Determina el valor de la composición de funciones que se indica en cada apartado, en $x = -4$, si $f(x) = x^2$ y $g(x) = \dfrac{x-1}{x}$.

a) $(f \circ g)(x)$ c) $(f \circ f)(x)$ b) $(g \circ f)(x)$ d) $(g \circ g)(x)$

a) $(f \circ g)(-4) = f(g(-4)) = f\left(\dfrac{5}{4}\right) = \dfrac{25}{16}$

b) $(g \circ f)(-4) = g(f(-4)) = g(16) = \dfrac{15}{16}$

c) $(f \circ f)(-4) = f(f(-4)) = f(16) = 256$

d) $(g \circ g)(-4) = g(g(-4)) = g\left(\dfrac{5}{4}\right) = \dfrac{1}{5}$

Si $f(x) = \sqrt{2x^3}$ y $g(x) = x - 4$, halla el valor de estas funciones en los puntos que se indican, determinando primero la composición de funciones correspondiente.

a) $(f \circ g)(5)$ b) $(g \circ f)(5)$

Justifica, a partir de los apartados anteriores, si la composición de funciones es conmutativa.

a) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x-4) = \sqrt{2(x-4)^3}$

$(f \circ g)(5) = \sqrt{2}$

b) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g\left(\sqrt{2x^3}\right) = \sqrt{2x^3} - 4$

$(g \circ f)(5) = \sqrt{250} - 4 = 5\sqrt{10} - 4$

$(f \circ g)(5) \neq (g \circ f)(5) \rightarrow$ La composición de funciones no es conmutativa.

Si $f(x) = 3x + 2$ y $g(x) = \dfrac{x}{x+1}$:

a) Determina $g \circ f$, $f \circ g$ y $g \circ g$.

b) Halla las funciones inversas de $f(x)$ y de $g(x)$, y comprueba que $f \circ f^{-1}$ y $g^{-1} \circ g$ dan la función identidad.

a) $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x+2) = \dfrac{3x+2}{3x+3}$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f\left(\dfrac{x}{x+1}\right) = 3 \cdot \dfrac{x}{x+1} + 2 = \dfrac{5x+2}{x+1}$

$(g \circ g)(x) = g(g(x)) = g\left(\dfrac{x}{x+1}\right) = \dfrac{\dfrac{x}{x+1}}{\dfrac{x}{x+1} + 1} = \dfrac{x}{2x+1}$

b) $y = 3x + 2 \rightarrow x = \dfrac{y-2}{3} \rightarrow f^{-1}(x) = \dfrac{x-2}{3}$

$(f \circ f^{-1})(x) = f(f^{-1}(x)) = f\left(\dfrac{x-2}{3}\right) = 3 \cdot \dfrac{x-2}{3} + 2 = x$

$y = \dfrac{x}{x+1} \rightarrow xy + y = x \rightarrow x - xy = y \rightarrow x = \dfrac{y}{1-y} \rightarrow g^{-1}(x) = \dfrac{x}{1-x}$

$(g^{-1} \circ g)(x) = g^{-1}(g(x)) = g^{-1}\left(\dfrac{x}{1-x}\right) = \dfrac{\dfrac{x}{1-x}}{\dfrac{x}{1-x} + 1} = \dfrac{x}{x+1-x} = x$

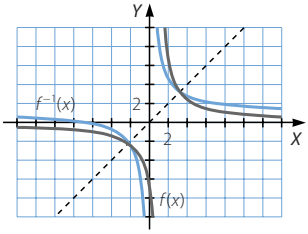
Averigua cuál es la función inversa de $f(x) = \dfrac{7+x}{x}$.

a) Representa las funciones $f(x)$ y $f^{-1}(x)$.

b) Comprueba si sus gráficas son simétricas respecto a la recta $y = x$.

$$y = \frac{7+x}{x} \rightarrow xy = 7 + x \rightarrow xy - x = 7 \rightarrow x = \frac{7}{y-1} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{7}{x-1}$$

a)



b) Las funciones son simétricas respecto a la recta $y = x$.