EXAMEN INFERENCIA ESTADÍSTICA 2 BACH CCSS
NOMBRE:

1.- En un estudio sobre el gasto diario por turista en una determinada región, se tomó una muestra aleatoria de 3600 turistas, para los que su gasto medio diario fue de 68 euros. Suponiendo que el gasto diario sigue una distribución normal con desviación típica 40, se pide:

a) Construir un intervalo de confianza para el gasto medio diario de los turistas de esa región, al 95% de confianza.

b) ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo necesario para que pueda estimarse el verdadero gasto medio diario a partir de la media muestral con un error de estimación máximo de 1 euro y un nivel de confianza del 95%?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1: F(1,28) = 0,90; F(1,64) = 0,95; F(1,96) = 0,975; F(2,33) = 0,99; F(2,58) = 0,995.)

2. Tras unos programas educativos para intentar reducir el porcentaje de fumadores en la universidad, se toma una muestra aleatoria de 400 universitarios, de la que se obtiene que 36 son fumadores.

a) Halla, con un nivel de confianza del 90%, un intervalo para estimar la proporción de fumadores en la universidad.

b) Con la misma muestra ¿qué le ocurriría al error de estimación al aumentar el nivel de confianza al 99%?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1: F(1,28) = 0,90; F(1,64) = 0,95; F(1,96) = 0,975; F(2,33) = 0,99; F(2,58) = 0,995.)

3. En una encuesta realizada recientemente se obtuvo que 370 de las 500 personas encuestadas respondieron que estaban económicamente mejor que sus padres.

a) Calcula un intervalo de confianza del 93% de la proporción de personas que creen que están en mejor situación económica que sus padres.

b) Con el mismo nivel de confianza, ¿Cuál sería el tamaño muestral mínimo para que pueda estimarse la proporción de personas que creen que están en mejor situación económica que sus padres con un error máximo de estimación de un 2%?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1: F(1,88) = 0,97; F(0,93) = 0,82; F(1,81) = 0,965; F(1,48) = 0,93; F(0,07) = 0,53.)

4. Una superficie comercial recibía abundantes quejas por el tiempo que pasaba desde que los clientes encargaban sus productos hasta que eran servidos. En un último estudio, de una muestra de 32 pedidos recientes el tiempo medio es de 12 días de espera. Suponiendo que el tiempo sigue una distribución Normal y que la desviación típica es de 9,8 días:

a) ¿Cuál sería el error máximo de estimación del tiempo medio de espera con un nivel de confianza del 95%?. Calcula un intervalo de confianza a ese mismo nivel.

b) Con la misma muestra pero con distinto nivel de confianza, el error máximo de estimación es de 4 días. ¿Cuál es este nivel de confianza?

(Algunos valores de la función de distribución de la Normal de media 0 y desviación típica 1: F(0,05) = 0,52; F(0,95) = 0,83; F(1,64) = 0,95; F(1,96) = 0,975; F(2,31) = 0,99.)

PUNTUACIÓN: Cada ejercicio vale 2.5 puntos, a razón de 1.25 por apartado. Dentro de cada apartado la resolución correcta del ejercicio valdrá hasta 1 punto, la clara y correcta utilización del lenguaje estadístico, así como la explicación de la resolución del problema contará hasta 0.25 puntos por apartado.

CORRECION INFERENCIA

1

a) $n = 3600$

$\bar{X} = 68$ €

$\sigma = 40$ €

$1-\alpha = 95\%$

$z_{\alpha/2} = 1'96$

a) $P(Z \leq z_{\alpha/2}) = P(Z \leq z_{0,025}) = 0'975 \rightarrow z_{0,025} = 1'96$

$\left(\bar{X} - z_{0,025}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + z_{0,025}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(68 - 1'96\frac{40}{3600}, \dots\right)$

$(66'69, 69'31)$ Intervalo de confianza

b) $1-\alpha = 95\%$

$z_{\alpha/2} = 1'96$

$\sigma = 40$

¿n?

$1'96 \cdot \frac{40}{\sqrt{n}} = 1 \Rightarrow n = (1'96 \cdot 40)^2 = 6146'56$

Debe tomarse una muestra de al menos 6147 datos

2

$n = 400$

$\hat{p} = \frac{36}{400} = 0'09$

$1-\alpha = 90\%$

a) $P(Z \leq z_{0,05}) = 0'95 \rightarrow z_{0,05} = 1'64$

$\left(\hat{p} - z_{0,05}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}, \hat{p} + z_{0,05}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right) =$

$= \left(0'09 - 1'64\sqrt{\frac{0,09 \cdot 0'91}{400}}, 0'09 + 1'64\sqrt{\frac{0'09 \cdot 0'91}{400}}\right) =$

$= (0,0665, 0'113)$ Intervalo confianza.

b) $1-\alpha = 99\%$

$z_{\alpha/2} = 2'58$

Error máximo $= 2'58 \cdot \sqrt{\frac{0,09 \cdot 0'91}{400}} = 0'0369$

Al aumentar la confianza, ~~aumenta~~ disminuye el error máximo

y viceversa.

③ $n=500$, $\hat{p}=\frac{370}{500}=0'74$, $1-\alpha=93\%$

a) $P(Z \le z_{\alpha/2}) = 0,965 \Rightarrow z_{0,035} = 1'81$

$$\left(\hat{p} - z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}},\ \hat{p} + z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right) =$$

$$= \left(0,74 - 1'81\sqrt{\frac{0,74\cdot 0,26}{500}},\ 0'74 + 1'81\sqrt{\frac{0'74\cdot 0'26}{500}}\right) =$$

$$= (0'7045,\ 0'7755)$$ Intervalo de confianza.

b) $E = z_{\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}} \Rightarrow 0'02 = 1'81\cdot\sqrt{\frac{0'74\cdot 0'26}{N}} \Rightarrow N = 1575'8041$

$$\boxed{N = 1576}$$

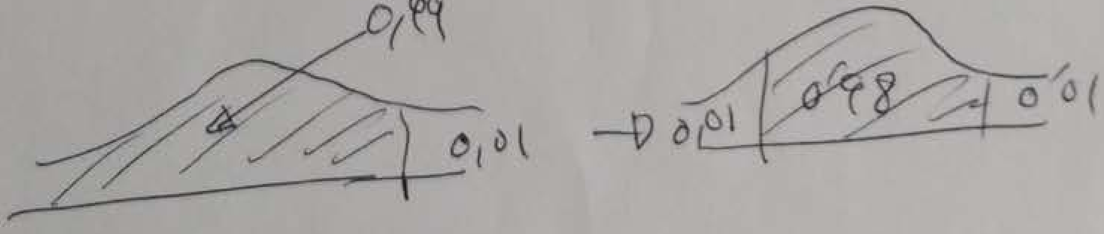
④ $n=32$, $\bar{x}=12$, $\sigma=9'8$, $1-\alpha=95\%$

a) $P(Z \le z_{\alpha/2}) = 0'975 \rightarrow z_{\alpha,025} = 1'96$

$$\left(\bar{x} - z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}},\ \bar{x} + z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \left(12 - 1'96\frac{9'8}{\sqrt{32}},\ 12 + 1'96\frac{9'8}{\sqrt{32}}\right)$$

$$= (8'6044,\ 15'3955)$$

b) $z_{\alpha/2}\ \frac{9'8}{\sqrt{32}} = 4 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 2'31 \Rightarrow F(2'31) = 0'99$



Nivel de confianza 98 %