Instrucciones
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1A.-
[2'5 puntos]. El número de bacterias en un cultivo experimental en un instante t es
$N(t) = 1000(25 + t\cdot e^{-t/20})$, para $0 \le t \le 100$.
¿Cuanto valen el máximo y el mínimo número de bacterias y en qué instantes se alcanzan, respectivamente dichos valores, extremos?

Ejercicio 2A.
Un objeto se mueve a lo largo de una línea recta debido a la acción de una fuerza F que depende continuamente de la posición x del objeto en dicha línea recta. Se sabe que el trabajo realizado por la fuerza para mover el objeto desde x = a hasta x = b viene dado por $W = \int_{+a}^{+b} F(x)\,dx$.

(a) [1'5 puntos] Si ha fuerza es $F(x) = \dfrac{2}{(x-1)^2}$, calcula el trabajo para ir desde x = 3 hasta x = 5.

(b) [1 punto]. Determina razonadamente si la fuerza $G(x) = \dfrac{2}{(x^2+1)^2}$ realiza más o menos trabajo que la fuerza F anterior para el mismo desplazamiento.

Ejercicio 3A.
Considera el sistema de ecuaciones $\begin{pmatrix} 1 & \alpha & -1 \\ 2 & -1 & \alpha \\ 1 & 10 & -6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

(a) [1 punto] ¿Para qué valores de α no tiene inversa la matriz de coeficientes del sistema anterior?
(b) [1'5 puntos] Discute sus soluciones según los valores de α e interpreta geométricamente el resultado.

Ejercicio 4A.
[2'5 puntos] Determina el punto simétrico del (0, 0, 0) respecto del plano de ecuación x + 2y + 3z = 1 y calcula el cuadrado de la distancia entre dichos puntos (el (0,0,0) y su simétrico).

Instrucciones
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B.**
c) La puntuación de cada pregunta está indicada en las mismas.
d) Contesta de forma razonada y escribe ordenadamente y con letra clara.
e) Puedes usar calculadora (puede ser programable o tener pantalla gráfica), pero todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1B.

Considera la curva de ecuación $y = x\sqrt{x}$ $(x \geq 0)$
(a) [1'5 puntos]. ¿Cuál es el punto de la curva más cercano al punto P = (1/2, 0)
(b) [1 punto] Deduce de forma razonada si existe o no un punto en la curva que sea el que está más lejos de P.

Ejercicio 2B.

[2'5 puntos]. De todas las primitivas de la función $f : R \to R$ dada por $f(x) = 1 + x|x|$ determina aquélla cuya gráfica pasa por el punto (1, 0).

Ejercicio 3B.

[2'5 puntos]. Discute, según los valores de a, la posición relativa de la recta r de ecuaciones
$r \equiv \begin{cases} 2x+2y+(a+1)z = 3 \\ -x+y+z = 1 \end{cases}$, respecto del plano $ax + 2y + 3z = 3$.

Ejercicio 4B.

Dado $x \in R$, considera la matriz $A = \begin{pmatrix} \cos(x) & \operatorname{sen}(x) \\ -\operatorname{sen}(x) & \cos(x) \end{pmatrix}$
(a) [1 punto]. Calcula $A \cdot A^t$, donde A^t denota la matriz traspuesta de A
(b) [1'5 puntos]. Prueba que A tiene inversa y hállala