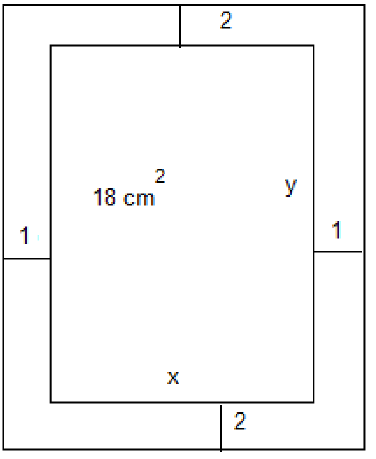
Opción A

Ejercicio 1 opción A, modelo 5 Septiembre 2010

[2'5 puntos] Una hoja de papel tiene que contener 18 cm^2 de texto. Los márgenes superior e inferior han de ser de 2 cm cada uno y los laterales 1 cm. Calcula las dimensiones de la hoja para que el gasto de papel sea mínimo.

Solución



Función a maximizar A = (x+2)(y+4)
Relación entre las variables x.y = 18, de donde y = 18/x, tomamos sólo la solución positiva porque es una longitud.
Función a maximizar A(x) = (x + 2)((18/x) + 4)
Si A'(b) = 0 y A''(b) > 0, x = b es un mínimo de A(x)
$A'(x) = ((18/x) + 4) + (x + 2)\cdot(-18/x^2) = 18/x + 4 + x\cdot(-18/x^2)+ 2\cdot(-18/x^2) = 18/x + 4 - 18/x- 36/x^2 =$
$= 4 – 36/x^2$.
De A'(x) = 0, tenemos $4 – 36/x^2 = 0$, es decir $x^2 = 9$, de donde $x = \pm\sqrt{(9)}$, y como "x" es una longitud x = 3.
Las medidas del papel son x + 2 = 5 cm e y + 4 = 18/3 + 4 = 10 cm.
Veamos que x = 3 es un mínimo, viendo que A''(3) > 0
$A'(x) = 4 – 36/x^2 = 4 – 36.x^{-2}$.
$A''(x) = 0 – 36.(-2).x^{-3} = 72/x^3$
Sustituyendo "3" por "x" en A''(x) obtenemos $A''(3) = 72/(3)^3 = 72/27 > 0$, lego es un mínimo.

Ejercicio 2 opción A, modelo 5 Septiembre 2010

Sea $I = \int [5/(1 + \sqrt{(e^{-x})})]dx$
(a) [1 punto] Expresa I haciendo el cambio de variable $t^2 = e^{-x}$.
(b) [1'5 puntos] Determina I.

Solución

(a)
Del cambio $t^2 = e^{-x}$, despejamos "x" para calcular "dx".
Si cambio $t^2 = e^{-x} = 1/e^x$, tenemos que $e^x = 1/t^2$. Como e^x es la recíproca del logaritmo neperiano (ln), obtenemos $x = \ln(1/t^2) = \ln(1) – \ln(t^2) = 0 -2\ln(t) = -2\ln(t)$.
Si x = -2ln(t), nos resulta dx = (-2/t)dt.
Entramos ya en la integral
$I = \int [5/(1 + \sqrt{(e^{-x})})]dx = \int [5/(1 + \sqrt{(t^2)})].(-2/t)dt = -10.\int dt/[(1+t).t]$, que es una integral racional con raíces reales simples (el 0 y el – 1)
(b)
$I = -10.\int dt/[(1+t).t] = -10.I_1$
$I_1 = \int dt/[(1+t).t] = \int[A/(1 + t)]dt + \int[B/(t)]dt = A.\ln|1 + t| + B.\ln|t| + k$, donde A y B son constantes que vamos a calcular a continuación:
1/[1+t).t] = A/(1 + t) + B/(t) = [A.t + B(1+t)] / [(1+t).t]
Igualando numeradores tenemos 1 = A.t + B(1+t)
Para t = 0, tenemos 1 = B
Para t = -1, tenemos 1 = -A, de donde A = -1.

La integral pedidaza es I = -10.∫ dt/[(1+t).t] = -10.I_1 = -10.(A.ln|1 + t| + B.ln|t| + k) =
= -10.(-1.ln|1 + t| + ln|t| + k) = {quitando cambio } = -10.(-1.ln|1 + √(e^{-x}) | + ln|√(e^{-x}) | + k).

Ejercicio 3 opción A, modelo 5 Septiembre 2010

(a) [1'75 puntos] Discute, según los valores del parámetro λ, el siguiente sistema de ecuaciones

$$-x + \lambda y + z = \lambda$$
$$\lambda x + 2y + (\lambda+2)z = 4$$
$$x + 3y + 2z = 6-\lambda$$

(b) [0'75 puntos] Resuelve el sistema anterior para λ = 0.

Solución

$$-x + \lambda y + z = \lambda$$
$$\lambda x + 2y + (\lambda+2)z = 4$$
$$x + 3y + 2z = 6-\lambda$$

Sea A = $\begin{pmatrix} -1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 2 & \lambda+2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ la matriz de los coeficientes y A^* = $\begin{pmatrix} -1 & \lambda & 1 & \lambda \\ \lambda & 2 & \lambda+2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 6-\lambda \end{pmatrix}$ la matriz ampliada.

Para que el sistema tenga solución, por el Teorema de Rouche, rango(A) = rango(A^*).

$$|A| = \begin{vmatrix} -1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 2 & \lambda+2 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix} \underset{F_3+F_1}{=} \begin{vmatrix} -1 & \lambda & 1 \\ \lambda & 2 & \lambda+2 \\ 0 & \lambda+3 & 3 \end{vmatrix} \underset{\substack{\text{Adjuntos}\\ \text{tercera}\\ \text{fila}}}{=} -(\lambda+3)(-\lambda-2-\lambda) + 3(-2-\lambda^2) = -\lambda^2 + 8\lambda.$$

Si |A| = 0, tenemos $-\lambda^2 + 8\lambda = \lambda(-\lambda+8) = 0$, de donde λ = 0 y λ = 8.

Por tanto **para λ ≠ 0 y λ ≠ 8 el sistema es compatible y determinado, y tiene solución única.**

Si λ = 0

En A = $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ como $\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$, tenemos rango(A) = 2.

En A^* = $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & 6 \end{pmatrix}$ como $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 6 \end{vmatrix} = 0$, por tener la columna 2ª y 3ª proporcionales, tenemos rango(A^*) = 2.

Como rango(A) = rango(A^*) = 2 < nº de incógnitas, por el Teorema de Rouche el **sistema es compatible e indeterminado y tiene infinitas soluciones que dependen de un parámetro**.

Si λ = 8

En A = $\begin{pmatrix} -1 & 8 & 1 \\ 8 & 2 & 10 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ como $\begin{vmatrix} -1 & 8 \\ 8 & 2 \end{vmatrix} = -66 \neq 0$, tenemos rango(A) = 2.

En A^* = $\begin{pmatrix} -1 & 8 & 1 & 8 \\ 8 & 2 & 10 & 4 \\ 1 & 3 & 2 & -2 \end{pmatrix}$ como $\begin{vmatrix} -1 & 8 & 8 \\ 8 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & -2 \end{vmatrix} \underset{C_3+C_2(-1)}{=} \begin{vmatrix} -1 & 8 & 0 \\ 8 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & -5 \end{vmatrix} \underset{\substack{\text{Adjuntos}\\ \text{primera}\\ \text{fila}}}{=} -(-16) -8(-42) = 352 \neq 0$, rango($A^*$) = 3.

Como rango(A) = 2 ≠ rango(A^*) = 3, por el Teorema de Rouche **el sistema es incompatible y no tiene solución**.

(b)

Si λ = 0 hemos visto que rango(A) = rango(A^*) = 2 < nº de incógnitas, y el sistema era compatible e indeterminado y tenía infinitas soluciones. Para resolverlo tomamos dos ecuaciones y dos incógnitas principales.

Tomamos las dos primeras ecuaciones (con las que hemos calculado el menor distinto de cero).

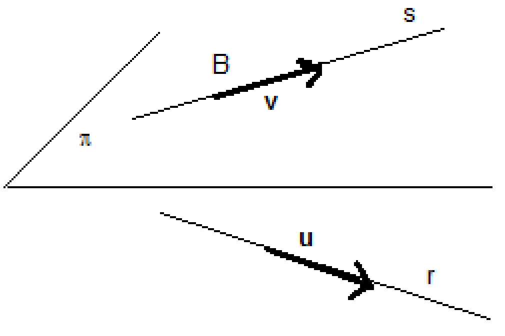
-x + z = 0
2y + 2z = 4. Si z = t con t nº real, tenemos

x = t
De 2y + 2z = 4, tenemos y = 2 - t
La solución del sistema en este caso **es (x,y,z) = (t, 2-t, t)** con t nº real.

Ejercicio 4 opción A, modelo 5 Septiembre 2010

[2'5 puntos] Halla la ecuación del plano que es paralelo a la recta "r" ≡ $\begin{cases} x-2y+11=0 \\ 2y+z-19=0 \end{cases}$ y contiene a la recta "s" definida por $\begin{cases} x=1-5\lambda \\ y=-2+3\lambda \\ z=2+2\lambda \end{cases}$

Solución



Para un plano necesito un punto (el B) y dos vectores independientes (el **u** y el **v**), o bien un punto y un vector normal.
Como la recta "s" está contenida en el plano de ella tomo el punto B(1,-2,2) y el vector **v** = (-5,3,2).
Como la recta "r" es paralela al plano π, de ella tomo el otro vector **u**.
Al darme la recta "r" como intersección de dos planos un vector director es el producto vectorial de los vectores normales de cada plano, es decir **u** = $\mathbf{n_1} \times \mathbf{n_2}$ = $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ = **i**(-2) – **j**(1) + **k**(2) = (-2,-1,2).
Evidentemente los vectores **u** = (-2,-1,2) y **v** = (-5,3,2) son independientes al no ser proporcionales sus coordenadas.
El plano pedido en forma paramétrica es:

$$x = 1-2\lambda-5\mu$$
$$x = -2-\lambda+3\mu$$
$$x = 2+2\lambda+2\mu,$$

con λ, μ números reales.

La ecuación del plano en forma general es $\begin{vmatrix} x-1 & y+2 & z-2 \\ -2 & -1 & 2 \\ -5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ =0= (x-1)(-8) – (y+2)(6) + (z-2)(-11) = -8x-6y-11z+18 = 0.

Opción B

Ejercicio 1 opción B, modelo 5 Septiembre 2010

Considera la función f:[0,4] → R definida por $f(x) = \begin{cases} x^2+ax+b & \text{si } 0 \le x \le 2 \\ cx & \text{si } 2 < x \le 4 \end{cases}$

(a) [1'75 puntos] Sabiendo que f es derivable en todo el dominio y que verifica f(0) = f(4), determina los valores de a, b y c.

(b) [0'75 puntos] Para a = -3, b = 4 y c = 1 halla los extremos absolutos de f(abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Solución

(a)

Como me dicen que f es derivable en todo el dominio (el intervalo [0,4]) y además que f(0) = f(4), me están diciendo que cumple las hipótesis del Teorema de Rolle.

Sabemos que si es derivable también es continua, por tanto f es continua y derivable en x = 2, pues cada rama es un polinomio y ahí no hay problemas.

Como f es continua en x = 2 tenemos que:

$$f(2) = \lim_{x\to 2^-} [f(x)] = \lim_{x\to 2^+} [f(x)]$$

$f(2) = \lim_{x\to 2^-} [f(x)] = \lim_{x\to 2^-} [x^2+ax+b] = 4+2a+b$

$\lim_{x\to 2^+} [f(x)] = \lim_{x\to 2^+} [cx] = 2c$

Igualando tenemos **4+2a+b = 2c.**

$f'(x) = \begin{cases} 2x+a & \text{si } 0 < x \le 2 \\ c & \text{si } 2 < x < 4 \end{cases}$

Como f es derivable en x = 2 tenemos que:

$$f'(2^-) = f'(2^+) \lim_{x\to 2^-} [f(x)] = \lim_{x\to 2^+} [f(x)]$$

Vamos a utilizar la continuidad de la derivada que es más rápido

$f'(2^-) = \lim_{x\to 2^-} [f'(x)] = \lim_{x\to 2^-} [2x+a] = 4+a$

$f'(2^+) \lim_{x\to 2^+} [f'(x)] = \lim_{x\to 2^+} [c] = c$

Igualando tenemos **4+a = c.**

De f(0) = f(4) tenemos:

f(0) = b, se mira en su rama correspondiente.

f(4) = 4c, se mira en su rama correspondiente.

Igualando tenemos **b = 4c.**

Resolvemos el sistema que nos ha salido:

$$4+2a+b = 2c$$
$$4+a = c$$
$$b = 4c$$

Sustituyendo la "c" de la 2ª ecuación en la 1ª y 3ª obtenemos:

b = 4(4+a) = 16 + 4a

2(4+a) = 4+2a+b, operando en esta ecuación obtenemos **b = 4**.

Con este valor entrando en b = 4c obtenemos **c = 1**.

Con los dos valores obtenidos entrando en 4 + a = c, obtenemos **a = -3**.

(b)

El Teorema de Weierstrass no afirma que si una función es continua en un intervalo cerrado (en nuestro caso [0,4]), dicha función alcanza sus extremos absolutos en dicho intervalo. Por ptro lado sabemos que los extremos absolutos de una función se suelen alcanzar en:

1.- Puntos "x" donde f no es continua ni derivable. (No es nuestro caso)

2.- Los extremos del intervalo, en nuestro caso x = 0 y x = 4.

3.- Las soluciones de f'(x) = 0.

Como $f(x) = \begin{cases} x^2-3x+4 & \text{si } 0 \le x \le 2 \\ 1x & \text{si } 2 < x \le 4 \end{cases}$ y $f'(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{si } 0 < x \le 2 \\ 1 & \text{si } 2 < x < 4 \end{cases}$

En nuestro caso de f'(x) = 0, tenemos 2x-3 = 0, de donde x = 3/2 = 1'5 que pertenece a [0,4].

Los punto por tanto que debemos de probar son x = 0, x = 1'5 y x = 4. Por supuesto cada uno en su rama.

f(0) = 4

f(4) = 4

$f(1'5) = (1'5)^2 - 3(1'5) + 4 = 1'75$.

Por tanto f alcanza su máximo absoluto en x = 0 y x = 4 y vale 4. Y f alcanza su mínimo absoluto en x = 3/2 = 1'5 y vale 1'75.

Ejercicio 2 opción B, modelo 5 Septiembre 2010

Considera la función f: R → R dada por $f(x) = x^2 + 4$.

(a) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1.

(b) [1'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, el eje de ordenadas y la recta de ecuación y = 2x + 3. Calcula su área.

Solución

(a)

Sabemos que la recta tangente de f en x = 1 es " y – f(1) = f'(1).(x – 1)"

$f(x) = x^2 + 4$, luego f(1) = 1+4 = 5

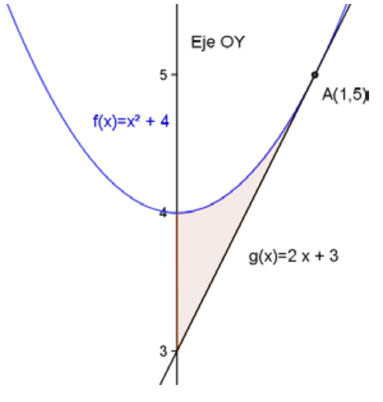
f'(x) = 2x, luego f'(1) = 2, por la recta tangente es y – 5 = 2.(x – 1). Operando sale y = 2x + 3.

(b)

Sabemos que la gráfica de $f(x) = x^2 + 4$ es exactamente igual que la de la parábola x^2 (vértice en (0,0) y ramas hacia arriba), pero desplazada 4 unidades hacia arriba en el eje de ordenadas OY.

Vemos que la recta y = 2x + 3 es la recta que nos han pedido en el punto x = 1, y como tenemos que utilizar el eje OY para el área le damos a dicha recta el valor de x = 0 resultándonos y = 3, es decir pasa por el punto (3,0).

Un esbozo de la grafica pedida es:



El área pedida es:

Área = $\int_0^1 (f(x) - g(x))dx = \int_0^1 (x^2 + 4 - 2x - 3)dx = \int_0^1 (x^2 - 2x + 1)dx =$

$= [x^3/3 - x^2 + x]_0^1 = (1/3 - 1 + 1) - (0) = 1/3$ u.a.

Ejercicio 3 opción B, modelo 5 Septiembre 2010

[2'5 puntos] Sean las matrices $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $C=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

Calcula la matriz X que cumpla la ecuación AXB = C

Solución

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \text{ y } C=\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

$$AXB = C$$

Como $|A|=\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0$, existe su matriz inversa A^{-1}.

Como $|B| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 1(-2+1) = -1 \neq 0$, existe su matriz inversa B^{-1}.

Multiplicando matricialmente la expresión AXB = C, por la izquierda por A^{-1} y por la derecha por B^{-1}, tenemos

$A^{-1}.AXB.\ B^{-1} = A^{-1}.C.\ B^{-1}$, de donde $I_2.X.I_3 = A^{-1}.C.\ B^{-1}$, de donde $X = A^{-1}.C.\ B^{-1}$, puesto que I_2 e I_3 son matrices identidad de orden 2 y 3.

Tenemos que resolver $X = A^{-1}.C.\ B^{-1}$.

Sabemos que $A^{-1} = (1/|A|).\ Adj(A^T)$, siendo A^T la matriz adjunta de A, y $Adj(A^T)$ es la matriz adjunta de A^T.

Hemos visto que |A| = 1

$A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $A^T=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $Adj\left(A^T\right)=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, por tanto $\left(A^{-1}\right)=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Tambien podíaomos haberlo calculado por Gauss

De $(A|I_2)$ si llegamos a $(I_2|B)$, B es A^{-1}.

$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \overset{F_2+F_1(1)}{\sim} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}\right)$, y observamos que sale lo mismo.

$B^{-1} = (1/|B|).\ Adj(B^T)$,

Hemos visto que |B| = -1

$B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B^T=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, $Adj\left(B^T\right)=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}$, por tanto $\left(B^{-1}\right)=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

$X = A^{-1}.C.\ B^{-1} =$

$$= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix}.\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 3 & -4 & -2 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 4 opción B, modelo 5 Septiembre 2010

Considera los planos π_1, π_2 y π_3 dados respectivamente por las ecuaciones:

$$x + y = 1, \quad ay + z = 0 \quad y \quad x + (1+a)y + az = a + 1$$

(a) [1'5 puntos] ¿Cuánto ha de valer "a" para que no tengan ningún punto en común?

(a) [1 punto] Para a = 0, determina la posición relativa de los planos.

Solución

(a)

Para que no tengan ningún punto en común consideramos los planos como un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas

$$x + y = 1,$$
$$ay + z = 0$$
$$x + (1+a)y + az = a + 1$$

Teniendo en cuenta el Teorema de Rouche los planos no tendrán ningún punto en común si rango(A) ≠ rango (A^*), siendo A y A^* la matriz de los coeficientes y la matriz ampliada del sistema anterior, es decir:

Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 1 & 1+a & a \end{pmatrix}$ l y $A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & a & 1 & 0 \\ 1 & 1+a & a & a+1 \end{pmatrix}$.

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 1 & 1+a & a \end{vmatrix}_{F_3+F_1(-1)} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & a & 1 \\ 0 & a & a \end{vmatrix} \underset{\text{columna}}{\overset{\text{Adjuntos}}{\underset{\text{primera}}{=}}} 1(a^2 - a).$$

Si |A| = 0, tenemos $a^2 - a = a(a - 1) = 0$, de donde a = 0 y a = 1.

Por tanto **para a ≠ 0 y a ≠ 1** el sistema es compatible y determinado, y tiene solución única. **No es nuestro caso,** pues tienen un punto en común los tres planos.

Si a = 0

En A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ como $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ = 1 ≠ 0, tenemos rango(A) = 2.

En A^* = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ como $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$ = 0, por tener la columna 1ª y 3ª iguales, tenemos rango(A^*) = 2.

Como rango(A) = rango(A^*) = 2 < nº de incógnitas, por el Teorema de Rouche el sistema es compatible e indeterminado y tiene infinitas soluciones que dependen de un parámetro. Este **tampoco es nuestro caso**. Pues tiene infinitas soluciones

Si a = 1

En A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ como $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$ = 1 ≠ 0, tenemos rango(A) = 2.

En A^* = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ como $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}_{F_3+F_1(-1)} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}_{\substack{\text{Adjuntos} \\ \text{primera} \\ \text{columna}}} = 1.(1) = 1 \neq 0$, rango($A^*$) = 3.

Como rango(A) = 2 ≠ rango(A^*) = 3, por el Teorema de Rouche **el sistema es incompatible y no tiene solución. Este es nuestro caso.**

Por tanto para que los tres planos no tengan ningún punto en común tiene que ser a = 1

(b)

Si a = 0 hemos visto en el apartado (a) que rango(A) = rango(A^*) = 2 < nº de incógnitas, y el sistema era compatible e indeterminado y tenía infinitas soluciones.

Es este caso los planos son:

$$\pi_1 \equiv x + y = 1$$
$$\pi_2 \equiv z = 0$$
$$\pi_3 \equiv x + y = 1$$

Si nos damos cuenta los planos 1º y 3º son iguales (paralelos coincidentes) y el 2º plano los corta en una recta "r" (dada como intersección de dos planos) de ecuación:

$$z = 0$$
$$x + y = 1$$

Gráficamente sería de la siguiente forma: