Instrucciones
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1A.

Si una función f : [a b] $\rightarrow \Re$ es integrable, se llama valor medio de f en el intervalo [a,b] al número m = $\frac{1}{b-a}\int_{+a}^{+b} f(x)\,dx$

Para hacer un estudio sobre, la capacidad de memorizar de un niño se utiliza el siguiente modelo: si x es su edad en años, entonces su capacidad de memorizar viene darla por f(x) = 1 + 2x Ln(x) $(0 \le x \le 5)$, donde Ln(x) es el logaritmo neperiano de x.

(a) [1 punto]. Describe el método de integración por partes.

(b) [1'5 puntos]. Encuentra, usando el modelo descrito, el valor medio de la capacidad de memorizar de un niño entre su primer y su tercer cumpleaños.

Ejercicio 2A.

[2'5 puntos Determina las ecuaciones de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de la función *f* dada por $f(x) = 2x.e^x + \frac{x^3-2}{x^2+4}$ en el punto de abscisa x = 0.

Ejercicio 3A.

(a) [1'5 puntos]. Determina una matriz X que verifique la relación $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

(b) [1 punto] Calcula el determinante de la matriz X hallada

Ejercicio 4A.

Sea C la circunferencia de ecuación $C \equiv x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$,

(a) [1 punto] Calcula el centro y el radio de C.

(b) [1 punto]. Calcula el punto B que es el diametralmente opuesto del punto A = (-1,7).

(c) [0'5 puntos] ¿Cuál es la posición relativa de las rectas tangentes a C en los puntos A y B?

Instrucciones
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción B

Ejercicio 1B.

(a) [1 punto] Describe el procedimiento de integración por partes.
(b) [1'5 puntos]. Determina una función f : [0, ∞] → R sabiendo que su función derivada viene dada por f '(x) = Ln((x + 3)(x + 1)) y que f(0) = Ln(27), donde Ln(x) representa el logaritmo neperiano de x.

Ejercicio 2B.

La función f definida por $f'(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-(a+3)x+3a}{x-3}, & \text{si } x \neq 3 \\ 1, & \text{si } x = 3 \end{cases}$; es derivable en toda la recta real

(a) [1'5 puntos]. ¿Cuánto vale a?
(2) [1 punto]. Para dicho valor de a, cuánto vale f '(3)?

Ejercicio 3B.

(a) [2 puntos]. Encuentra el ángulo que forman las diagonales **AC** y **BD** del paralelogramo ABCD en el que A = (2, 1,0), B = (0,0,0) y C = (0, -1,2).
(b) [0'5 puntos]. ¿Es un cuadrado? Justifica la respuesta

Ejercicio 4B.

[2'5 puntos] Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -7 \\ 2 & a & b \\ c & -a & d \end{pmatrix}$, halla a, b, c y, d sabiendo que

(i) el vector cuyas coordenadas son las que aparecen en la primera columna de A es ortogonal al vector (1, -1, -1),
(ii) el producto vectorial del vector cuyas coordenadas son las que aparecen en la tercera columna de A por el vector (1, 0, 1) es (-2, 3, 2), y
(iii) el rango de la matriz A es 2.