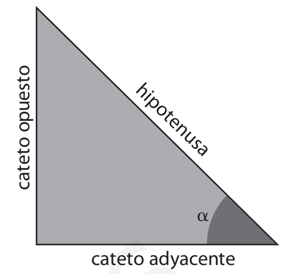
1. Razones trigonométricas de un ángulo agudo

Se llama **razón trigonométrica** de un ángulo agudo a cada uno de los cocientes que se pueden establecer entre los lados de un triángulo rectángulo que contenga a dicho ángulo.

Las **razones trigonométricas** fundamentales del ángulo α son:



- Seno de α. Se representa mediante **sen α** y es el cociente entre el cateto opuesto al ángulo α y la hipotenusa.
- Coseno de α. Se representa mediante **cos α** y es el cociente entre el cateto contiguo al ángulo α y la hipotenusa.
- Tangente de α. Se representa mediante **tg α** y es el cociente entre el cateto opuesto al ángulo α y el cateto contiguo.

Como los catetos del triángulo rectángulo son menores que la hipotenusa, el coseno y el seno de un ángulo agudo son números comprendidos entre 0 y 1; es decir: $0 \leq \text{sen}\ \alpha \leq 1$; $0 \leq \cos \alpha \leq 1$

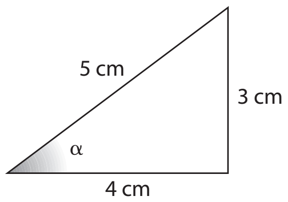
La tangente de un ángulo agudo es el cociente entre el seno y el coseno de dicho ángulo y puede tomar cualquier valor real no negativo:

$$\mathbf{tg}\ \boldsymbol{\alpha} = \frac{\mathbf{sen}\ \boldsymbol{\alpha}}{\mathbf{cos}\ \boldsymbol{\alpha}}$$

Además del seno, el coseno y la tangente de un ángulo, también se pueden definir sus valores inversos, que son, respectivamente, la cosecante, la secante y la cotangente de dicho ángulo, es decir:

$$\mathbf{cosec}\ \boldsymbol{\alpha} = \frac{1}{\text{sen}\ \alpha} \qquad \mathbf{sec}\ \boldsymbol{\alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} \qquad \mathbf{cotg}\ \boldsymbol{\alpha} = \frac{1}{\text{tg}\ \alpha}$$

Por ejemplo, las razones trigonométricas del ángulo α de la figura y sus inversos son:



$\mathbf{sen}\ \boldsymbol{\alpha} = \frac{3}{5}$ $\qquad$ $\mathbf{cos}\ \boldsymbol{\alpha} = \frac{4}{5}$ $\qquad$ $\mathbf{tg}\ \boldsymbol{\alpha} = \frac{3}{4}$

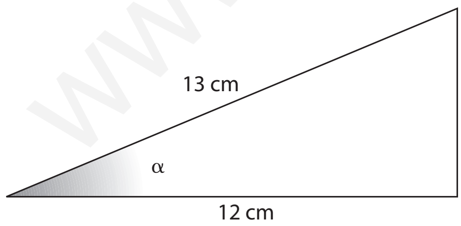
$\mathbf{cosec}\ \boldsymbol{\alpha} = \frac{5}{3}$ $\qquad$ $\mathbf{sec}\ \boldsymbol{\alpha} = \frac{5}{4}$ $\qquad$ $\mathbf{cotg}\ \boldsymbol{\alpha} = \frac{4}{3}$

Un **radián**, rad, es la medida de un ángulo cuyo arco es igual al radio. Los radianes a los que equivalen los ángulos 90°, 180° y 360° son:

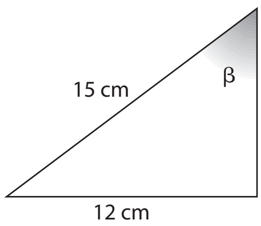
$90^{\circ} = \frac{\pi}{2}$ rad $\qquad$ $180^{\circ} = \pi$ rad $\qquad$ $360^{\circ} = 2\pi$ rad

1 Calcula las seis razones trigonométricas de los ángulos α y β de los siguientes triángulos:

a)



b)



2 ¿Cuánto mide cada uno de los arcos abarcados por los ángulos centrales indicados?

a) Un ángulo de $\frac{\pi}{3}$ rad en una circunferencia de 4,6 cm de radio.

b) Un ángulo de 0,5 rad en una circunferencia de 3,5 cm de radio.

c) Un ángulo de 78° en una circunferencia de 61 cm de radio.

1. Razones trigonométricas de un ángulo agudo

Solucionario

1 ***a)*** Aplicando el teorema de Pitágoras, el cateto mide $b = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$ cm.

Por tanto, las razones trigonométricas son:

$\text{sen}\ \alpha = \frac{5}{13}$; $\cos \alpha = \frac{12}{13}$; $\text{tg}\ \alpha = \frac{5}{12}$

$\text{cosec}\ \alpha = \frac{13}{5}$; $\sec \alpha = \frac{13}{12}$; $\text{cotg}\ \alpha = \frac{12}{5}$

b) Aplicando el teorema de Pitágoras, el cateto mide $c = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$ cm.

Por tanto, las razones trigonométricas son:

$\text{sen}\ \beta = \frac{12}{15}$; $\cos \beta = \frac{9}{15}$; $\text{tg}\ \beta = \frac{12}{9}$

$\text{cosec}\ \beta = \frac{15}{12}$; $\sec \beta = \frac{15}{9}$; $\text{cotg}\ \beta = \frac{9}{12}$

2 ***a)*** $\frac{\pi}{3} \cdot 4{,}6 \cong 4{,}82$ cm ***b)*** $0{,}5 \cdot 3{,}5 = 1{,}75$ cm ***c)*** $78^o \cdot \frac{\pi}{180^o} \cdot 61 \cong 83$ cm