

Ecuaciones

Una **ecuación** es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que no se verifica para todos los valores de la variable o variables que intervienen.

- El **grado** de una ecuación es el del término que tiene mayor grado después de simplificarla.
- A las variables se las llama **incógnitas**, y a cada una de las expresiones que se igualan, **miembros de la ecuación**.

Ecuaciones equivalentes

Dos **ecuaciones** son **equivalentes** cuando tienen la misma solución.

1. Si se suma o se resta la misma expresión a ambos miembros de una ecuación, la ecuación resultante es equivalente a la primera.
2. Si se multiplica o se divide por un mismo número no nulo ambos miembros de la ecuación, se obtiene una ecuación equivalente.

1 Indica cuál de estas ecuaciones es incompatible:

- a) $2x + 1 = 2(x + 1)$
- b) $2x + 2 = 2(x + 1)$
- c) $3x + 3 = 2(x + 1)$

2 Escribe tres ecuaciones cuyo primer miembro sea $2x + 1$ con soluciones $x = 2$, $x = 0$ y $x = -1$, respectivamente.

3 Indica cuáles de las siguientes ecuaciones son equivalentes:

- a) $3x + 2 = x - 3$
- b) $4x = -3$
- c) $3(x + 1) = 2x - 3$
- d) $3x = x - 5$
- e) $5x + 2 = 2x - 3$
- f) $3x + 2 = -3$
- g) $x = -\frac{3}{4}$
- h) $2x - 3 = 3(x + 1)$

4 Transforma las siguientes ecuaciones en otras equivalentes de la forma $ax = b$:

- a) $3x + 2 = 5x + 3$
- b) $4x + 3 = -3 + 2x$
- c) $-2x + 1 = -3x + 2x + 5$

5 Clasifica las siguientes ecuaciones según el grado, e indica si alguna es incompatible:

- a) $(x + 2)^2 = x^2 + 1$
- b) $(2x + 1)^2 = x^2 + 1$
- c) $4(x + 2) = 4x + 1$
- d) $(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = 0$

Solucionario

- 1** Es incompatible la igualdad del apartado **a**).
- 2** Por ejemplo, $2x + 1 = 5$, $2x + 1 = 1$ y $2x + 1 = -1$.
- 3** Son equivalentes las ecuaciones **a**) y **d**); **b**) y **g**), y **c**) y **h**).
- 4** **a)** $3x + 2 = 5x + 3 \Leftrightarrow 3x = 5x + 3 - 2 \Leftrightarrow 3x = 5x + 1 \Leftrightarrow 3x - 5x = 1 \Leftrightarrow -2x = 1$
b) $4x + 3 = -3 + 2x \Leftrightarrow 4x = -3 + 2x - 3 \Leftrightarrow 4x = 2x - 6 \Leftrightarrow 4x - 2x = -6 \Leftrightarrow 2x = -6$
c) $-2x + 1 = -3x + 2x + 5 \Leftrightarrow -2x = -x + 4 \Leftrightarrow -2x + x = 4 \Leftrightarrow x = -4$
- 5** **a)** $(x + 2)^2 = x^2 + 1 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 = x^2 + 1 \Leftrightarrow 4x + 4 = 1 \Leftrightarrow 4x + 3 = 0$; por tanto es de grado 1.
b) $(2x + 1)^2 = x^2 + 1 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = x^2 + 1 \Leftrightarrow 3x^2 + 4x = 0$; por tanto, es de grado 2.
c) $4(x + 2) = 4x + 1 \Leftrightarrow 4x + 8 = 4x + 1 \Leftrightarrow 8 = 1$; por tanto, es incompatible.
d) $(x + 1)^2 - (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - (x^2 - 2x + 1) = 0 \Leftrightarrow 4x = 0$; por tanto, es de grado 1.