PREGUNTA1:

Calcula el rango de la matriz $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 3 & 6 & 9 \\ -5 & -10 & m \end{pmatrix}$ según los valores del parámetro real m. (1,5 puntos)

PREGUNTA 2:

Calcula la matriz X en la ecuación $2 \cdot X - A \cdot X = C - B \cdot X$, sabiendo que $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix}$. (2,5 puntos)

PREGUNTA 3:

Se tienen 9.50 euros en monedas de 5 céntimos, de 10 céntimos y de 50 céntimos. El número de monedas de 10 céntimos excede en 9 unidades al número de monedas de 50 céntimos, y por cada tres monedas de 10 céntimos se tienen 4 de 5 céntimos. ¿Cuántas monedas se tienen de cada valor? (2,5 puntos)

PREGUNTA 4:

Se considera el sistema lineal de ecuaciones, dependiente del parámetro real *a*:

$$\begin{cases} x - 2y + z = 0 \\ 3x + 2y - 2z = 3 \\ 2x + 2y + az = 8 \end{cases}$$

a) Discutir el sistema para los distintos valores de *a.* (2 puntos)

b) Resolver el sistema para *a* = 4. (1,5 puntos)

Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos efectuados por el alumno/a.

PREGUNTA1:

Por Gauss: $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 3 & 6 & 9 \\ -5 & -10 & m \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & -5 & m+5 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 3m+45 \end{pmatrix}$

Por tanto,

Si 3m+45=0, es decir m=-15 $\Rightarrow$ el rango es 2

Si 3m+45 $\neq$ 0, es decir m $\neq$ -15 $\Rightarrow$ el rango es 3

PREGUNTA 2:

a)

$$\begin{aligned} 2\cdot X - A\cdot X = C - B\cdot X &\Rightarrow 2\cdot X - A\cdot X + B\cdot X = C \Rightarrow \\ &\Rightarrow (2\cdot I_3 - A + B)\cdot X = C \Rightarrow \\ &\Rightarrow X = (2\cdot I_3 - A + B)^{-1}\cdot C \end{aligned}$$

b)

Calculamos $2\cdot I_3 - A + B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow (2\cdot I_3 - A + B)^{-1} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

Por tanto, $X = (2\cdot I_3 - A + B)^{-1}\cdot C = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & 3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

PREGUNTA 3:

Sean *x*, *y, z* el número de monedas de 5, 10 y 50 céntimos respectivamente.

El sistema de ecuaciones a plantear es el siguiente:

$$\begin{cases} 5x + 10y + 50z = 950 \\ y - 9 = z \\ 4y = 3x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x + 10y + 50z = 950 \\ y - z = 9 \\ 3x - 4y = 0 \end{cases},$$

del que obtenemos la matriz de coeficientes $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 10 & 190 \\ 0 & 1 & -1 & 9 \\ 3 & -4 & 0 & 0 \end{array}\right)$.

Utilizamos el método de Gauss para reducir la matriz a una triangular inferior:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 10 & 190 \\ 0 & 1 & -1 & 9 \\ 3 & -4 & 0 & 0 \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 10 & 190 \\ 0 & 1 & -1 & 9 \\ 0 & -10 & -30 & -570 \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 10 & 190 \\ 0 & 1 & -1 & 9 \\ 0 & 0 & -40 & -480 \end{array}\right),$$

De donde obtenemos que la solución es **(28, 21, 12)**.

PREGUNTA 4:

a) La matriz de coeficientes del sistema viene dada por: $A = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & a & 8 \end{array}\right)$. Utilizaremos el método de Gauss para convertirla en una matriz triangular.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & a & 8 \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & -5 & 3 \\ 0 & 6 & -2+a & 8 \end{array}\right) \Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 8 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & -14-8a & -46 \end{array}\right)$$

Por tanto, Si $-14-8a = 0 \rightarrow a = -\dfrac{7}{4} \Rightarrow \text{S.}INCOMPATIBLE$

Si $a \neq -\dfrac{7}{4} \Rightarrow \text{S.}COMP.DET.$

b) Para resolverlo en el caso a = 4, sustituimos en la matriz triangular y obtenemos

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 2 & 0 \\ 0 & 8 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & -46 & -46 \end{array}\right) \Rightarrow z = 1 \quad , \quad y = 1 \quad , \quad x = 1.$$