

Examen de Matemáticas – 3º de ESO

Instrucciones: en todos y cada uno de los ejercicios es obligatorio hacer un desarrollo o procedimiento, por breve que sea, que lleve a la solución.

1. Calcula el valor de x para que las fracciones sean equivalentes. Simplifica el resultado. **(1 punto; 0,5 puntos por apartado)**

a) $\frac{14}{3} = \frac{4}{x}$

b) $\frac{6}{25} = \frac{x}{10}$

2. Realiza las siguientes operaciones con fracciones y simplifica el resultado todo lo que puedas. **(3 puntos; 1 punto por apartado)**

a) $2 : \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) - 3 : \left(1 + \frac{1}{2}\right) =$

b) $-\frac{3}{8} \cdot \left[1 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right)\right] =$

c) $\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + 13 \cdot \left(\frac{2}{3} - 1\right)^2\right] : \left(\frac{1}{3} - 1\right) =$

3. Realiza la siguiente operación pasando previamente cada número a forma de fracción a forma de fracción: **(1 punto)**

$1,3 + 2,1 - 0,19 =$

4. Utiliza las propiedades de las potencias para simplificar al máximo las siguientes expresiones. Puedes dejar el resultado en forma de potencia de exponente positivo. **(3 puntos; 0,5 puntos por apartado)**

a) $\left(\frac{1}{2^2}\right)^{-2} \cdot 2^3 =$

b) $(-2)^6 \cdot (2^2)^3 : (-2)^{10} =$

c) $(-3)^{-7} : (-3)^{-4} : (-3)^{-1} =$

d) $(-3)^{-1} \cdot [(-3)^2]^3 \cdot 3^{-2} =$

e) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{-1} =$

f) $\frac{2^3 \cdot 6^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 6^5 \cdot 2^{-3}} =$

Sugerencia: a veces es una buena técnica factorizar los números que no sean primos

5. Roberto tenía 360 cromos. Cuando sale de casa, le sorprende un tormenta y se le estropean $\frac{2}{5}$ de los cromos. Al día siguiente, pierde $\frac{1}{4}$ de los restantes jugando con los amigos. ¿Cuántos cromos le quedarán? Indicar, razonadamente, todos los pasos. **(1 punto)**

6. Un ordenador y una impresora cuestan conjuntamente 1200 €. Si el precio de la impresora es $\frac{1}{5}$ del precio del ordenador, ¿cuáles son los precios de los dos artículos? **(1 punto)**

Soluciones:

$$1. \text{ a) } \frac{14}{3} = \frac{4}{x} \Rightarrow 14x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{14} \Rightarrow x = \frac{6}{7}$$

$$\text{b) } \frac{6}{25} = \frac{x}{10} \Rightarrow 60 = 25x \Rightarrow x = \frac{60}{25} \Rightarrow x = \frac{12}{5}$$

$$2. \text{ a) } 2 \div \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\right) - 3 \div \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 2 \div \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{6}\right) - 3 \div \left(\frac{2}{2} + \frac{1}{2}\right) = 2 \div \frac{4}{6} - 3 \div \frac{3}{2} = \frac{12}{4} - \frac{6}{3} = 3 - 2 = 1$$

$$\text{b) } -\frac{3}{8} \cdot \left[1 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - 1\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 3\right)\right] = -\frac{3}{8} \cdot \left[1 - \frac{3}{5} - \left(\frac{17}{20} - \frac{20}{20}\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{9}{3}\right)\right] =$$

$$= -\frac{3}{8} \cdot \left[1 - \frac{3}{5} - \left(-\frac{3}{20}\right) \cdot \left(-\frac{8}{3}\right)\right] = -\frac{3}{8} \cdot \left(1 - \frac{3}{5} - \frac{24}{60}\right) = -\frac{3}{8} \left(\frac{60}{60} - \frac{36}{60} - \frac{24}{60}\right) =$$

$$= -\frac{3}{8} \cdot \frac{0}{60} = -\frac{0}{480} = 0$$

$$\text{c) } \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) + 13 \cdot \left(\frac{2}{3} - 1\right)^2\right] : \left(\frac{1}{3} - 1\right) = \left[\left(\frac{6}{9} - \frac{1}{9}\right) + 13 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{3}\right)^2\right] : \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{3}\right) =$$

$$= \left[\frac{5}{9} + 13 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2\right] : \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{5}{9} + 13 \cdot \frac{1}{9}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) = \left(\frac{5}{9} + \frac{13}{9}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) =$$

$$= \left(\frac{18}{9}\right) : \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{54}{18} = -3$$

$$3. \ 1,3 = \frac{13}{10} ; 2,\hat{1} = \frac{21-2}{9} = \frac{19}{9} ; 0,1\hat{9} = \frac{19-1}{90} = \frac{18}{90}$$

$$\text{Entonces } 1,3 + 2,\hat{1} - 0,1\hat{9} = \frac{13}{10} + \frac{19}{9} - \frac{18}{90} = \frac{117}{90} + \frac{190}{90} - \frac{18}{90} = \frac{289}{90}$$

$$4. \text{ a) } \left(\frac{1}{2^2}\right)^{-2} \cdot 2^3 = \left(\frac{2^2}{1}\right)^2 \cdot 2^3 = 2^4 \cdot 2^3 = 2^7 = 128$$

$$\text{b) } (-2)^6 \cdot (2^2)^3 : (-2)^{10} = 2^6 \cdot 2^6 : 2^{10} = 2^{12} : 2^{10} = 2^2 = 4$$

$$\text{c) } (-3)^{-7} : (-3)^{-4} : (-3)^{-1} = (-3)^{-3} : (-3)^{-1} = (-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$$

$$\text{d) } (-3)^{-1} \cdot [(-3)^2]^3 \cdot 3^{-2} = (-3)^{-1} \cdot (-3)^6 \cdot 3^{-2} = (-3)^5 \cdot 3^{-2} = -3^5 \cdot 3^{-2} = -3^3 = -27$$

$$\text{e) } \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{9}{4}\right)^1 = \frac{2^2}{3^2} \cdot \frac{3^2}{2^2} = \frac{2^2 \cdot 3^2}{3^2 \cdot 2^2} = 2^0 \cdot 3^0 = 1$$

También se puede hacer así:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{-1} = \frac{2^2}{3^2} \cdot \frac{9}{4} = \frac{4}{9} \cdot \frac{9}{4} = \frac{36}{36} = 1$$

$$f) \frac{2^3 \cdot 6^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 6^5 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^3 \cdot (2 \cdot 3)^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot (2 \cdot 3)^5 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^3 \cdot 2^{-2} \cdot 3^{-2} \cdot 3^5}{3^{-3} \cdot 2^5 \cdot 3^5 \cdot 2^{-3}} = \frac{2^1 \cdot 3^3}{3^2 \cdot 2^2} = 2^{-1} \cdot 3^1 = \frac{1}{2} \cdot 3 = \frac{3}{2}$$

5. Se le estropean $\frac{2}{5}$ de los cromos, que son: $\frac{2}{5} \cdot 360 = \frac{720}{5} = 144$ cromos.

Los cromos restantes son por tanto: $360 - 144 = 216$.

Pierde $\frac{1}{4}$ de los restantes, que son: $\frac{1}{4} \cdot 216 = \frac{216}{4} = 54$ cromos.

Finalmente le quedarán $216 - 54 = 162$ cromos.

6. La impresora cuesta $\frac{1}{5}$ (la quinta parte) de lo que vale el ordenador. Esto quiere decir que el ordenador cuesta cinco veces lo que cuesta la impresora.

Si llamamos x a lo que vale la impresora tendremos:

- Precio impresora: x
- Precio ordenador: $5x$
- Precio de los dos artículos: $x + 5x = 1200$

Entonces:

$$x + 5x = 1200 \Rightarrow 6x = 1200 \Rightarrow x = \frac{1200}{6} \Rightarrow x = 200$$

Es decir, la impresora vale 200 € y el ordenador 1000 €.