Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B; sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara. Se permite el uso de calculadoras.

Modelo-2-1998
Opción A

Ejercicio 1. Una compañía aérea ofrece vuelos para grupos de estudiantes con las siguientes condiciones: Para organizar un vuelo, el número mínimo de pasjeros debe ser de 80, los cuales pagarían 210 euros cada uno. Sin embargo, esta tarifa se reduce en 1 euro por cada pasajero que exceda el número de 80. Suponiendo que la capacidad de cada avión es de 105 pasajeros y que el coste para la compañía es de 100 euros por plaza ocupada. ¿qué números de pasajeros ofrecen el máximo y, respectivamente, el mínimo beneficio para la compañía?

Ejercicio 2.- Se sabe que la función f : R $\rightarrow$ R dada por: $f(x)=\begin{cases} x^2+ax+b & \text{si } x<1 \\ cx & \text{si } 1\leq x \end{cases}$

es derivable en todo su dominio y que en los puntos x = 0 y x = 4 toma el mismo valor.

(a) Halla a, b y c..

(b) Calcula $\int_0^2 f(x)dx$

Ejercicio 3. (a) Los tres planos cuyas ecuaciones son, respectivamente,

$$\begin{cases} x+2y+az=1 \\ 2x+y+az=0 \\ 3x+3y-2z=1 \end{cases}$$

se cortan en una recta.¿Cuanto vale a?

(b) Determina el simétrico del punto P=(1,0,1) respecto de la recta determinada en el apartado anterior.

Ejercicio 4.- Puedes construir una matriz cuadrada y de orden tres que verifique las condiciones (i) y (ii) escritas a continuación?

(I) Su traspuesta y su inversa coinciden.

(ii) Su terminante vale 5

Razona la respuesta.

Modelo-2-1998
Opción B

Ejercicio 1. Sea f : R $\rightarrow$ R la función definida por $f(x) = x^2 + \sqrt{2}x + 1/4$.

(a) Dibuja el recinto limitado por la gráfica de la función f y sus tangentes en los puntos de abcisas x = 1/2 y x = - 1/2.

(b) Prueba que el eje de ordenadas divide el recinto anterior en dos que tienen igual área

Ejercicio 2. Se quiere construir un envase cerrado con forma de cilindro cuya área total (incluyendo las tapas) sea 900 cm^2. ¿Cuales deben ser el radio de la base y la altura para que el volumen del envase sea lo más grande posible? ¿Cuánto vale ese volumen máximo?

Ejercicio 3. (a) Dadas las matrices $A=\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ y B = (3 1 -1), calcula la matriz X que cumple

$$X+(AB)^t=\begin{pmatrix} 7 & 3 & -3 \\ 2 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

(El superíndice t representa la matriz traspuesta)

(b) ¿Tiene X matriz inversa? Justifica la respuesta.

Ejercicio 4. Calcula dos vectores **u** = (1 , u_2 , u_3) y **v** = (v_1 , v_2 , 0) de R^3 que formen un ángulo de 45º y cuyo producto vectorial sea el vector **w** = (1 , 1 , 0).