# Tasa de variación media

La **tasa de variación media, TVM,** de una función $f(x)$ en un intervalo $[a, b]$ es:

$$\text{TVM}_{[a,\, b]} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

- Si $f(x)$ es creciente en el intervalo $(a, b)$, la tasa de variación media en $[a, b]$ es positiva; es decir:

$$f(x) \text{ creciente en } (a, b) \;\Rightarrow\; \text{TVM}_{[a,\, b]} > 0$$

- Si $f(x)$ es decreciente en el intervalo $(a, b)$, la tasa de variación media en $[a, b]$ es negativa; es decir:

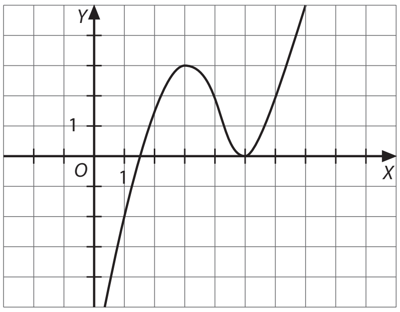
$$f(x) \text{ decreciente en } (a, b) \;\Rightarrow\; \text{TVM}_{[a,\, b]} < 0$$

- Si $f(x)$ es constante en el intervalo $(a, b)$, la tasa de variación media en $[a, b]$ es cero; es decir:

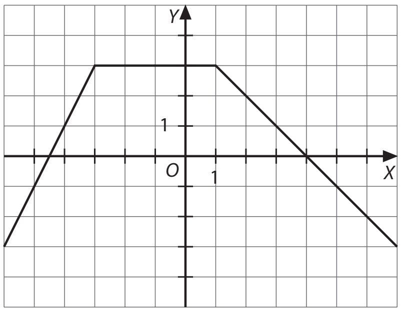
$$f(x) \text{ constante en } (a, b) \;\Rightarrow\; \text{TVM}_{[a,\, b]} = 0$$

**1** Halla la tasa de variación media de cada una de estas funciones representados para los intervalos que se indican:

***a)*** $[1, 3]$ y $[4, 6]$



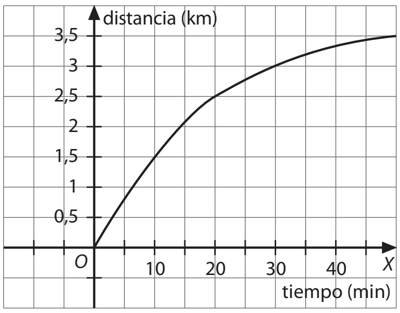

***b)*** $[-3, 0]$ y $[1, 4]$




**2** Calcula la tasa de variación media para cada una de estas funciones en el intervalo $[0, 3]$:

***a)*** $f(x) = x$ ***b)*** $f(x) = x^2 + 1$ ***c)*** $f(x) = 3$

**3** La siguiente gráfica muestra el espacio recorrido por Virginia desde casa cuando se dirige a las clases de baile.




***a)*** Halla la TVM de la función representada en los intervalos $[0, 10]$ y $[10, 20]$.

***b)*** ¿Qué intervalo tiene la mayor TVM? ¿Qué significa?

**4** Indica en cada caso verdadero o falso:

***a)*** La TVM de una función lineal, representada por una recta, coincide con su pendiente en cualquier intervalo.

***b)*** Si la TVM de una función en un intervalo es positiva, la función ese creciente en dicho intervalo.

***c)*** La TVM de una función cuadrática, representada por una parábola, no puede anularse en ningún intervalo.

# Solucionario

**1** ***a)*** Hallamos primero los valores de la función en los extremos de los intervalos:

$f(1) = -2$, $f(3) = 3$, $f(4) = 2$, $f(6) = 2$

$$\text{TVM}_{[1,\,3]} = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3 - (-2)}{3 - 1} = \frac{5}{2}$$

$$\text{TVM}_{[4,\,6]} = \frac{f(6) - f(4)}{6 - 4} = \frac{2 - 2}{6 - 4} = \frac{0}{2} = 0$$

***b)*** Hallamos primero los valores de la función en los extremos de los intervalos:

$f(-3) = 3$, $f(0) = 3$, $f(1) = 3$, $f(4) = 0$

$$\text{TVM}_{[-3,\,0]} = \frac{f(0) - f(-3)}{0 - (-3)} = \frac{3 - 3}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

$$\text{TVM}_{[1,\,4]} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{0 - 3}{4 - 1} = \frac{-3}{3} = -1$$

**2** ***a)*** $\text{TVM}_{[0,\,3]} = \dfrac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \dfrac{3 - 0}{3 - 0} = \dfrac{3}{3} = 1$

***b)*** $\text{TVM}_{[0,\,3]} = \dfrac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \dfrac{10 - 1}{3 - 0} = \dfrac{9}{3} = 3$

***c)*** $\text{TVM}_{[0,\,3]} = \dfrac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \dfrac{3 - 3}{3 - 0} = \dfrac{0}{3} = 0$

**3** Hallamos primero los valores de la función en los extremos de los intervalos:

$f(0) = 0$, $f(10) = 1{,}5$, $f(20) = 2{,}5$

***a)*** $\text{TVM}_{[0,\,10]} = \dfrac{f(10) - f(0)}{10 - 0} = \dfrac{1{,}5 - 0}{10 - 0} = \dfrac{1{,}5}{10} = 0{,}15$

$$\text{TVM}_{[10,\,20]} = \frac{f(20) - f(10)}{20 - 10} = \frac{2{,}5 - 1{,}5}{10} = \frac{1}{10} = 0{,}1$$

***b)*** En el intervalo [0, 10] la TVM es mayor que en [10, 20]. Eso significa que en los 10 primeros minutos Virginia va más rápido que del minuto 10 al 20.

**4** ***a)*** Verdadero.

***b)*** Falso. En dicho intervalo la función puede tener intervalos de crecimiento y de decrecimiento.

***c)*** Falso. En intervalos con los extremos simétricos con respecto al eje de la parábola la TVM es cero.