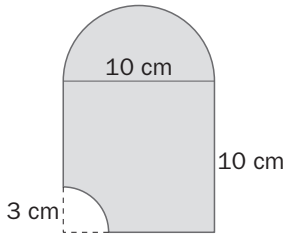


Calcula el área de las siguientes figuras.

a)



b)



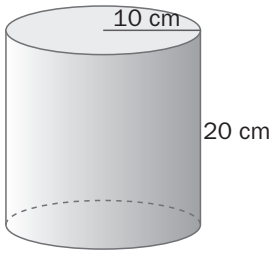
Calcula la cantidad de lámina de hojalata necesaria para fabricar un bote de conservas de forma cilíndrica, cuya base tiene un diámetro de 16 centímetros y cuya altura mide 20 centímetros.

Una apisonadora tiene un rodillo de 1,20 metros de diámetro y 2,30 metros de largo.

¿Qué superficie de tierra apisona en cada vuelta de rodillo?

Una fábrica de bastones recibe un pedido de cajas de 80 centímetros de alto, 7 centímetros de ancho y 3 centímetros de largo. Calcula cuánto mide el bastón más largo que se puede embalar en una de estas cajas.

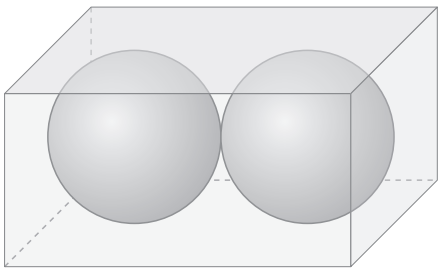
Una empresa dona a una ONG 1 000 000 centímetros cúbicos de leche en polvo. Para envasarla, utilizan unos botes como los de la figura.



¿Cuántas unidades se necesitan?

En la caja de la figura se quieren guardar dos esferas macizas de 10 centímetros de radio.

¿Qué volumen ocupa el aire que queda en la caja?



El volumen de un depósito cilíndrico es 1 695,60 metros cúbicos y el radio de su base mide 6 metros. Calcula la altura del depósito.

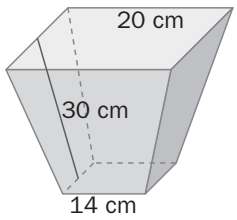
Un obelisco está formado por un prisma recto de base cuadrada coronado por una pirámide. El lado de la base mide 80 centímetros, mientras que la altura del prisma es de 10 metros y la altura total del obelisco es de 13 metros. Halla su volumen.

Un recipiente tiene forma de tronco de pirámide cuadrangular como el de la figura. Calcula:

a) La altura del recipiente.

b) El área lateral.

c) El área total (observa que está abierto por arriba).



Poliedros

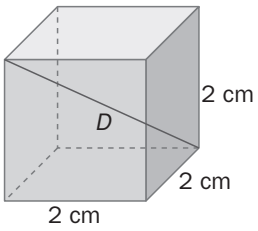
Señala cuántas caras, aristas y vértices tiene una pirámide hexagonal recta, y comprueba que verifica la fórmula de Euler.

Una pirámide hexagonal recta tiene 7 caras, 12 aristas y 7 vértices.

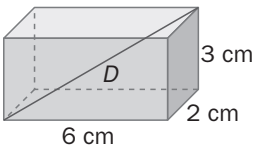
Se comprueba que verifica la fórmula de Euler: $C + V = A + 2$; $7 + 7 = 12 + 2$; $14 = 14$

Calcula los elementos que están señalados con una letra en los siguientes cuerpos.

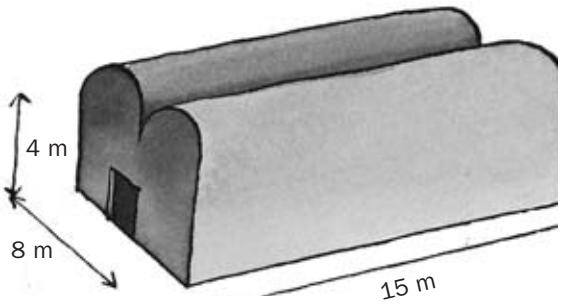
a)



b)



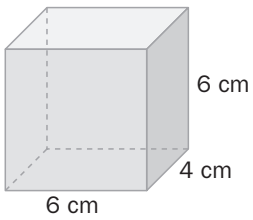
La nave de un almacén tiene la forma indicada en la figura. Determina el volumen de la nave.



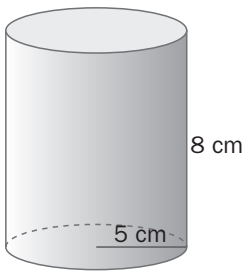
Áreas y volúmenes de cuerpos geométricos

Halla el área lateral, el área total y el volumen de estos cuerpos geométricos.

a)

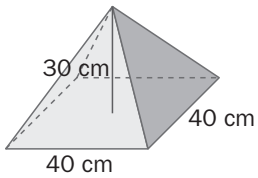


b)

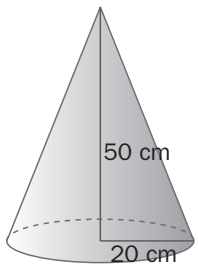


Averigua el área lateral, el área total y el volumen de los siguientes cuerpos geométricos.

a)



b)



Un triángulo rectángulo, cuyos catetos miden 3 y 4 centímetros, respectivamente, gira alrededor del cateto mayor. Calcula el área total y el volumen del cuerpo que genera.

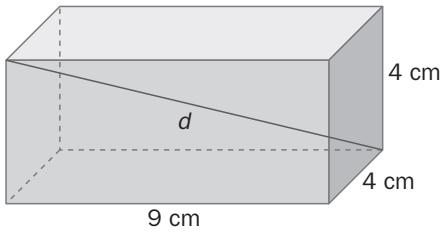
La esfera y la Tierra

Halla el área y el volumen de las siguientes esferas.

a) Radio = 10 cm

b) Diámetro = 31 cm

Calcula la longitud de la diagonal del prisma cuadrangular recto de la figura.



Queremos pintar el techo y las paredes de una habitación de 4 metros de largo por 3,5 metros de ancho y 3 metros de alto. Sabiendo que la pintura cuesta 3 euros por cada metro cuadrado de pared, ¿cuánto nos costará pintar la habitación?

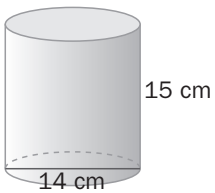
En un cubo, cuya arista mide 4 centímetros, introducimos una esfera maciza tangente a las caras del cubo. Determina el volumen del espacio comprendido entre ambos cuerpos.

3

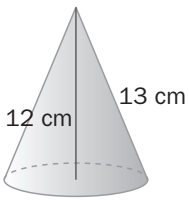
Las coordenadas geográficas de dos ciudades son: *A*(10° E, 45° N) y *B*(10° O, 45° N). Calcula la distancia entre ambas, teniendo en cuenta que el radio de la Tierra es 6 371 kilómetros.

Averigua el área lateral y el área total de estos cuerpos geométricos.

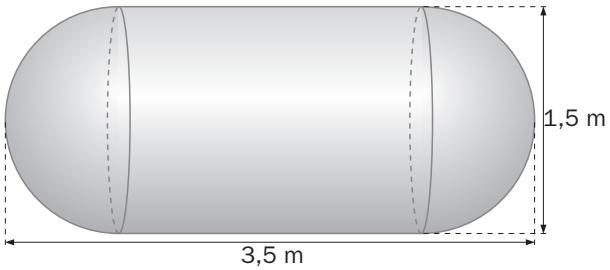
a)



b)



Para abastecer de agua algunas zonas de África, una empresa dona depósitos como el de la figura. Calcula el volumen de cada depósito.



Calcula el volumen de los siguientes cuerpos geométricos.

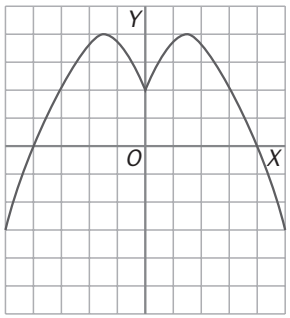
a) Pirámide de base cuadrada, de 7 centímetros de altura, cuya base tiene una arista de 6 centímetros.

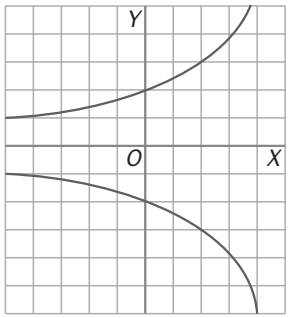
b) Prisma recto de base hexagonal, de 8 centímetros de altura, cuya base tiene una arista de 2 centímetros.

Una circunferencia, cuya longitud es de 15,70 centímetros, gira alrededor de un diámetro generando una esfera. Calcula el volumen de dicha esfera.

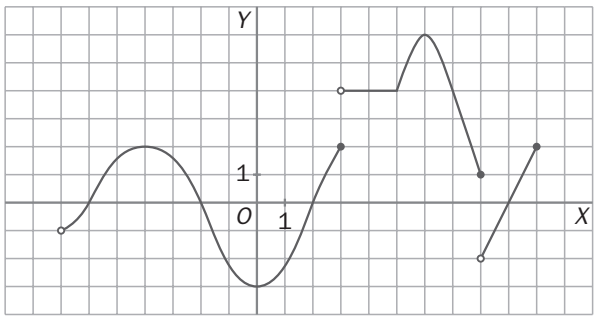
Función. Continuidad y tasa de variación

¿Cuáles de las siguientes gráficas representan una función?





Observa la gráfica y estudia las siguientes propiedades.



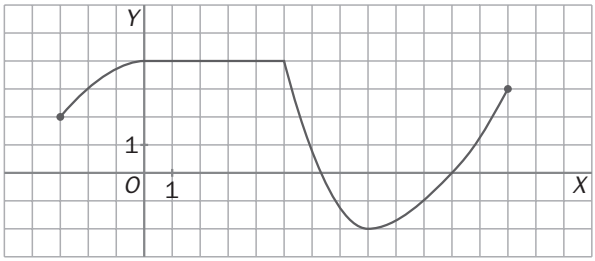
a) Dominio y recorrido.

b) Calcula $f(-3)$, $f(4)$ y $f(8)$.

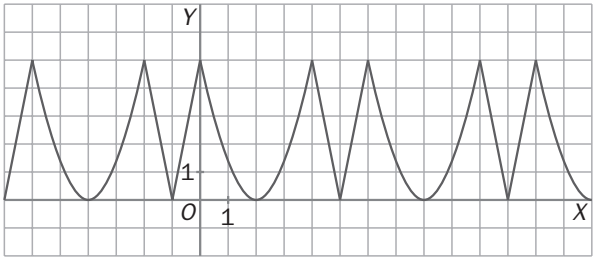
c) Intervalos de continuidad y discontinuidad.

Crecimiento, simetrías y periodicidad

Indica los intervalos donde la función es creciente, constante y decreciente.



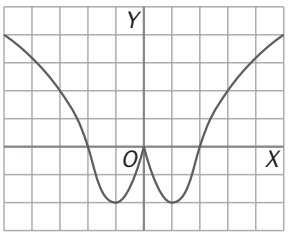
La gráfica de una función tiene el siguiente aspecto.



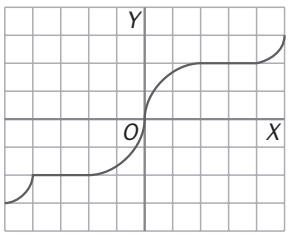
¿Es periódica? En caso afirmativo, indica su período.

Indica la simetría de estas funciones.

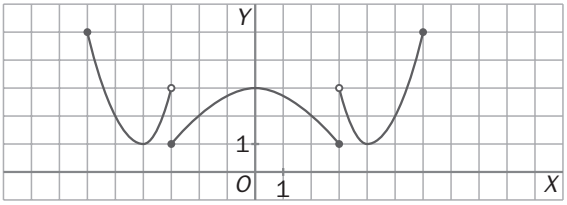
a)



b)



Halla el dominio, recorrido, máximos y mínimos, discontinuidades, crecimiento y decrecimiento, y simetrías de la siguiente función.



En un triángulo equilátero de lado *x*, expresa mediante una fórmula la altura en función del lado.

Un agente de seguros de una empresa aseguradora *A* gana un mínimo de 400 euros al mes y, además, 12 euros por cada seguro que vende. El agente de otra aseguradora *B* gana 20 euros por cada seguro vendido, pero no tiene sueldo fijo.

a) Expresa la ecuación de la función que relaciona el número de seguros vendidos con el sueldo, en cada aseguradora.

b) Dibuja sus gráficas.

c) ¿A partir de cuántos seguros vendidos gana más el de la aseguradora *B*?

Funciones lineales

Escribe la ecuación de la función lineal paralela a $y = -7x + 1$, y que tiene la misma ordenada en el origen que $y = 4x - \frac{1}{3}$.

Halla la ecuación de la función lineal que pasa por los puntos $(-5, 3)$ y $(-1, -1)$.

Representa las siguientes funciones lineales.

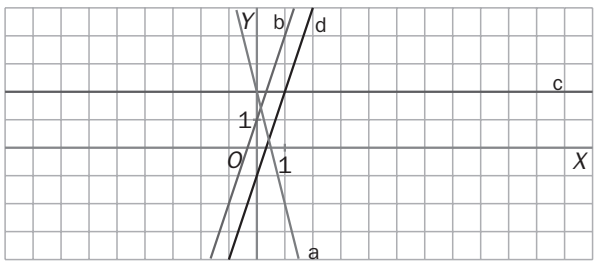
a) $y = -3x + 1$

b) $y = \frac{3}{2}x - 2$

Determina el valor de m para que la recta $y = (2m - 1)x + 2$ pase por el punto $A(-3, 2)$.

Relaciona cada gráfica con su ecuación.

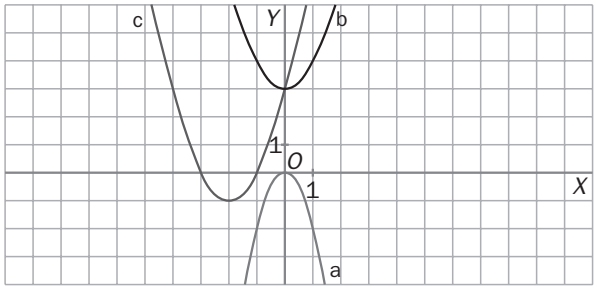
a) $y = -4x + 2$ **b)** $y = 3x + 1$ **c)** $y = 2$ **d)** $y = 3x - 1$



Funciones cuadráticas

Relaciona cada parábola con su ecuación.

a) $y = -2x^2$ **b)** $y = x^2 + 3$ **c)** $y = (x + 2)^2 - 1$



Representa, mediante una traslación de la parábola $y = x^2$, la gráfica de cada función.

a) $y = x^2 + 3$ **b)** $y = (x - 3)^2$ **c)** $y = x^2 - 2$ **d)** $y = (x + 1)^2 - 5$

Una parábola pasa por los puntos (−1, 3) y (−5, 3). Escribe la ecuación de su eje.

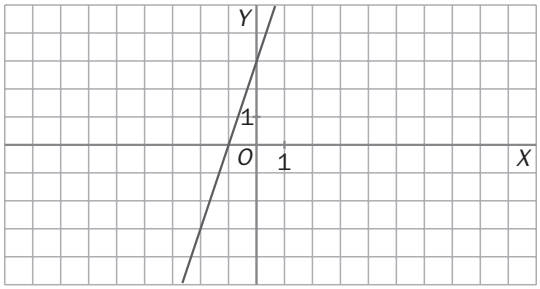
Representa las siguientes funciones cuadráticas y estudia la gráfica obtenida.

a) $y = -2x^2 + 12x - 10$ **b)** $y = x^2 - 2x + 4$ **c)** $y = 2x^2 - 8x + 6$ **d)** $y = 3x^2 + 1$

Indica cuáles de las siguientes funciones son lineales y cuáles son cuadráticas.

a) $y = \frac{3x - 1}{2}$ **b)** $y = \frac{x^2}{3} - x$ **c)** $x^2 = y - 1$ **d)** $y = -3x - 1 + x$

¿Cuál es la ecuación de esta gráfica de función?



Representa las siguientes funciones lineales.

a) $y = 3x$

b) $y = -x + 1$

c) $y = 5x - 3$

d) $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

Halla la ecuación de la función en cada caso.

a) Pasa por los puntos (−3, 0) y (0, −1).

b) Es paralela a $y = \frac{-3x + 1}{4}$**, y corta al eje de ordenadas en el −4.**