

1. Utiliza las identidades notables para desarrollar las siguientes expresiones:

a) $(\sqrt{2x} + 5\sqrt{3})^2$

c) $(\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[4]{y}) \cdot (\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[4]{y})$

b) $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}x - 6y^3\right)^2$

d) $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{x} + \frac{2}{3}\right)^2$

2. ¿Cuál es el resto de la división $(x^{2017} - 4x^{2016} + 7x^{1492} + 3x - 4) : (x + 1)$?

3. Factoriza los siguientes polinomios:

a) $x^4 - 1$

c) $x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 4x - 12$

b) $x^4 - 5x^3 - x^2 + 17x + 12$

d) $6x^3 - x^2 - 31x - 10$

4. Opera:

a) $\frac{x+5}{x^2-1} - \frac{3x-4}{x+1} + \frac{x+3}{3}$

b) $\frac{x+5}{x^2-1} : \frac{x^3-25x}{x^2-4x+3}$

5. Encuentra un polinomio $P(x)$ de segundo grado que tenga por raíces a -1 y 4 y que su valor numérico en $x = 2$ sea 8 .

6. Dado el polinomio $P(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + kx + 4$, se sabe que al dividirlo entre $x - 3$ el resto de la división es 16 .

a) ¿Cuánto debe valer k ?

A. -1

B. 4

C. 0

D. $\frac{1}{2}$

b) ¿Cuáles serían en ese caso las raíces del polinomio? Indica su multiplicidad.

c) ¿Cuál sería su factorización?

d) ¿Existirá algún número real para el cual el valor numérico en ese polinomio sea negativo?

SOLUCIONES

1. a) $(\sqrt{2x} + 5\sqrt{3})^2 = 2x + 75 + 10\sqrt{6x}$

b) $\left(\frac{\sqrt{5}}{2}x - 6y^3\right)^2 = \frac{5}{4}x^2 + 36y^6 - 6\sqrt{5}xy^3$

c) $(\sqrt[3]{x} - 3\sqrt[4]{y})(\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[4]{y}) = \sqrt[3]{x^2} + 9\sqrt{y} - 6\sqrt[12]{x^4y^3}$

d) $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{x} + \frac{2}{3}\right)^2 = x + \frac{1}{4} - \sqrt{x} - x - \frac{4}{9} - \frac{4}{3}\sqrt{x} = -\frac{7}{36} - \frac{7}{3}\sqrt{x}$

2. Por el teorema del resto será $P(-1) = -1 - 4 + 7 - 3 - 4 = -5$

3. a) $x^4 - 1 = (x+1)(x-1)(x^2+1)$

b) $x^4 - 5x^3 - x^2 + 17x + 12 = (x+1)^2 \cdot (x-4) \cdot (x-3)$

c) $x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 4x - 12 = (x+2)^2(x-1)(x+3)$

d) $6x^3 - x^2 - 31x - 10 = (x+2)(3x+1)(2x-5)$

4. a) $\frac{x+5}{x^2-1} - \frac{3x-4}{x+1} + \frac{x+3}{3} = \frac{x^3 - 6x^2 + 23x}{3x^2 - 3}$

b) $\frac{x+5}{x^2-1} \cdot \frac{x^3-25x}{x^2-4x+3} = \frac{x+5}{(x+1)(x-1)} \cdot \frac{x(x+5)(x-5)}{(x-1)(x-3)} = \frac{(x+5)(x-1)(x-3)}{(x+1)(x-1)x(x+5)(x-5)}$
 $= \frac{x-3}{(x+1)x(x-5)} = \frac{x-3}{x^3-4x^2-5x}$

5. $P(x) = -\frac{4}{3}x^2 + 4x + \frac{16}{3}$

6. a) B. 4

b) -1 y 2 con multiplicidad 2

c) $P(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + kx + 4 = (x+1)^2(x-2)^2$

d) Nunca puede ser negativo, ya que su factorización es producto de dos cuadrados, los cuales nunca pueden ser negativos.