1º BACHILLERATO. EXAMEN DE MATEMÁTICAS – ÁLGEBRA

SOLUCIONES

1 Realiza y simplifica: $\left(\frac{1}{x^2} - \frac{x-1}{x^3-9x}\right) \cdot \frac{x^2-3x}{x-9}$ ***(1,5 puntos)***

Solución: $\left(\frac{1}{x^2} - \frac{x-1}{x(x+3)(x-3)}\right) \cdot \frac{x(x-3)}{x-9} = \left(\frac{1.(x+3)(x-3)-(x-1).x}{x^2(x+3)(x-3)}\right) \cdot \frac{x(x-3)}{x-9} =$

$$\left(\frac{x^2-9-x^2+x}{x^2(x+3)(x-3)}\right) \cdot \frac{x(x-3)}{x-9} = \left(\frac{x-9}{x^2(x+3)(x-3)}\right) \cdot \frac{x(x-3)}{x-9} = \frac{\cancel{(x-9)}\,\cancel{x}\,\cancel{(x-3)}}{x^{\cancel{2}}(x+3)\cancel{(x-3)}\,\cancel{(x-9)}} = \frac{1}{x(x+3)} = \boxed{\frac{1}{x^2+3x}}$$

2 Resuelve las siguientes ecuaciones: a) $(x-2)^2(x-1)-(x+3)^2 = 5(2x-x^2-5)$ ***(2,5 puntos)***

Solución: $(x^2-4x+4)(x-1)-(x^2+6x+9) = 10x-5x^2-25 \Rightarrow x^3-x^2-4x^2+4x+4x-4-x^2-6x-9 = 10x-5x^2-25$

$x^3-x^2-4x^2+4x+4x-4-x^2-6x-9-10x+5x^2+25=0 \Rightarrow x^3-x^2-8x+12=0 \Rightarrow (x-2)(x^2+x-6)=0$

$$\begin{cases} x-2=0 \\ ó \\ x^2+x-6=0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{x=2}, \quad x = \frac{-1\pm\sqrt{1^2-4.1.(-6)}}{2.1} = \frac{-1\pm 5}{2} = \left\langle \begin{array}{l} \boxed{x=2} \\ \boxed{x=-3} \end{array}\right.$$

b) $\sqrt{17+8x^2} - 2x^2 = 3$ ***(1 punto)***

Solución: $\sqrt{17+8x^2} = 3+2x^2 \Rightarrow \left(\sqrt{17+8x^2}\right)^2 = \left(3+2x^2\right)^2 \Rightarrow 17+8x^2 = 9+12x^2+4x^4 \Rightarrow$

$$0 = 4x^4+4x^2-8 \xrightarrow{:4} x^4+x^2-2=0 \Rightarrow x^2 = \frac{-1\pm\sqrt{1^2-4.1.(-2)}}{2.1} = \frac{-1\pm 3}{2} = \left\langle \begin{array}{l} x^2=1 \to x=\pm\sqrt{1} \to \boxed{x=\pm 1} \\ x^2=-2 \to x=\pm\cancel{\sqrt{-2}} \end{array}\right.$$

c) $\log_2 \sqrt[5]{\frac{1}{8}} = 2x-1$ ***(0,5 puntos)***

Solución: $2^{2x-1} = \sqrt[5]{\frac{1}{8}} = \sqrt[5]{\frac{1}{2^3}} = \sqrt[5]{2^{-3}} = 2^{-3/5} \Rightarrow 2x-1 = \frac{-3}{5} \Rightarrow 5(2x-1) = -3 \Rightarrow 10x-5=-3 \Rightarrow 10x=2 \Rightarrow x = \frac{2}{10} \Rightarrow \boxed{x=\frac{1}{5}}$

3 Clasifica los siguientes sistemas de ecuaciones lineales según el número de soluciones e interprétalos geométricamente. Después, resuelve por el método gráfico el sistema que sea compatible determinado.

a) $\begin{cases} -6x+3y=5 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ Solución: $\frac{-6}{2} = \frac{3}{-1} \neq \frac{5}{1} \to$ S.I. (no tiene solución) ; Interpretación geométrica: rectas paralelas

b) $\begin{cases} x+2y=7 \\ x-y=-2 \end{cases}$ Solución: $\frac{1}{1} \neq \frac{2}{-1} \to$ S.C.D. (tiene solución única) ; Interpretación geométrica: rectas secantes

Resolución gráfica: Se dibujan las rectas y se observa que se cortan en el punto (1,3). La solución es $x=1, y=3$

(Clasificación: 0,2 puntos; Interpretación geométrica: 0,2 puntos; Resolución gráfica: 0,7 puntos)

4 Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} x+y-3=0 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ ***(1 punto)***

Solución: $\begin{cases} x+y-3=0 \to y=3-x \\ x^2+y^2=5 \end{cases} \Rightarrow x^2+(3-x)^2=5 \Rightarrow x^2+9-6x+x^2=5$

$$\Rightarrow 2x^2-6x+4=0 \xrightarrow{:2} x^2-3x+2=0;\ x = \frac{3\pm\sqrt{9-4.1.2}}{2.1} = \frac{3\pm 1}{2} \left\langle \begin{array}{l} x=2 \to y=3-2=1 \Rightarrow \boxed{x=2, y=1} \\ x=1 \to y=3-1=2 \Rightarrow \boxed{x=1, y=2} \end{array}\right.$$

b) $\begin{cases} x+y-z=-4 \\ 2x+y+3z=9 \\ -x+2y+2z=1 \end{cases}$ por el método de Gauss ***(1,5 puntos)*** Solución: $\boxed{x=1,\ y=-2,\ z=3}$

5 Plantea, **sin resolver**, un sistema de ecuaciones para el siguiente problema:

"Un cliente de un supermercado ha pagado un total de 156 € por 24 litros de leche, 6 kg de jamón serrano y 12 litros de aceite de oliva. Calcula el precio unitario de cada artículo, sabiendo que 1 litro de aceite cuesta el triple que un litro de leche y que 1 kg de jamón cuesta igual que 4 litros de aceite más 4 litros de leche"

(0,9 puntos)

Solución: $\begin{cases} x = \text{precio de 1 litro de leche} \\ y = \text{precio de 1 kg de jamón} \\ z = \text{precio de 1 litro de aceite de oliva} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 24x+6y+12z=156 \\ z=3x \\ y=4z+4x \end{cases}$