

Monomios y polinomios: ejercicios resueltos

1) Efectúa las siguientes operaciones con monomios cuando sea posible:

- a) $6x^2 - 4x^2 + x^2$
- b) $-3x + 8x - 15x$
- c) $-x^4 - 2x^3 + 5x^3$
- d) $x - 3/4x + 2/3x$
- e) $4x - 2/9x + x/3$
- f) $5/8x^2 - x^2 + x^3/3$

2) Simplifica y ordena estos polinomios:

- a) $3x^3 - 4x + 5 - 2 + 2x^3 + 2x^2$
- b) $4x^2 + 7x - 4 + x^2 - 6x^4 + 5$
- c) $3x - 4x^3 + 8 - 2x^3 - 5x$
- d) $8 - 5x^2 + 3x^5 - x^2 + x^6 - 3$

3) Considera los siguientes polinomios:

$$P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 6x - 2$$
$$Q(x) = x - 3$$
$$R(x) = x + 1$$

Efectúa las siguientes operaciones:

- a) $P(x) + Q(x)$
- b) $P(x) - Q(x)$
- c) $P(x) \cdot Q(x)$
- d) $P(x) : Q(x)$

4) Calcula el valor numérico de los siguientes monomios y polinomios para $x = -1$ y $x = 2$:

- a) $-4x^3$
- b) $5x + 10x^2$
- c) $6x^2 - x + x^3$
- d) $-x^2 + x - 2$

5) Desarrolla los siguientes productos notables:

- a) $(2 - x)^2$
- b) $(x + 4)^2$
- c) $(x - y)(x + y)$

Soluciones

1) Se trata de agrupar aquellos términos que puedan operarse (es decir, tengan la misma parte literal); el resto se deja como está.

a) $6x^2 - 4x^2 + x^2 = 3x^2$

b) $-3x + 8x - 15x = -10x$

c) $-x^4 - 2x^3 + 5x^3 = -x^4 + 3x^3$

d) $x - 3/4x + 2/3x = 11/12x$

e) $4x - 2/9x + x/3 = 37/9x$

f) $5/8x^2 - x^2 + x^3/3 = -3/8x^2 + x^3/3$

2) Igual que en el ejercicio anterior, pero ahora además tenemos que ordenar el polinomio resultante, de modo que empiece por las equis de mayor exponente y siga en orden decreciente. Para mayor comodidad, primero hemos ordenado y luego operado, pero puede hacerse al revés.

a) $3x^3 - 4x + 5 - 2 + 2x^3 + 2x^2 = 3x^3 + 2x^3 + 2x^2 - 4x + 5 - 2 = 5x^3 + 2x^2 - 4x + 3$

b) $4x^2 + 7x - 4 + x^2 - 6x^4 + 5 = -6x^4 + 4x^2 + x^2 + 7x - 4 + 5 = -6x^4 + 5x^2 + 7x + 1$

c) $3x - 4x^3 + 8 - 2x^3 - 5x = -4x^3 - 2x^3 + 3x - 5x + 8 = -6x^3 - 2x + 8$

d) $8 - 5x^2 + 3x^5 - x^2 + x^6 - 3 = x^6 + 3x^5 - 5x^2 - x^2 + 8 - 3 = x^6 + 3x^5 - 6x^2 + 5$

3) Repasa cómo operar polinomios si tienes dudas. Atención a los signos y a la cantidad de términos que a veces salen al desarrollar los polinomios.

$$P(x) = 2x^4 - 3x^2 + 6x - 2$$

$$Q(x) = x - 3$$

a) $P(x) + Q(x)$

$$2x^4 - 3x^2 + 6x - 2 + x - 3 = 2x^4 - 3x^2 + 7x - 5$$

b) $P(x) - Q(x)$

Si tenemos una resta de polinomios, hay que colocar el segundo entre paréntesis, porque el signo menos de la resta va a cambiar de signo todos los términos del polinomio.

$$2x^4 - 3x^2 + 6x - 2 - (x - 3) = 2x^4 - 3x^2 + 6x - 2 - x + 3 = 2x^4 - 3x^2 + 5x + 1$$

c) $P(x) \cdot Q(x)$

$$(2x^4 - 3x^2 + 6x - 2) \cdot (x - 3) = 2x^5 - 3x^3 + 6x^2 - 2x - 6x^4 + 9x^2 - 18x + 6 = 2x^5 - 6x^4 - 3x^3 + 15x^2 - 20x + 6$$

d) $P(x) : R(x)$

$$(2x^4 - 3x^2 + 6x - 2) : (x + 1) = 2x^3 - 2x^2 - x + 7; \text{ resto} = -9$$

4) Para calcular el valor numérico lo único que hay que hacer es cambiar la equis por el número, y tener cuidado al realizar las operaciones.

valor numérico para $x = -1$

a) $-4x^3 \rightarrow -4 \cdot (-1)^3 = 4$

b) $5x + 10x^2 \rightarrow 5 \cdot (-1) + 10 \cdot (-1)^2 = -5 + 10 = 5$

c) $6x^2 - x + x^3 \rightarrow 6 \cdot (-1)^2 - (-1) + (-1)^3 = 6 + 1 - 1 = 6$

d) $-x^2 + x - 2 \rightarrow -(-1)^2 + (-1) - 2 = -1 - 1 - 2 = -4$

valor numérico para $x = 2$

a) $-4x^3 \rightarrow -4 \cdot 2^3 = -32$

b) $5x + 10x^2 \rightarrow 5 \cdot 2 + 10 \cdot 2^2 = 10 + 40 = 50$

c) $6x^2 - x + x^3 \rightarrow 6 \cdot 2^2 - 2 + 2^3 = 24 - 2 + 8 = 30$

d) $-x^2 + x - 2 \rightarrow -2^2 + 2 - 2 = -4$

En el apartado d) de ambos casos, fíjate que el primer signo menos está fuera del cuadrado, y por lo tanto no se ve afectado porque sea un exponente par. Primero se hace el cuadrado, y luego se le coloca un signo menos al resultado.

5) Repasa las igualdades notables si tienes dudas. También puedes realizar la multiplicación “a mano”, es decir, $(2 - x)^2$ también es $(2 - x)(2 - x)$

a) $(2 - x)^2 = 4 - 4x + x^2$

b) $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$

c) $(x - y)(x + y) = x^2 - y^2$