

**PRUEBA DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD MATEMÁTICAS II DE ANDALUCÍA  
CURSO 2002-2003.**

**Opción A**

**Ejercicio 1 de la Opción A del modelo 5 de 2003.**

Sea la función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{si } x \leq 1 \\ 2 - x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ .

(a) [1'25 puntos] Calcula, si es posible, las derivadas laterales de  $f$  en  $x = 1$ .

(b) [1'25 puntos] Halla los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función  $f$ .

**Solución**

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & \text{si } x \leq 1 \\ 2 - x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

(a)

Como nos piden las derivadas laterales en  $x = 1$ , estudiemos primero la continuidad lateral en  $x = 1$ .

Veamos como es la igualdad  $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ .

$$f(1) = (1)^2 + 3 = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2 - x^2) = 2 - 4 = -2.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + 3) = (1)^2 + 3 = 4$$

Como  $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 4$ , la función es continua a la izquierda de  $x = 1$  ( $x = 1^-$ )

Como  $f(1) = 4 \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$ , la función no es continua a la derecha de  $x = 1$  ( $x = 1^+$ ), por tanto tampoco es derivable a la derecha de  $x = 1$ , es decir no existe  $f'(1^+)$ .

Veamos la derivada a la izquierda de  $x = 1$ .

$$f'(1^-) = \lim_{h \rightarrow 0^-} [f(1+h) - f(1)] / h = \lim_{h \rightarrow 0^-} [(1+h)^2 + 3 - 4] / h =$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0^-} [1 + 2h + h^2 + 3 - 4] / h = \lim_{h \rightarrow 0^-} [h(2+h)] / h = \lim_{h \rightarrow 0^-} [2+h] = 2 + 0 = 2.$$

Luego la derivada a la izquierda de 1 es  $f'(1^-) = 2$ .

$$\text{La función derivada es } f'(x) = \begin{cases} 2x & \text{si } x \leq 1 \\ -2x & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

(b)

Veamos la monotonía

Si  $x \leq 1$ ,  $f'(x) = 2x$

Igualando a cero  $f'(x)$

$$2x = 0, \text{ de donde } x = 0$$

Si  $-\infty < x < 0$ ,  $f'(x) < 0$ , luego  $f(x)$  es decreciente en  $-\infty < x < 0$ .

Si  $0 \leq x \leq 1$ ,  $f'(x) > 0$ , luego  $f(x)$  es creciente en  $0 \leq x \leq 1$ .

Si  $x > 1$ ,  $f'(x) = -2x$

Igualando a cero  $f'(x)$

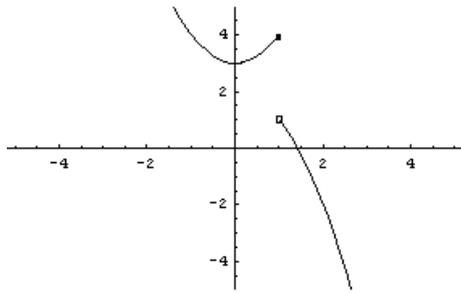
$$-2x = 0, \text{ de donde } x = 0$$

Si  $x > 1$ ,  $f'(x) < 0$ , luego  $f(x)$  es decreciente en  $x > 1$ .

Resumiendo  $f(x)$  es creciente en  $[0,1]$  y decreciente en  $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$

Por definición  $x = 0$  es un mínimo relativo.

Aunque no la piden la gráfica de  $f(x)$  es

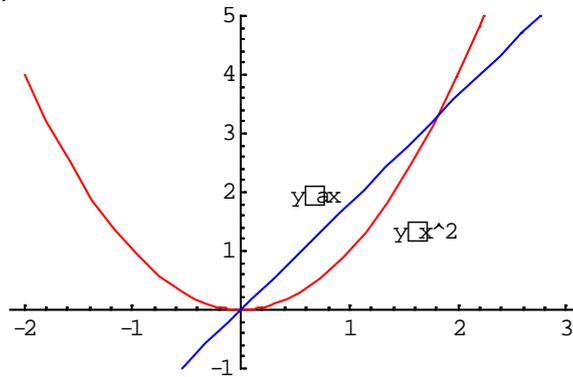


**Ejercicio 2 de la Opción A del modelo 5 de 2003.**

[2'5 puntos] Determina el valor positivo de  $\lambda$  para el que el área del recinto limitado por la parábola  $y = x^2$  y la recta  $y = \lambda x$  es 1.

**Solución**

La recta  $y = \lambda x$  pasa por el origen de coordenadas, como  $\lambda > 0$  está en el primer cuadrante. Las gráficas aproximadas son



Para calcular el área igualamos las funciones para ver los puntos de corte  $x^2 = \lambda x$ , de donde  $x^2 - \lambda x = x(x - \lambda) = 0$ , y las soluciones son  $x = 0$  y  $x = \lambda$ .

$$\text{Área} = 1 = \int_0^\lambda (\lambda x - x^2) dx = [\lambda x^2/2 - x^3/3]_0^\lambda = \lambda^3/2 - \lambda^3/3 = \lambda^3/6.$$

Tenemos  $\lambda^3/6 = 1$ , de donde  $\lambda^3 = 6$  y la solución de  $\lambda$  es  $\lambda = \sqrt[3]{6}$

**Ejercicio 3 de la Opción A del modelo 5 de 2003.**

Considera el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} x + my - z &= -2 + 2my \\ mx - y + 4z &= 5 + 2z \\ 6x - 10y - z &= -1 \end{aligned}$$

- (a) [1'5 puntos] Discute las soluciones del sistema según los valores de  $m$ .
- (b) [1 punto] Resuelve el sistema cuando sea compatible indeterminado.

**Solución**

$$\begin{aligned} x + my - z &= -2 + 2my \\ mx - y + 4z &= 5 + 2z \\ 6x - 10y - z &= -1 \end{aligned}$$

(a)  
Operando nos queda el sistema

$$\begin{aligned} x - my - z &= -2 \\ mx - y + 2z &= 5 \\ 6x - 10y - z &= -1 \end{aligned}$$

La matriz de los coeficientes es  $A = \begin{pmatrix} 1 & -m & -1 \\ m & -1 & 2 \\ 6 & -10 & -1 \end{pmatrix}$  y la matriz ampliada  $A^* = \begin{pmatrix} 1 & -m & -1 & -2 \\ m & -1 & 2 & 5 \\ 6 & -10 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

$$\text{Det}(A) = |A| = \begin{vmatrix} 1 & -m & -1 \\ m & -1 & 2 \\ 6 & -10 & -1 \end{vmatrix} = \{ \text{desarrollo por los adjunto de la primera fila} \} =$$

$$= 1(21) - (-m)(-m-12) + (-1)(-10m+6) = -m^2 - 2m + 15$$

Resolvemos la ecuación  $-m^2 - 2m + 15 = 0$ , y obtenemos como soluciones  $m = 3$  y  $m = -5$

Si  $m \neq 3$  y  $m \neq -5$ ,  $\text{rango}(A) = \text{rango}(A^*) = 3$  y por el teorema de Rouche el sistema es compatible y determinado, teniendo solución única.

Si  $m = 3$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 6 & -10 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } A^* = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 & -2 \\ 3 & -1 & 2 & 5 \\ 6 & -10 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{En } A \text{ como } \begin{vmatrix} 1 & -3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -1+9 = 8 \neq 0, \text{ rango}(A) = 2$$

$$\text{En } A^* \text{ como } \begin{vmatrix} 1 & -3 & -2 \\ 3 & -1 & 5 \\ 6 & -10 & -1 \end{vmatrix} = 0, \text{ rango}(A^*) = 2$$

Luego si  $m = 3$  como  $\text{rango}(A) = \text{rango}(A^*) = 2$ , por el teorema de Rouche el sistema es compatible e indeterminado, teniendo infinitas soluciones. Lo resolveremos en el apartado (b).

Si  $m = -5$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -1 \\ -5 & -1 & 2 \\ 6 & -10 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } A^* = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -1 & -2 \\ -5 & -1 & 2 & 5 \\ 6 & -10 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{En } A \text{ como } \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -5 & -1 \end{vmatrix} = -1+25 = 24 \neq 0, \text{ rango}(A) = 2$$

$$\text{En } A^* \text{ como } \begin{vmatrix} 1 & 5 & -2 \\ -5 & -1 & 5 \\ 6 & -10 & -1 \end{vmatrix} = 64 \neq 0, \text{ rango}(A^*) = 3$$

Luego si  $m = -5$  como  $\text{rango}(A) = 2 \neq \text{rango}(A^*) = 3$ , por el teorema de Rouche el sistema es incompatible.

(b)

Resolvemos el sistema para  $m = 3$

Como  $\text{rango}(A) = \text{rango}(A^*) = 2$ , tenemos dos ecuaciones y dos incógnitas principales. Tomo las dos primeras ecuaciones que con las que he formado el menor de orden 2 distinto de cero.

Mi sistema es

$$x - 3y - z = -2$$

$$3x - y + 2z = 5 \quad \{ 2^a + 1^a(-3) \}$$

$$x - 3y - z = -2$$

$$8y + 5z = 11, \text{ de donde tomando } z = \lambda \text{ tenemos } 8y = 11 - 5z = 11 - 5\lambda, \text{ luego } y = 11/8 - (5/8)\lambda$$

$$\text{Análogamente } x = 3y + z - 2 = 3[11/8 - (5/8)\lambda] + \lambda - 2 = 17/8 - (7/8)\lambda.$$

La solución del sistema es  $(x,y,z) = (17/8 - (7/8)\lambda, 11/8 - (5/8)\lambda, \lambda)$  con  $\lambda \in \mathfrak{R}$

#### Ejercicio 4 de la Opción A del modelo 5 de 2003.

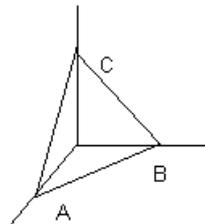
Se sabe que el plano  $\Pi$  corta a los semiejes positivos de coordenadas en los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ , siendo las longitudes de los segmentos  $OA$ ,  $OB$  y  $OC$  de 4 unidades, donde  $O$  es el origen de coordenadas.

(a) [0'75 puntos] Halla la ecuación del plano  $\Pi$ .

(b) [1 punto] Calcula el área del triángulo  $ABC$ .

(c) [0'75 puntos] Obtén un plano paralelo al plano  $\Pi$  que diste 4 unidades del origen de coordenadas.

#### Solución



(a)

Como me dicen que las longitudes de los segmentos  $OA$ ,  $OB$  y  $OC$  son de 4 unidades, me están dando las coordenadas de los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$ . En concreto las coordenadas son:

$$A(4,0,0), B(0,4,0) \text{ y } C(0,0,4)$$

Conociendo estos puntos podemos poner la ecuación segmentaria del plano que es:

$$\Pi \equiv x/4 + y/4 + z/4 = 1$$

(b)

El área del triángulo ABC es 1/2 del módulo del producto vectorial de los vectores **AB** y **AC**

$$\mathbf{AB} = (-4, 4, 0)$$

$$\mathbf{AC} = (-4, 0, 4)$$

$$\mathbf{AB} \times \mathbf{AC} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -4 & 4 & 0 \\ -4 & 0 & 4 \end{vmatrix} = \mathbf{i}(16) - \mathbf{j}(-16) + \mathbf{k}(16) = (16, 16, 16)$$

$$\text{Área} = (1/2) \cdot |\mathbf{AB} \times \mathbf{AC}| = (1/2) \cdot \sqrt{16^2 + 16^2 + 16^2} = (1/2) \cdot \sqrt{768} = \sqrt{192} \text{ unidades de área (u.a.)}$$

(c)

$\Pi \equiv x/4 + y/4 + z/4 = 1$  equivale a  $\Pi \equiv x + y + z = 4$ , donde su vector normal es  $\mathbf{n} = (1, 1, 1)$ .

Sabemos que si la ecuación del plano la dividimos por el módulo del vector normal  $|\mathbf{n}|$ , el término independiente nos dá la distancia del plano al origen de coordenadas

$$|\mathbf{n}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{3}$$

$$\Pi \equiv \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{y}{\sqrt{3}} + \frac{z}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

Este plano dista  $\frac{4}{\sqrt{3}}$  unidades del origen.

Como me piden un plano que sea paralelo a  $\Pi$  y que diste 4 unidades del origen, tenemos dos planos que

$$\text{son } \Pi_1 \equiv \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{y}{\sqrt{3}} + \frac{z}{\sqrt{3}} = 4 \text{ y } \Pi_2 \equiv \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{y}{\sqrt{3}} + \frac{z}{\sqrt{3}} = -4$$

### Ejercicio 1 de la Opción B del modelo 5 de 2003.

Sea  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la función definida por  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ .

(a) [0'5 puntos] Calcula la recta tangente a la gráfica de  $f$  en el punto de abscisa  $x = 1$ .

(b) [0'5 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de  $f$  y la recta tangente obtenida.

(c) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto descrito en el apartado anterior.

### Solución

$$f(x) = \sqrt[3]{x}$$

(a)

La recta tangente en  $x = 1$  es  $y - f(1) = f'(1)(x - 1)$

$$f(x) = \sqrt[3]{x}, \text{ de donde } f(1) = \sqrt[3]{1} = 1$$

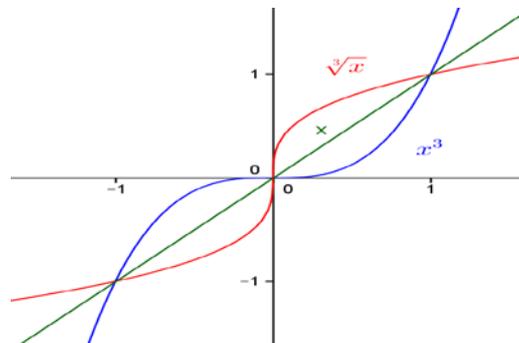
$$f'(x) = \frac{1}{3(\sqrt[3]{x^2})} = \frac{1}{3(\sqrt[3]{1^2})} = 1/3$$

La recta tangente en  $x = 1$  es  $y - 1 = (1/3) \cdot (x - 1)$ . Operando es  $y = (1/3) \cdot x + (2/3)$

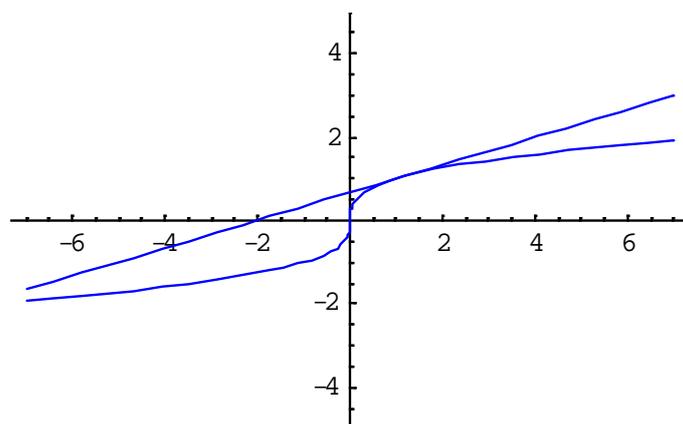
(b)

La gráfica de  $\sqrt[3]{x}$  se calcula sabiendo que es la simétrica de la función  $x^3$  (que es conocida). Sabemos que las gráficas de una función y de su recíproca son simétricas respecto a la bisectriz del primer y tercer cuadrante (la recta  $y = x$ )

Las gráficas de  $\sqrt[3]{x}$ ,  $x^3$  y  $x$  son:



La gráfica de  $y = (1/3) \cdot x + (2/3)$  es la de una recta y con dos puntos es suficiente para dibujarla, por tanto la gráfica conjunta de  $\sqrt[3]{x}$  y de  $(1/3) \cdot x + (2/3)$  es



(c)

Para calcular el área encerrada por ambas funciones tenemos que calcular los puntos de corte de ambas funciones igualándolas.

$\sqrt[3]{x} = (1/3) \cdot x + (2/3)$ , de donde  $3 \cdot \sqrt[3]{x} = x + 2$ . Elevando al cubo ambas expresiones tenemos

$27x = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$ , de donde  $x^3 + 6x^2 - 15x + 8 = 0$

Factorizando tenemos (Lo hacemos por Ruffini, sabiendo que 1 es una solución común pues es donde se ha calculado la recta tangente)

$x^3 + 6x^2 - 15x + 8 = 0 = (x - 1)(x^2 + 7x - 8) = 0$ , de donde obtenemos

$x - 1 = 0$ , y tiene por solución  $x = 1$

$x^2 + 7x - 8 = 0$ , que tiene de soluciones  $x = 1$  y  $x = -8$

El área pedida es

$$\text{Área} = \int_{-8}^1 [((1/3) \cdot x + (2/3)) - \sqrt[3]{x}] dx = [x^2/6 + (2/3)x - (x^{4/3})/(4/3)]_{-8}^1 =$$

$$= (1/6 + 2/3 - 3/4) - (64/6 - 16/3 - (3/4) \cdot (\sqrt[3]{-8})^4) = 6,75 \text{ unidades de área (u.a.)}$$

### Ejercicio 2 de la Opción B del modelo 5 de 2003.

Considera la función  $f$  definida para  $x \neq -2$  por  $f(x) = (2x^2 + 2)/(x + 2)$ .

(a) [1'25 puntos] Halla las asíntotas de la gráfica de  $f$ .

(b) [1'25 puntos] Estudia la posición relativa de la gráfica de  $f$  respecto de sus asíntotas.

#### Solución

$$f(x) = (2x^2 + 2)/(x + 2)$$

(a)

Como  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^+} [(2x^2 + 2)/(x + 2)] = 10/(0^+) = +\infty$ ,  $x = -2$  es una asíntota vertical de  $f(x)$

Para la posición relativa  $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -2^-} [(2x^2 + 2)/(x + 2)] = 10/(0^-) = -\infty$

Como la función es un cociente de polinomios con el numerador un grado ms que el denominador, tiene una asíntota oblicua (A.O.)  $y = mx + n$ , que es la misma en  $+\infty$  y en  $-\infty$

$$y = mx + n$$

$$\text{con } m = \lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) / x] = \lim_{x \rightarrow \infty} [(2x^2 + 2)/(x^2 + 2x)] = 2$$

$$n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - mx) = \lim_{x \rightarrow \infty} [(2x^2 + 2)/(x + 2) - 2x] = \lim_{x \rightarrow \infty} [(2x^2 + 2)/(x + 2) - 2x] =$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} [(-4x + 2)/(x + 2)] = -4$$

Luego la asíntota oblicua es  $y = mx + n = 2x - 4$

(b)

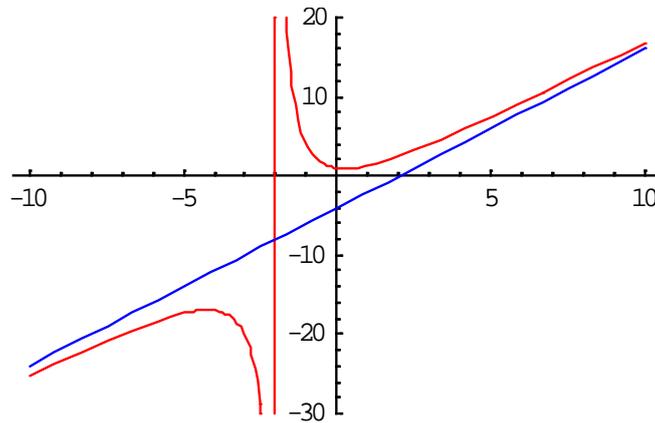
Posición relativa

La de la asíntota vertical ya la hemos visto. La de la oblicua es

Como  $\lim_{x \rightarrow \infty} [(2x^2 + 2)/(x + 2) - (2x - 4)] = 0^+$ ,  $f(x)$  está por encima de la A.O. en  $+\infty$

Como  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [(2x^2 + 2)/(x + 2) - (2x - 4)] = 0^-$ ,  $f(x)$  está por debajo de la A.O. en  $-\infty$

Aunque no la piden la gráfica de la función y de la asíntota oblicua es



**Ejercicio 3 de la Opción B del modelo 5 de 2003.**

Considera la matriz  $M(x) = \begin{pmatrix} 2^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , donde  $x$  es un número real.

(a) [1'5 puntos] ¿Para qué valores de  $x$  existe  $(M(x))^{-1}$ ? Para los valores de  $x$  obtenidos, calcula la matriz  $(M(x))^{-1}$ .

(b) [1 punto] Resuelve, si es posible, la ecuación  $M(3) \cdot M(x) = M(5)$ .

**Solución**

$$M(x) = \begin{pmatrix} 2^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(a)

Existe  $(M(x))^{-1}$  si y solo si su determinante es distinto de cero, es decir  $|M(x)| \neq 0$

$$|M(x)| = \begin{vmatrix} 2^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2^x \neq 0, \text{ porque la exponencial } 2^x \text{ siempre es positiva.}$$

La inversa es  $(M(x))^{-1} = (1/|M(x)|) \cdot \text{Adj}(M(x))^t$

$$(M(x))^t = \begin{pmatrix} 2^x & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix}; \text{Adj}(M(x))^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2^x & -x \cdot 2^x \\ 0 & 0 & 2^x \end{pmatrix}$$

$$(M(x))^{-1} = (1/|M(x)|) \cdot \text{Adj}(M(x))^t = (1/2^x) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2^x & -x \cdot 2^x \\ 0 & 0 & 2^x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2^x} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2^{-x} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -x \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(b)

Para resolver la ecuación  $M(3) \cdot M(x) = M(5)$ , multiplicamos por la izquierda por la inversa de la matriz  $M(3)$

$$(M(3))^{-1} \cdot (M(3) \cdot M(x)) = (M(3))^{-1} \cdot M(5),$$

$$I \cdot M(x) = (M(3))^{-1} \cdot M(5),$$

$$M(x) = (M(3))^{-1} \cdot M(5) = \begin{pmatrix} 2^{-3} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2^5 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Ejercicio 4 de la Opción B del modelo 5 de 2003.**

[2'5 puntos] Halla la perpendicular común a las rectas  $r \equiv \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = \alpha \\ z = -\alpha \end{cases}$  y  $s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = 2 + 2\beta \\ z = 0 \end{cases}$ .

## Solución

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = \alpha \\ z = -\alpha \end{cases} \quad y \quad s \equiv \begin{cases} x = \beta \\ y = 2 + 2\beta \\ z = 0 \end{cases}.$$

Un punto de  $r$  es  $A(1,0,0)$  y un vector director de  $r$  es  $\mathbf{u} = (1,1,-1)$

Un punto de  $s$  es  $B(0,2,0)$  y un vector director de  $s$  es  $\mathbf{v} = (1,2,0)$

La recta perpendicular común  $t$  tiene como vector director uno perpendicular a ambos es decir  $\mathbf{w}$  producto vectorial de los vectores  $\mathbf{u}$  y  $\mathbf{v}$ .

Se suele dar la recta  $t$  como intersección de dos planos  $\pi_1$  y  $\pi_2$ .

$\pi_1$  contiene a la recta  $r$  y al vector  $\mathbf{w}$  es decir  $\pi_1 \equiv \det(\mathbf{x} - \mathbf{a}, \mathbf{u}, \mathbf{w}) = 0$ .

$\pi_2$  contiene a la recta  $s$  y al vector  $\mathbf{w}$  es decir  $\pi_2 \equiv \det(\mathbf{x} - \mathbf{b}, \mathbf{v}, \mathbf{w}) = 0$ .

$$\mathbf{w} = \mathbf{u} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \mathbf{i}(2) - \mathbf{j}(1) + \mathbf{k}(1) = (2, -1, 1)$$

$$\pi_1 \equiv \det(\mathbf{x} - \mathbf{a}, \mathbf{u}, \mathbf{w}) = 0 = \begin{vmatrix} x-1 & y & z \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (x-1)(0) - y(3) + z(-3) = -3y - 3z = 0$$

$$\pi_2 \equiv \det(\mathbf{x} - \mathbf{b}, \mathbf{v}, \mathbf{w}) = 0 = \begin{vmatrix} x & y-2 & z \\ 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = (x)(2) - (y-2)(1) + z(-5) = 2x - y - 5z + 2 = 0$$

$$\text{La recta } t \text{ perpendicular a la vez a } r \text{ y a } s \text{ es } t \equiv \begin{cases} -3y - 3z = 0 \\ 2x - y - 5z + 2 = 0 \end{cases}$$