

Examen de Estadística

Problema 1 En la tienda de tiro de una feria saben que un cliente obtiene un premio cada cuatro disparos. Si un cliente hace 10 disparos, se pide:

1. Probabilidad de que consiga cuatro premios.
2. Probabilidad de que consiga menos de tres.
3. Probabilidad de consiga algún premio.
4. Calcular el número de premios que, presumiblemente, obtendrá.

Solución:

$$p = \frac{1}{4}, \quad q = \frac{3}{4}, \quad n = 10$$

$$1. P(X = 4) = \binom{10}{4} \left(\frac{1}{4}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^6 = 0,146$$

$$2. P(X < 3) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) =$$

$$\binom{10}{0} \left(\frac{1}{4}\right)^0 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{10} + \binom{10}{1} \left(\frac{1}{4}\right)^1 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^9 + \binom{10}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^8 =$$
$$= 0,469$$

$$3. P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1) = 1 - P(X = 0) = 0,944$$

$$4. E[X] = \mu = n \cdot p = 2,5$$

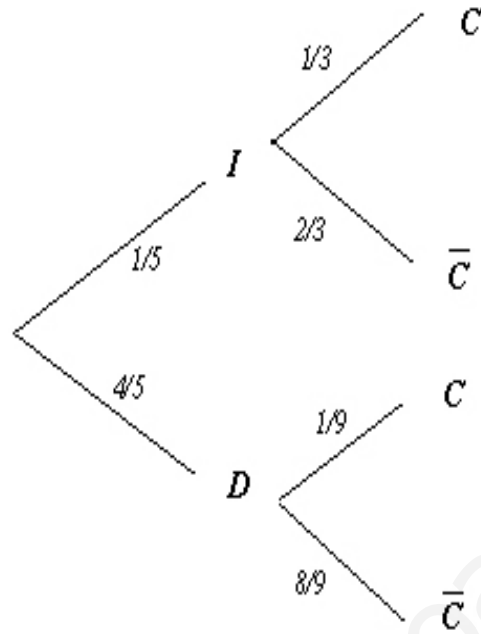
Problema 2 Los cacos, que realizan sus fechorías en los bajos fondos de su ciudad, pueden ser detenidos por la policía por dos causas, una cuando son pillados en infraganti delito, ésto ocurre una de cada cinco veces, el resto de los casos es por una denuncia. En el primero de los casos, ellos saben que la probabilidad de ir a la carcel es de $1/3$, y en el segundo de $1/9$. Con estos datos se pide:

1. Calcular la probabilidad de un caco vaya a la carcel.
2. Sabiendo que no ha ido a la carcel, calcular la probabilidad de que fuese pillado infraganti.

Solución:

$$1. P(C) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} + \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{9} = 0,156$$

$$2. P(I|\bar{C}) = \frac{P(\bar{C}|I) \cdot P(I)}{P(\bar{C})} = \frac{2/3 \cdot 1/5}{1 - 0,156} = 0,158$$



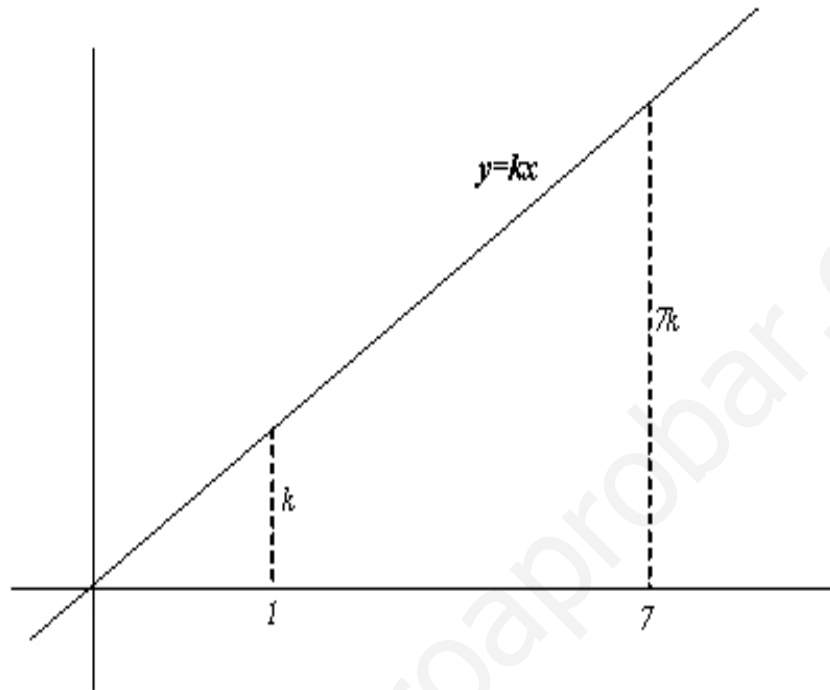
Problema 3 Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{si } x \in [1, 7] \\ 0 & \text{si } x \notin [1, 7] \end{cases}$$

1. Calcular k de manera que $f(x)$ sea una función de densidad.
2. Calcular $P(X > 3)$.
3. Calcular $P(2 < X < 6)$.
4. Calcular $P(-2 < X < 2)$.
5. Calcular la función de distribución asociada a esta función.

$$1. S_7 - S_1 = 1 \implies \frac{49k}{2} - \frac{k}{2} = 1 \implies k = \frac{1}{24}$$

$$2. P(X > 3) = P(3 < X < 7) = \frac{49/24}{2} - \frac{9/24}{2} = 0,833$$



$$3. P(2 < X < 6) = \frac{36/24}{2} - \frac{4/24}{2} = 0,667$$

$$4. P(-2 < X < 2) = P(1 < X < 2) = \frac{4/24}{2} - \frac{1/24}{2} = 0,0625$$

$$5. P(1 < X < x) = \frac{x^2}{48} - \frac{1}{48} = \frac{x^2 - 1}{48}$$

$$F(X) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 1 \\ \frac{x^2 - 1}{48} & \text{si } 1 \leq x \leq 7 \\ 1 & \text{si } x > 7 \end{cases}$$