2. Dominio y recorrido. Intervalos

El **dominio** de una función son los valores de *x* para los que existe la función, es decir, los que tienen imagen. Se representa por **Dom *f*.**

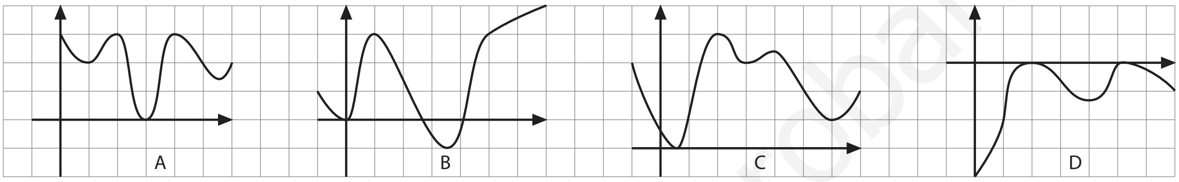
El domino de una función se puede hallar mediante dos procedimientos:

- **De forma gráfica.** Se observan los valores de *x* que tienen imagen; es decir, para qué valores se puede trazar una perpendicular al eje *X* que corte a la gráfica.
- **De forma algebraica.** Se analiza cuáles son los valores por los que se puede sustituir la *x,* de manera que se puedan realizar las operaciones indicadas en la expresión algebraica.

El **recorrido** de una función es el conjunto de valores que forman todas las imágenes.

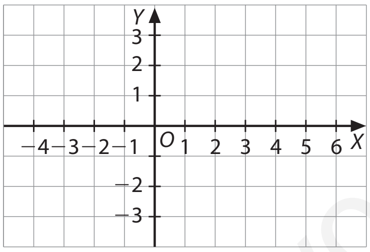
Se llama **intervalo cerrado de extremos *a* y *b*** al conjunto de números comprendidos entre *a* y *b,* ambos inclusive, y se representa así: **[*a, b*].**

1 Calcula el dominio y el recorrido de las siguientes funciones:

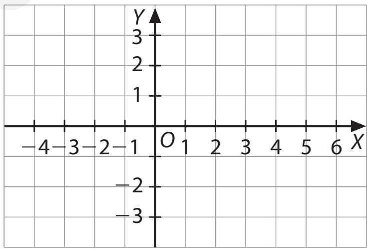


2 Dibuja dos funciones cuyos dominios y recorridos sean, respectivamente, los siguientes:

a) Dominio = [−2, 5]; recorrido = [−3, 3]



b) Dominio = [−4, 1]; recorrido = [0, 3]



3 Calcula el dominio de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \dfrac{3x - 1}{x^2 - 9}$

b) $f(x) = \sqrt{2x - 6}$

c) $f(x) = \sqrt{\dfrac{x + 1}{x^2}}$

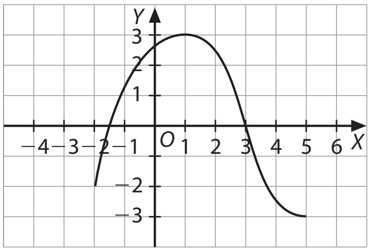
d) $f(x) = \dfrac{3x - 1}{x^2 + 3}$

2. Dominio y recorrido. Intervalos

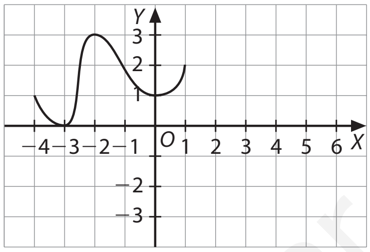
Solucionario

1 Función A: dominio = [0, 6]; recorrido = [0, 3]
Función B: dominio = [−1, 7]; recorrido = [−1, 4]
Función C: dominio = [−1, 7]; recorrido = [0, 4]
Función D: dominio = [0, 7]; recorrido = [−4, 0]

2 *a)*



b)



Aquí se muestran dos posibles soluciones, pero hay más funciones cuyos dominios y recorridos sean estos.

3 *a)* La variable independiente no puede tomar valores que hagan cero el denominador.
Resolvemos la ecuación $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x_1 = 3$ y $x_2 = -3$, por tanto, el dominio es:

$$\text{Dom } f = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$$

b) La variable independiente puede tomar los valores que hacen positivo o cero el radicando.

$$2x - 6 \geq 0 \Rightarrow x \geq 3$$

El dominio de esta función está formado por todos los números reales mayores o iguales que 3.

$$\text{Dom } f = [3, \infty)$$

c) Para que el radicando sea positivo debe cumplirse que $x + 1 \geq 0$, es decir, $x \geq -1$.
Pero, por otra parte, el denominador no puede ser cero, por tanto, la variable independiente no puede valer 0.
En resumen, el dominio de esta función está formado por todos los números reales mayores o iguales que −1, excluyendo el 0.

$$\text{Dom } f = [-1, \infty) - \{0\}$$

d) No pertenecerán al dominio aquellos valores de x que hagan cero el denominador.
La ecuación $x^2 + 3 = 0$ no tiene solución, por tanto, ningún valor de x hace cero el denominador y el dominio es el conjunto de los números reales.

$$\text{Dom } f = \mathbb{R}$$