

**PREGUNTA 1.-** Calcula y simplifica al máximo:

a)  $\left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{9}\right)^{-1} + 4$       b)  $\frac{(-5)^3 (-8)^3 (-9)^2}{15^2 \cdot 20^4}$   
c)  $\left(\frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3$       d)  $5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \frac{3}{2}\sqrt{80}$

**PREGUNTA 2.-** Halla el valor de  $x$  aplicando las propiedades de los logaritmos:  
 $\log x = \log 12 + \log 25 - 2 \log 6$

**PREGUNTA 3.-** Halla en cuánto se transforma un capital de 10 000€ al 5% anual durante 2 años y 3 meses si el periodo de capitalización es:

- a) Anual.
- b) Mensual.

Halla el TAE en cada caso.

**PREGUNTA 4.-** Calcula el cociente y el resto:  
 $(6x^5 + 9x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 8x + 5) : (3x^2 - 3x - 1)$

**PREGUNTA 5.-** Simplifica:

$$\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x - 3}$$

**PREGUNTA 6.-** Resuelve:

a)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{4}$       b)  $x^3 - 4x^2 - 9x + 36 = 0$

**PREGUNTA 7.-** Resuelve, si es posible, por el *Método de Gauss* y clasifica el sistema según sus soluciones.

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 2x - y - z = 9 \end{array} \right\}$$

Calificaciones:

PREGUNTA	PUNTUACIÓN
1	2 puntos (0,5+0,5+0,5+0,5)
2	1 punto
3	1,5 puntos (0,75+0,75)
4	1,25 puntos
5	1,25 puntos
6	1,5 puntos (0,75+0,75)
7	1,5 puntos

Sólo se valorarán aquellas respuestas que estén debidamente justificadas.

Tanto el enunciado como las soluciones se pueden descargar en:

<http://santiprofemates.wordpress.com>

PREGUNTA 1:

$$a) \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{7}{9}\right)^{-1} + 4 = \left(\frac{6-3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3-7}{9}\right)^{-1} + 4 = \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{-4}{9}\right)^{-1} + 4 = \\ = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{9}{-4}\right) + 4 = \frac{16}{9} \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) + 4 = -\frac{16}{4} + 4 = -4 + 4 = \boxed{0}$$

$$b) \frac{(-5)^3 \cdot (-8)^3 \cdot (-9)^2}{15^2 \cdot 20^4} = \text{(Primero: FACTORIZAMOS)} \begin{cases} 8=2^3 \Rightarrow (-8)^3 = (-2^3)^3 = -2^9 \\ 9=3^2 \Rightarrow (-9)^2 = (-3^2)^2 = +3^4 \\ 15=3 \cdot 5 \Rightarrow 15^2 = (3 \cdot 5)^2 = 3^2 \cdot 5^2 \\ 20=2^2 \cdot 5 \Rightarrow 20^4 = (2^2 \cdot 5)^4 = 2^8 \cdot 5^4 \end{cases} \\ = \frac{(-5^3) \cdot (-2^9) \cdot 3^4}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^8 \cdot 5^4} = \frac{5^3 \cdot 2^9 \cdot 3^4}{3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^8 \cdot 5^4} = \frac{2^9 \cdot 3^4 \cdot 5^3}{2^8 \cdot 3^2 \cdot 5^6} = 2 \cdot 3^2 \cdot \frac{1}{5^3} = \boxed{\frac{18}{125}}$$

$$c) \left(\frac{\sqrt[6]{32}}{\sqrt{8}}\right)^3 = \left(\frac{\sqrt[6]{2^5}}{\sqrt{2^3}}\right)^3 = \left(\sqrt[6]{\frac{2^5}{2^9}}\right)^3 = \left(\sqrt[6]{\frac{1}{2^4}}\right)^3 = \sqrt[6]{\frac{1}{2^{12}}} = \frac{\sqrt[6]{1}}{\sqrt[6]{2^{12}}} = \frac{1}{2^2} = \boxed{\frac{1}{4}}$$

$$d) 5\sqrt{125} + 6\sqrt{45} - 7\sqrt{20} + \frac{3}{2}\sqrt{80} = 5 \cdot \sqrt{5^3} + 6\sqrt{3^2 \cdot 5} - 7\sqrt{2^2 \cdot 5} + \frac{3}{2}\sqrt{2^4 \cdot 5} = \\ = 5 \cdot 5 \cdot \sqrt{5} + 6 \cdot 3 \sqrt{5} - 7 \cdot 2 \sqrt{5} + \frac{3}{2} \cdot 2^2 \cdot \sqrt{5} = (25 + 18 - 14 + 6) \sqrt{5} = \boxed{35\sqrt{5}}$$

PREGUNTA 2:

$$\log x = \underbrace{\log 12 + \log 25}_{\log a \cdot b = \log a + \log b} - \underbrace{2 \log 6}_{\log a^n = n \cdot \log a} = \underbrace{\log(12 \cdot 25) - \log 6^2}_{\log \frac{a}{b} = \log a - \log b} = \log \frac{12 \cdot 25}{6^2}$$

$$\text{Por lo tanto: } x = \frac{12 \cdot 25}{6^2} = \frac{2^2 \cdot 3 \cdot 5^2}{2^2 \cdot 3^2} = \boxed{\frac{25}{3}}$$

PREGUNTA 3:

a) 2 años y 3 meses, expresado en años:  $2 + \frac{1}{4} = 2,25$  años 3 meses =  $\frac{1}{4}$  de año

$$C_F = 10000 \cdot (1,05)^{2,25} = \boxed{11160,30 \text{ €}}$$

$$TAE = \left[ \left(1 + \frac{0,05}{1}\right)^1 - 1 \right] \cdot 100 = \boxed{5\%} \text{ (Como } K=1 \Rightarrow TAE = r\%)$$

$$b) C_F = 10000 \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{27} = \boxed{11188,11 \text{ €}} ; TAE = \left[ \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12} - 1 \right] \cdot 100 = \boxed{5,12\%}$$

27 meses

PREGUNTA 4:

$$\begin{array}{r}
 6x^5 + 9x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 8x + 5 \\
 -6x^5 + 6x^4 + 2x^3 \\
 \hline
 15x^4 - 5x^3 \\
 -15x^4 + 15x^3 + 5x^2 \\
 \hline
 10x^3 + 12x^2 \\
 -10x^3 + 10x^2 + \frac{10}{3}x \\
 \hline
 22x^2 - \frac{14}{3}x \\
 -22x^2 + 22x + \frac{22}{3} \\
 \hline
 \frac{52}{3}x + \frac{37}{3}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 3x^2 - 3x - 1 \\
 \hline
 2x^3 + 5x^2 + \frac{10}{3}x + \frac{22}{3}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 C(x) = 2x^3 + 5x^2 + \frac{10}{3}x + \frac{22}{3} \\
 R(x) = \frac{52}{3}x + \frac{37}{3}
 \end{array}$$

PREGUNTA 5:

Factorizamos:  $x^2 - 2x + 1 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{+2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1}}{2} = 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$

$x^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(-3)}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2} = 1; -3 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$

Simplificamos:  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 2x - 3} = \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+3)} = \frac{x-1}{x+3}$

PREGUNTA 6:

a)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{3}{4}$ ; (m.c.m.  $\{x, x^2, 4\} = 4x^2$ )

$\frac{4x}{4x^2} + \frac{4}{4x^2} = \frac{3x^2}{4x^2}$ ;  $4x + 4 = 3x^2$ ;  $3x^2 - 4x - 4 = 0$

$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(3)(-4)}}{6} = \frac{4 \pm 8}{6} = 2; -\frac{2}{3} \Rightarrow \boxed{x_1 = 2}, \boxed{x_2 = -\frac{2}{3}}$

b)

1	-4	-9	+36
3		3	-36
<hr/>			
1	-1	-12	0
<hr/>			
-3		-3	12
<hr/>			
1	-4		0

$\Rightarrow x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 36 = (x-3)(x+3)(x-4)$ ; entonces:

$x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 36 = 0 = (x-3)(x+3)(x-4)$

si:  $x-3=0 \Rightarrow x=3$   
 $x+3=0 \Rightarrow x=-3$   
 $x-4=0 \Rightarrow x=4$

PREGUNTA 7

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 3y = 14 \\ x - 2y + z = -3 \\ 2x - y - z = 9 \end{array} \right\} (E_1 \leftrightarrow E_2) \left. \begin{array}{l} x - 2y + z = -3 \\ 2x + 3y = 14 \\ 2x - y - z = 9 \end{array} \right\} \begin{array}{l} E_1 \\ E_2 - 2E_1 \\ E_3 - 2E_1 \end{array} \left. \begin{array}{l} x - 2y + z = -3 \\ 7y - 2z = 20 \\ 3y - 3z = 15 \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l} E_1 \\ 3E_2 \\ -7E_3 \end{array} \left. \begin{array}{l} x - 2y + z = -3 \\ 21y - 6z = 60 \\ -21y + 21z = -105 \end{array} \right\} \begin{array}{l} E_1 \\ E_2 \\ E_2 + E_3 \end{array} \left. \begin{array}{l} x - 2y + z = -3 \\ 21y - 6z = 60 \\ 15z = -45 \end{array} \right\} \Rightarrow \boxed{z = -3}$$

• Sustituyendo  $z = -3$  en  $E_2$ :  $21y - 6(-3) = 60 \Rightarrow 21y = 42 \Rightarrow \boxed{y = 2}$

• Sustituyendo  $z = -3$ ;  $y = 2$  en  $E_1$ :  $x - 2(2) + (-3) = -3 \Rightarrow \boxed{x = 4}$

SISTEMA COMPATIBLE DETERMINADO