1 Ecuaciones con dos incógnitas

Página 99

1. Representa las rectas correspondientes a estas ecuaciones:

a) $2x - y = 3$ **b)** $-x + y = 1$

¿Cuál es la solución común a ambas ecuaciones?

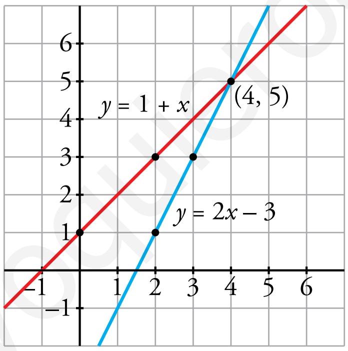
a) $2x - y = 3 \rightarrow y = 2x - 3$

x	2	3	4
y	1	3	5

b) $-x + y = 1 \rightarrow y = 1 + x$

x	0	2	4
y	1	3	5

La solución común a ambas ecuaciones es el punto (4, 5).



2 Sistemas de ecuaciones

Página 100

1. Tenemos 76 céntimos de euro en veinte monedas de dos y de cinco céntimos.

¿Cuántas monedas de cada clase tenemos?

Incógnitas $\begin{cases} x\text{: número de monedas de dos céntimos} \\ y\text{: número de monedas de cinco céntimos} \end{cases}$

En total tengo 20 monedas $\rightarrow$ $x + y = 20$

El valor total es 76 céntimos de euro.

Valor de las monedas de dos céntimos: $2x$

Valor de las monedas de cinco céntimos: $5y$

$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x + 5y = 76 \end{cases}$$

Por tanteo, la solución del sistema es $x = 8$, $y = 12$. Por tanto, tenemos 8 monedas de dos céntimos y 12 monedas de cinco céntimos.

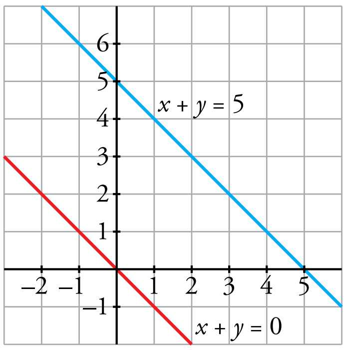
3 Número de soluciones de un sistema lineal

Página 101

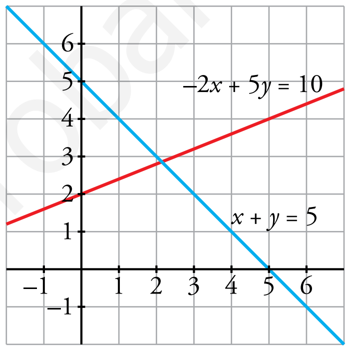
1. Fijándote bien en las ecuaciones que los forman, di cuál de los siguientes sistemas tiene una solución, cuál es incompatible y cuál indeterminado. Compruébalo representando las rectas:

a) $\begin{cases} x+y=5 \\ x+y=0 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x+\ \ y=5 \\ -2x+5y=10 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x+\ \ y=5 \\ 2x+2y=10 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$

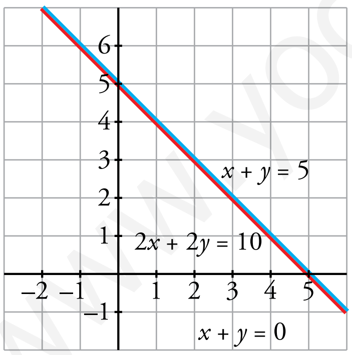
a) Es un sistema incompatible, porque si $x+y$ es igual a 5, no puede ser, a la vez, igual a 0.



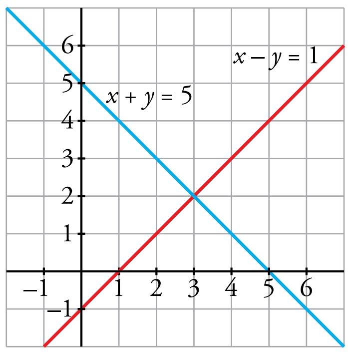
b) Es un sistema con una única solución puesto que las dos ecuaciones son distintas.



c) Es un sistema indeterminado porque una ecuación es el doble de la otra, es decir, las dos ecuaciones son iguales.



d) Es un sistema con una única solución, puesto que las dos ecuaciones son distintas.



2. Completa los siguientes sistemas para que el primero tenga la solución $x = 5$, $y = 3$, el segundo sea incompatible, el tercero sea indeterminado y el cuarto, también:

a) $\begin{cases} x-4y=\dots \\ 2x\ \ \dots=13 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 2x+\ \ y=4 \\ 4x+2y=\dots \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 4x\ \ \dots=\dots \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 5x+11y=\dots \\ \dots+33y=9 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x-4y=-7 \\ 2x+y=13 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 4x+2y=3 \end{cases}$ $\to$ Vale cualquier valor distinto de 8.

c) $\begin{cases} 2x+y=4 \\ 4x+2y=8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x+11y=3 \\ 15x+33y=9 \end{cases}$

4 Método de sustitución

Página 102

1. Resuelve, por el método de sustitución, los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + \ \ y = 6 \\ 3x - 5y = 2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + \ \ 2y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + \ \ y = 23 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + \ \ y = 6 \\ 3x - 5y = 2 \end{cases} \to \begin{cases} y = 6 - x \\ 3x - 5y = 2 \end{cases}$

$3x - 5(6 - x) = 2 \to 3x - 30 + 5x = 2 \to 8x = 2 + 30 \to 8x = 32 \to x = \dfrac{32}{8} \to x = 4$

$y = 6 - 4 \to y = 2$

Solución: $x = 4, \ y = 2$

b) $\begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x + \ \ 2y = 1 \end{cases} \to \begin{cases} 3x + 10y = -1 \\ x = 1 - 2y \end{cases}$

$3(1 - 2y) + 10y = -1 \to 3 - 6y + 10y = -1 \to 3 + 4y = -1 \to 4y = -1 - 3 \to 4y = -4 \to$

$\to y = -1$

$x = 1 - 2 \cdot (-1) \to x = 1 + 2 \to x = 3$

Solución: $x = 3, \ y = -1$

c) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + \ \ y = 23 \end{cases} \to \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ y = 23 - 4x \end{cases}$

$5x - 3(23 - 4x) = 50 \to 5x - 69 + 12x = 50 \to 17x - 69 = 50 \to 17x = 50 + 69 \to$

$\to 17x = 119 \to x = \dfrac{119}{17} \to x = 7$

$y = 23 - 4 \cdot 7 = 23 - 28 = -5$

Solución: $x = 7, \ y = -5$

d) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - y = 2 \end{cases} \to \begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - 2 = y \end{cases}$

$5x + 3x - 2 = 6 \to 8x - 2 = 6 \to 8x = 6 + 2 \to 8x = 8 \to x = 1$

$y = 3 \cdot 1 - 2 = 3 - 2 = 1$

Solución: $x = 1, \ y = 1$

5 Método de igualación

Página 103

1. Resuelve, por el método de igualación, los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x+y=6 \\ x-y=2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x+10y=-1 \\ x+\ \ 2y=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x+y=6 \\ 3x-y=2 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 5x-3y=50 \\ 4x+\ \ y=23 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x+\ y=6 \\ x-\ y=2 \end{cases} \to \begin{cases} y=6-x \\ y=x-2 \end{cases}$

$6-x=x-2 \ \to\ 6+2=x+x \ \to\ 8=2x \ \to\ x=\dfrac{8}{2} \ \to\ x=4$

$y=6-4 \ \to\ y=2$

Solución: $x=4,\ y=2$

b) $\begin{cases} 3x+10y=-1 \\ x+\ \ 2y=1 \end{cases} \to \begin{cases} x=\dfrac{-1-10y}{3} \\ x=1-2y \end{cases}$

$\dfrac{-1-10y}{3}=1-2y \ \to\ 3\cdot\dfrac{-1-10y}{3}=3\cdot(1-2y) \ \to\ -1-10y=3-6y \ \to$

$\to\ -10y+6y=3+1 \ \to\ -4y=4 \ \to\ y=-1$

$x=1-2\cdot(-1) \ \to\ x=1+2 \ \to\ x=3$

Solución: $x=3,\ y=-1$

c) $\begin{cases} 5x+\ y=6 \\ 3x-\ y=2 \end{cases} \to \begin{cases} y=6-5x \\ y=3x-2 \end{cases}$

$6-5x=3x-2 \ \to\ 6+2=3x+5x \ \to\ 8=8x \ \to\ x=1$

$y=6-5\cdot 1=6-5=1$

Solución: $x=1,\ y=1$

d) $\begin{cases} 5x-3y=50 \\ 4x+\ \ y=23 \end{cases} \to \begin{cases} \dfrac{5x-50}{3}=y \\ y=23-4x \end{cases}$

$\dfrac{5x-50}{3}=23-4x \ \to\ 3\cdot\dfrac{5x-50}{3}=3\cdot(23-4x) \ \to\ 5x-50=69-12x \ \to$

$\to\ 5x+12x=69+50 \ \to\ 17x=119 \ \to\ x=\dfrac{119}{17} \ \to\ x=7$

$y=23-4\cdot 7=23-28=-5$

Solución: $x=7,\ y=-5$

6 Método de reducción

Página 104

1. Resuelve, por el método de reducción, los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x - 5y = -26 \\ 4x + 10y = 32 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$

$2x \quad = 8 \to x = \dfrac{8}{2} \to x = 4$

$4 + y = 6 \to y = 6 - 4 \to y = 2$

Solución: $x = 4,\ y = 2$

b) $\begin{cases} x + 5y = 7 \\ 3x - 5y = 1 \end{cases}$

$4x \quad = 8 \to x = \dfrac{8}{4} \to x = 2$

$2 + 5y = 7 \to 5y = 7 - 2 \to 5y = 5 \to y = 1$

Solución: $x = 2,\ y = 1$

c) $\begin{cases} 3x - 5y = -26 \to \text{Multiplicamos por 2} \\ 4x + 10y = 32 \end{cases} \to \begin{cases} 6x - 10y = -52 \\ 4x + 10y = 32 \end{cases}$

$10x \quad = -20 \to x = \dfrac{-20}{10} \to x = -2$

$3 \cdot (-2) - 5y = -26 \to -6 - 5y = -26 \to -5y = -26 + 6 \to -5y = -20 \to$

$\to y = \dfrac{-20}{-5} \to y = 4$

Solución: $x = -2,\ y = 4$

d) $\begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 4x + y = 23 \to \text{Multiplicamos por 3} \end{cases} \to \begin{cases} 5x - 3y = 50 \\ 12x + 3y = 69 \end{cases}$

$17x \quad = 119 \to x = \dfrac{119}{17} \to x = 7$

$5 \cdot 7 - 3y = 50 \to 35 - 3y = 50 \to -3y = 50 - 35 \to -3y = 15 \to y = \dfrac{15}{-3} \to y = -5$

Solución: $x = 7,\ y = -5$

7 Regla práctica para resolver sistemas lineales

Página 105

1. Resuelve este sistema simplificando previamente:

$$\begin{cases} 2(x-1)+3(y+4)=9 \\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2(x-1)+3(y+4)=9 \\ \dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}=3 \end{cases} \to \begin{cases} 2x-2+3y+12=9 \\ 6\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{y}{3}\right)=6\cdot 3 \end{cases} \to \begin{cases} 2x+3y=9-12+2 \\ 3x-2y=18 \end{cases} \to$$

$$\to \begin{cases} 2x+3y=-1 \to \text{Multiplicamos por } 2 \\ 3x-2y=18 \to \text{Multiplicamos por } 3 \end{cases} \to \begin{cases} 4x+6y=-2 \\ 9x-6y=54 \end{cases}$$

$$13x = 52 \to x=\frac{52}{13} \to x=4$$

Sustituyendo:

$$2\cdot 4+3y=-1 \to 8+3y=-1 \to 3y=-1-8 \to 3y=-9 \to y=\frac{-9}{3} \to y=-3$$

La solución del sistema es $x=4$, $y=-3$

2. Resuelve este sistema aplicando dos veces el método de reducción:

$$\begin{cases} 45x-11y=23 \\ 7x+\ \ 6y=19 \end{cases}$$

Para despejar x:

$$\begin{cases} 45x-11y=23 \to \text{Multiplicamos por } 6 \\ 7x+\ \ 6y=19 \to \text{Multiplicamos por } 11 \end{cases} \to \begin{cases} 270x-66y=138 \\ 77x+66y=209 \end{cases}$$

$$347x = 347 \to x=1$$

Para despejar y:

$$\begin{cases} 45x-11y=23 \to \text{Multiplicamos por } (-7) \\ 7x+\ \ 6y=19 \to \text{Multiplicamos por } 45 \end{cases} \to \begin{cases} -2\,835x+\ \ 77y=-161 \\ 2\,835x+270y=\ \ 855 \end{cases}$$

$$347y=694 \to y=\frac{694}{347} \to y=2$$

La solución del sistema es $x=1$, $y=2$

8 Traducción de enunciados a sistemas de ecuaciones

Página 106

1. Por dos cafés y un cruasán hemos pagado 4,30 €. En la mesa de al lado había un grupo de amigos que han pagado 11,60 € por cinco cafés y tres cruasanes. ¿Cuánto cuesta cada café y cada cruasán?

Precio del café $\rightarrow$ x €

Precio del cruasán $\rightarrow$ y €

$$\begin{cases} 2x + y = 4{,}30 \rightarrow \text{Multiplicamos por } (-3) \\ 5x + 3y = 11{,}60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6x - 3y = -12{,}90 \\ 5x + 3y = 11{,}60 \end{cases}$$

$$-x = -1{,}30 \rightarrow x = 1{,}30$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$2 \cdot 1{,}30 + y = 4{,}30 \rightarrow 2{,}60 + y = 4{,}30 \rightarrow y = 4{,}30 - 2{,}60 \rightarrow y = 1{,}70$

Un café cuesta 1,30 €, y un cruasán, 1,70 €.

2. Calcula dos números cuya suma sea 191, y su diferencia, 67.

Un número $\rightarrow$ x

Otro número $\rightarrow$ y

$$\begin{cases} x + y = 191 \\ x - y = 67 \end{cases}$$

$$2x = 258 \rightarrow x = \frac{258}{2} \rightarrow x = 129$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$129 + y = 191 \rightarrow y = 191 - 129 \rightarrow y = 62$

Los números son 129 y 62.

3. Una empresa aceitera ha envasado 3 000 litros de aceite en 1 200 botellas de dos y de cinco litros. ¿Cuántas botellas de cada clase se han utilizado?

Número de botellas de 2 litros $\rightarrow$ x

Número de botellas de 5 litros $\rightarrow$ y

$$\begin{cases} x + y = 1\,200 \\ 2x + 5y = 3\,000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 1\,200 - y \\ 2x + 5y = 3\,000 \end{cases}$$

$2(1\,200 - y) + 5y = 3\,000 \rightarrow 2\,400 - 2y + 5y = 3\,000 \rightarrow 3y = 600 \rightarrow y = 200$

$x = 1\,200 - 200 = 1\,000$

Se han utilizado 1 000 botellas de dos litros y 200 botellas de cinco litros.

4. En un test de 30 preguntas se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 puntos por cada error. Si mi nota ha sido 10,5, ¿cuántos aciertos y cuántos errores he cometido?

Número de aciertos $\to x$

Número de errores $\to y$

$$\begin{cases} x + y = 30 \to \text{Multiplicamos por } 0,25 \\ 0,75x - 0,25y = 10,5 \end{cases} \to \begin{cases} 0,25x + 0,25y = 7,5 \\ 0,75x - 0,25y = 10,5 \end{cases}$$
$$x = 18$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$18 + y = 30 \to y = 30 - 18 \to y = 12$

He cometido 18 aciertos y 12 errores.

5. Para pagar un artículo que costaba 3 €, he utilizado nueve monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?

Ver el ejercicio resuelto de la página 100.

Número de monedas de 20 céntimos $\to x$

Número de monedas de 50 céntimos $\to y$

$$\begin{cases} x + y = 9 \\ 0,2x + 0,5y = 3 \end{cases} \to \begin{cases} x = 9 - y \\ 0,2x + 0,5y = 3 \end{cases}$$

$0,2(9 - y) + 0,5y = 3 \to 1,8 - 0,2y + 0,5y = 3 \to 0,3y = 1,2 \to y = 4$

$x = 9 - 4 = 5$

He utilizado 5 monedas de 20 céntimos y 4 monedas de 50 céntimos.

Página 107

6. Dos poblaciones están a 50 km. En el mismo instante, salen un peatón de A hacia B a 5 km/h y un ciclista de B hacia A a 20 km/h. ¿Cuánto tardan en encontrarse? ¿Qué distancia recorre el peatón?

	Distancia (km)	Tiempo (h)	Velocidad (km/h)
Peatón	x	t	5
Ciclista	$50 - x$	t	20

Espacio = velocidad · tiempo

$$\begin{cases} x = 5t \\ 50 - x = 20t \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$50 - 5t = 20t \;\rightarrow\; 50 = 20t + 5t \;\rightarrow\; 50 = 25t \;\rightarrow\; t = \frac{50}{25} \;\rightarrow\; t = 2 \text{ horas}$$

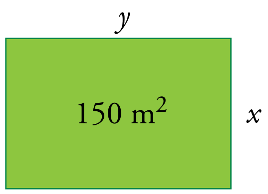
Sustituimos en la primera ecuación:

$x = 5 \cdot 2 = 10$ km

Se encuentran 2 horas después de salir. El peatón recorre 10 km.

7. Un jardín rectangular de 150 m² es 5 m más largo que ancho. ¿Cuáles son sus dimensiones?

Llamamos x al ancho e y al largo del jardín.



$$\begin{cases} y = x + 5 \\ x \cdot y = 150 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x(x + 5) = 150 \;\rightarrow\; x^2 + 5x = 150 \;\rightarrow\; x^2 + 5x - 150 = 0$$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-150)}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 600}}{2} = \frac{-5 \pm \sqrt{625}}{2} = \frac{-5 \pm 25}{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-5 + 25}{2} \;\rightarrow\; x = \dfrac{20}{2} \;\rightarrow\; x = 10 \\ x = \dfrac{-5 - 25}{2} \;\rightarrow\; x = \dfrac{-30}{2} \;\rightarrow\; x = -15 \;\rightarrow\; \text{No vale porque es negativo} \end{cases}$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$y = 10 + 5 = 15$ m

El jardín mide 10 metros de ancho y 15 metros de largo.

8. Dos ciudades, A y B, distan 675 km. Un autobús sale de A hacia B a 105 km/h. Simultáneamente, sale de B hacia A una moto a 120 km/h. Calcula la distancia que recorre cada uno hasta que se encuentran.

	Distancia (km)	Tiempo (h)	Velocidad (km/h)
Autobús	x	t	105
Moto	$675 - x$	t	120

Espacio = velocidad · tiempo

$$\begin{cases} x = 105t \\ 675 - x = 120t \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$675 - 105t = 120t \rightarrow 675 = 120t + 105t \rightarrow 675 = 225t \rightarrow t = \frac{675}{225} \rightarrow t = 3 \text{ horas}$$

Sustituimos en la primera ecuación:

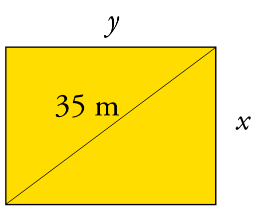
$x = 105 \cdot 3 = 315$ km

$675 - 315 = 360$ km

Hasta que se encuentran, el autobús recorre 315 km y la moto, 360 km.

9. Los lados de un rectángulo están en relación de 3 a 4 y la diagonal mide 35 m. ¿Cuánto miden los lados?

Llamamos x al ancho e y al largo del rectángulo.



Utilizamos el Teorema de Pitágoras: $x^2 + y^2 = 35^2$

$$\begin{cases} y = \dfrac{3}{4}x \\ x^2 + y^2 = 1\,225 \end{cases}$$

Resolvemos por sustitución:

$$x^2 + \left(\frac{3}{4}x\right)^2 = 1\,225 \rightarrow x^2 + \frac{9}{16}x^2 = 1\,225 \rightarrow 16\left(x^2 + \frac{9}{16}x^2\right) = 16 \cdot 1\,225 \rightarrow$$

$$\rightarrow 16x^2 + 9x^2 = 19\,600 \rightarrow 25x^2 = 19\,600 \rightarrow x^2 = \frac{19\,600}{25} \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 = 784 \rightarrow x = 28 \text{ m}$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$$y = \frac{3}{4} \cdot 28 = 3 \cdot 7 = 21 \text{ m}$$

El rectángulo mide 28 metros de ancho y 21 metros de largo.

Ejercicios y problemas

Página 108

Practica

1. Completa los siguientes sistemas de ecuaciones para que ambos tengan la solución $x = 2,\ y = -1$:

a) $\begin{cases} 2x + 3y = \dots \\ 3x - 4y = \dots \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 3x + 7y = \dots \\ -2x - 5y = \dots \end{cases}$

a) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - 4y = 10 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x + 7y = -1 \\ -2x - 5y = 1 \end{cases}$

2. Comprueba si $x = -2,\ y = 1$ es solución de los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\begin{cases} 7x + 4y = -10 \\ 3x - 2y = -8 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + 6y = 1 \end{cases}$

Veamos si se cumplen las igualdades:

a) $\begin{cases} 7 \cdot (-2) + 4 \cdot 1 = -10 \\ 3 \cdot (-2) - 2 \cdot 1 = -8 \end{cases} \to$ Se cumplen las igualdades, es solución.

b) $\begin{cases} -2 + 2 \cdot 1 = 0 \\ 2 \cdot (-2) + 6 \cdot 1 = 2 \neq 1 \end{cases} \to$ La segunda igualdad no se cumple. No es solución.

3. a) Busca dos soluciones de la siguiente ecuación: $2x + y = 4$.

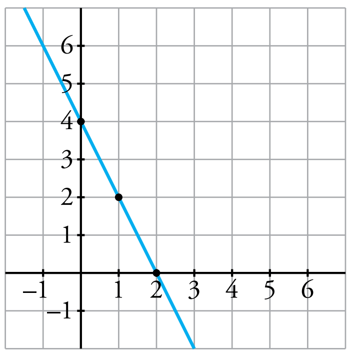
b) Representa gráficamente la recta $2x + y = 4$.

c) ¿Qué relación hay entre los puntos de la recta y las soluciones de la ecuación?

a) Por ejemplo: $x = 1,\ y = 2$ ó $x = 0,\ y = 4$.

b) $2x + y = 4 \to y = 4 - 2x$

x	0	1	2
y	4	2	0



c) Los puntos de la recta son las soluciones de la ecuación $2x + y = 4$.

4. **a) Representa gráficamente, y en los mismos ejes, estas dos rectas:**

$x + y = 5 \qquad -3x + y = -3$

b) Di cuál es la solución del sistema siguiente:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ -3x + y = -3 \end{cases}$$

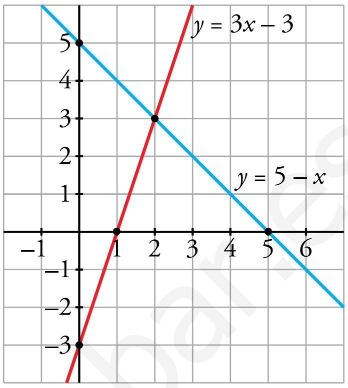
a) Calculamos varios puntos de cada recta:

$x + y = 5 \rightarrow y = 5 - x$

x	0	2	5
y	5	3	0

$-3x + y = -3 \rightarrow y = 3x - 3$

x	0	1	2
y	–3	0	3



b) La solución es (2, 3) porque es el punto que pertenece a ambas rectas.

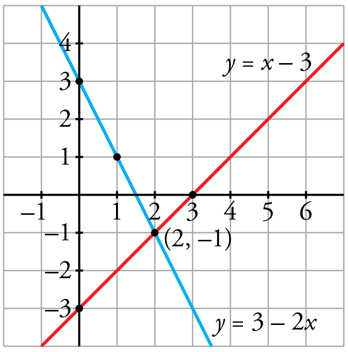
5. **Resuelve estos sistemas representando gráficamente las rectas que los forman:**

a) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 3 = -y \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x - 8 = 2y \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 2y = 2 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ y = x - 3 \end{cases}$

x	0	1	2
y = 3 – 2x	3	1	–1

x	0	2	3
y = x – 3	–3	–1	0

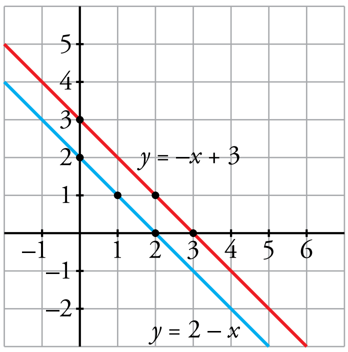


La solución de este sistema es el punto (2, –1).

b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 3 = -y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ y = -x + 3 \end{cases}$

x	0	1	2
y = 2 – x	2	1	0

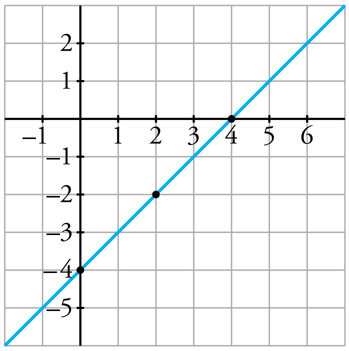
x	0	2	3
y = –x + 3	3	1	0



Las rectas son paralelas. El sistema no tiene solución.

c) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 2x - 8 = 2y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 4 = y \\ x - 4 = y \end{cases}$

x	0	2	4
$y = x - 4$	–4	–2	0

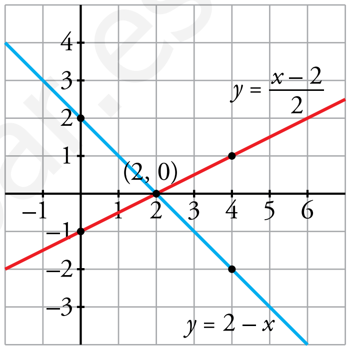


Las ecuaciones son equivalentes. Por tanto, las dos rectas coinciden. El sistema tiene infinitas soluciones.

d) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2 - x \\ \dfrac{x-2}{2} = y \end{cases}$

x	0	2	4
$y = 2 - x$	2	0	–2

x	0	2	4
$y = \dfrac{x-2}{2}$	–1	0	1



La solución es (2, 0).

6. **Resuelve por sustitución.**

a) $\begin{cases} x = 2y + 5 \\ 3x - 2y = 19 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} y = 5 \\ 4x + 2y = 22 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ 6x + \ \ y = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 8 = y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases}$ **e)** $\begin{cases} 5x - 4y = -6 \\ 3y + 1 = x \end{cases}$ **f)** $\begin{cases} 3x = 4y - 4 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x = 2y + 5 \\ 3x - 2y = 19 \end{cases}$

$3(2y + 5) - 2y = 19 \rightarrow 6y + 15 - 2y = 19 \rightarrow 4y + 15 = 19 \rightarrow 4y = 19 - 15 \rightarrow$
$\rightarrow 4y = 4 \rightarrow y = 1$

$x = 2 \cdot 1 + 5 = 7$

Solución: $x = 7$, $y = 1$

b) $\begin{cases} y = 5 \\ 4x + 2y = 22 \end{cases}$

$4x + 2 \cdot 5 = 22 \rightarrow 4x + 10 = 22 \rightarrow 4x = 22 - 10 \rightarrow 4x = 12 \rightarrow x = \dfrac{12}{4} \rightarrow x = 3$

Solución: $x = 3$, $y = 5$

c) $\begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ 6x + \ \ y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x - 4y = 17 \\ y = 3 - 6x \end{cases}$

$5x - 4(3 - 6x) = 17 \rightarrow 5x - 12 + 24x = 17 \rightarrow 29x - 12 = 17 \rightarrow 29x = 17 + 12 \rightarrow$
$\rightarrow 29x = 29 \rightarrow x = 1$

$y = 3 - 6 \cdot 1 = 3 - 6 = -3$

Solución: $x = 1$, $y = -3$

d) $\begin{cases} x + 8 = y \\ 2y - 3x = 16 \end{cases}$

$2(x + 8) - 3x = 16 \rightarrow 2x + 16 - 3x = 16 \rightarrow -x + 16 = 16 \rightarrow 16 - 16 = x \rightarrow x = 0$

$y = 0 + 8 = 8$

Solución: $x = 0,\ y = 8$

e) $\begin{cases} 5x - 4y = -6 \\ 3y + 1 = x \end{cases}$

$5(3y + 1) - 4y = -6 \rightarrow 15y + 5 - 4y = -6 \rightarrow 11y + 5 = -6 \rightarrow 11y = -6 - 5 \rightarrow$
$\rightarrow 11y = -11 \rightarrow y = -1$

$x = 3 \cdot (-1) + 1 = -3 + 1 = -2$

Solución: $x = -2,\ y = -1$

f) $\begin{cases} 3x = 4y - 4 \\ 3x + 2y = 2 \end{cases}$

$4y - 4 + 2y = 2 \rightarrow 6y - 4 = 2 \rightarrow 6y = 2 + 4 \rightarrow 6y = 6 \rightarrow y = 1$

$3x = 4 \cdot 1 - 4 \rightarrow 3x = 4 - 4 \rightarrow 3x = 0 \rightarrow x = 0.$

Solución: $x = 0,\ y = 1$

7. Resuelve por igualación.

a) $\begin{cases} x = 2y \\ x = 4y - 8 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y = 6x \\ x + y = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y = \dfrac{2x}{3} \\ y = \dfrac{x+1}{3} \end{cases}$ e) $\begin{cases} 4 + 3y = x \\ x + 2y = -1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x = 2y \\ x = 4y - 8 \end{cases}$

$2y = 4y - 8 \rightarrow 8 = 4y - 2y \rightarrow 8 = 2y \rightarrow y = \dfrac{8}{2} \rightarrow y = 4$

$x = 2 \cdot 4 \rightarrow x = 8$

Solución: $x = 8,\ y = 4$

b) $\begin{cases} y = 6x \\ x + y = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 6x \\ y = 7 - x \end{cases}$

$6x = 7 - x \rightarrow 6x + x = 7 \rightarrow 7x = 7 \rightarrow x = 1$

$y = 6 \cdot 1 \rightarrow y = 6$

Solución: $x = 1,\ y = 6$

c) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 5 - 2y \\ x = 2 + y \end{cases}$

$5 - 2y = 2 + y \rightarrow 5 - 2 = y + 2y \rightarrow 3 = 3y \rightarrow y = 1$

$x = 2 + 1 = 3$

Solución: $x = 3,\ y = 1$

d) $\begin{cases} y = \dfrac{2x}{3} \\ y = \dfrac{x+1}{3} \end{cases}$

$\dfrac{2x}{3} = \dfrac{x+1}{3} \rightarrow 2x = x + 1 \rightarrow 2x - x = 1 \rightarrow x = 1$

$y = \dfrac{2 \cdot 1}{3} = \dfrac{2}{3}$

Solución: $x = 1,\ y = \dfrac{2}{3}$

e) $\begin{cases} 4 + 3y = x \\ x + 2y = -1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 4 + 3y \\ x = -1 - 2y \end{cases}$

$4 + 3y = -1 - 2y \rightarrow 3y + 2y = -4 - 1 \rightarrow 5y = -5 \rightarrow y = -1$

$x = 4 + 3 \cdot (-1) = 4 - 3 = 1$

Solución: $x = 1,\ y = -1$

f) $\begin{cases} 2x - 5y = -4 \\ 2x - 3y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x = 5y - 4 \\ 2x = 3y \end{cases}$

$5y - 4 = 3y \rightarrow 5y - 3y = 4 \rightarrow 2y = 4 \rightarrow y = \dfrac{4}{2} \rightarrow y = 2$

$2x = 3 \cdot 2 \rightarrow 2x = 6 \rightarrow x = \dfrac{6}{2} \rightarrow x = 3$

Solución: $x = 3,\ y = -2$

8. Resuelve por reducción.

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x - 5y = 9 \\ 6x - 2y = -6 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 10x - 3y = 1 \\ 10x + 3y = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - 3y = 21 \\ 2x + 5y = -35 \end{cases}$ e) $\begin{cases} 5x + 4y = 6 \\ 3x - 7y = 13 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 8x + 3y = 5 \\ 5x + 4y = 1 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ x - y = 9 \end{cases}$

$2x \quad = 12 \rightarrow x = \dfrac{12}{2} \rightarrow x = 6$

$6 + y = 3 \rightarrow y = 3 - 6 \rightarrow y = -3$

Solución: $x = 6,\ y = -3$

b) $\begin{cases} 3x - 5y = 9 \ \to \ \text{Multiplicamos por } (-2) \\ 6x - 2y = -6 \end{cases} \to \begin{cases} -6x + 10y = -18 \\ \ \ 6x - \ \ 2y = \ \ -6 \end{cases}$

$$8y = -24 \ \to \ y = \frac{-24}{8} \ \to \ y = -3$$

$3x - 5 \cdot (-3) = 9 \ \to \ 3x + 15 = 9 \ \to \ 3x = 9 - 15 \ \to \ 3x = -6 \ \to \ x = \dfrac{-6}{3} \ \to \ x = -2$

Solución: $x = -2, \ y = -3$

c) $\begin{cases} 10x - 3y = 1 \\ 10x + 3y = 3 \end{cases}$

$20x \quad = 4 \ \to \ x = \dfrac{4}{20} \ \to \ x = \dfrac{1}{5}$

$10 \cdot \dfrac{1}{5} - 3y = 1 \ \to \ 2 - 3y = 1 \ \to \ 2 - 1 = 3y \ \to \ 3y = 1 \ \to \ y = \dfrac{1}{3}$

Solución: $x = \dfrac{1}{5}, \ y = \dfrac{1}{3}$

d) $\begin{cases} x - 3y = 21 \ \to \ \text{Multiplicamos por } (-2) \\ 2x + 5y = -35 \end{cases} \to \begin{cases} -2x + 6y = -42 \\ \ \ 2x + 5y = -35 \end{cases}$

$$11y = -77 \ \to \ y = -7$$

$x - 3 \cdot (-7) = 21 \ \to \ x + 21 = 21 \ \to \ x = 21 - 21 \ \to \ x = 0$

Solución: $x = 0, \ y = -7$

e) $\begin{cases} 5x + 4y = 6 \ \to \ \text{Multiplicamos por } (-3) \\ 3x - 7y = 13 \ \to \ \text{Multiplicamos por } 5 \end{cases} \to \begin{cases} -15x - 12y = -18 \\ \ \ 15x - 35y = \ \ 65 \end{cases}$

$$-47y = \ \ 47 \ \to \ y = -1$$

$5x + 4 \cdot (-1) = 6 \ \to \ 5x - 4 = 6 \ \to \ 5x = 6 + 4 \ \to \ 5x = 10 \ \to \ x = \dfrac{10}{5} \ \to \ x = 2$

Solución: $x = 2, \ y = -1$

f) $\begin{cases} 8x + 3y = 5 \ \to \ \text{Multiplicamos por } 4 \\ 5x + 4y = 1 \ \to \ \text{Multiplicamos por } (-3) \end{cases} \to \begin{cases} \ \ 32x + 12y = 20 \\ -15x - 12y = -3 \end{cases}$

$$17x \quad = 17 \ \to \ x = 1$$

$8 \cdot 1 + 3y = 5 \ \to \ 3y = 5 - 8 \ \to \ 3y = -3 \ \to \ y = -1$

Solución: $x = 1, \ y = -1$

9. **Resuelve estos sistemas por el método que consideres más adecuado e interpreta gráficamente la solución (no es necesario que representes las rectas):**

a) $\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x + \ y = 1 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 5x - y = 1 \\ 3 + 2y = 10x \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} 5x = 2y \\ 3x - y = 0 \end{cases}$ **d)** $\begin{cases} 2x - 3y = -8 \\ 6y = 4x + 16 \end{cases}$

a) Vamos a resolverlo por reducción:

$$\begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ 4x + y = 1 \ \to \ \text{Multiplicamos por } (-2) \end{cases} \to \begin{array}{l} \begin{cases} 5x + 2y = -1 \\ -8x - 2y = -2 \end{cases} \\ \hline -3x \qquad = -3 \ \to \ x = 1 \end{array}$$

$4 \cdot 1 + y = 1 \ \to \ y = 1 - 4 \ \to \ y = -3$

Solución: $x = 1, \ y = -3$.

Gráficamente, son dos rectas que se cortan en el punto (1, –3).

b) Vamos a resolverlo por sustitución:

$$\begin{cases} 5x - y = 1 \ \to \ y = 5x - 1 \\ 3 + 2y = 10x \end{cases}$$

$3 + 2(5x - 1) = 10x \ \to \ 3 + 10x - 2 = 10x \ \to \ 1 + 10x = 10x \ \to \ 1 = 10x - 10x \ \to$

$\to \ 1 = 0x \ \to$ No tiene solución.

Gráficamente, son dos rectas paralelas.

c) Vamos a resolverlo por sustitución:

$$\begin{cases} 5x = 2y \\ 3x - y = 0 \ \to \ y = 3x \end{cases}$$

$5x = 2 \cdot 3x \ \to \ 5x = 6x \ \to \ 0 = 6x - 5x \ \to \ x = 0$

$y = 3 \cdot 0 = 0$

Soluicón: $x = 0, \ y = 0$.

Gráficamente, son dos rectas que se cortan en el punto (0, 0).

d) Vamos a resolverlo por igualación:

$$\begin{cases} 2x - 3y = -8 \\ 6y = 4x + 16 \end{cases} \to \begin{cases} 2x + 8 = 3y \\ 3y = 2x + 8 \end{cases}$$

$2x + 8 = 2x + 8 \ \to \ 2x - 2x = 8 - 8 \ \to \ 0x = 0 \ \to$ Infinitas soluciones.

Gráficamente son la misma recta.

10. **Resuelve por el método que consideres más adecuado.**

a) $\begin{cases} 3x = 6 \\ 5x + \dfrac{4y}{3} = 14 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6x - 3y = 3 \\ 3x + 6y = 9 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5x + y = 6 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 1,2x + 0,7y = 13 \\ x - 0,5y = 0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \dfrac{2y}{5} - \dfrac{x}{3} = 1 \\ 2(x + y) - 15 = 1 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 3(x - 1) + y = 8 \\ \dfrac{x + 1}{2} = y \end{cases}$ g) $\begin{cases} x \cdot y = 2 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 + y = 8 \end{cases}$

a) Vamos a resolverlo por sustitución:

$$\begin{cases} 3x = 6 \\ 5x + \dfrac{4y}{3} = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ 5x + \dfrac{4y}{3} = 14 \end{cases}$$

$$5 \cdot 2 + \frac{4y}{3} = 14 \rightarrow 3\left(10 + \frac{4y}{3}\right) = 3 \cdot 14 \rightarrow 30 + 4y = 42 \rightarrow 4y = 42 - 30 \rightarrow$$

$$\rightarrow 4y = 12 \rightarrow y = \frac{12}{4} \rightarrow y = 3$$

Solución: $x = 2,\ y = 3$

b) Vamos a resolverlo por reducción:

$$\begin{cases} 6x - 3y = 3 \rightarrow \text{Multiplicamos por 2} \\ 3x + 6y = 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 12x - 6y = 6 \\ 3x + 6y = 9 \end{cases}$$

$$15x \quad = 15 \rightarrow x = 1$$

$$3 \cdot 1 + 6y = 9 \rightarrow 6y = 9 - 3 \rightarrow 6y = 6 \rightarrow y = 1$$

Solución: $x = 1,\ y = 1$

c) Vamos a resolverlo por reducción:

$$\begin{cases} 5x + y = 6 \rightarrow \text{Multiplicamos por 2} \\ 3x - 2y = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 10x + 2y = 12 \\ 3x - 2y = 14 \end{cases}$$

$$13x \quad = 26 \rightarrow x = \frac{26}{13} \rightarrow x = 2$$

$$5 \cdot 2 + y = 6 \rightarrow 10 + y = 6 \rightarrow y = 6 - 10 \rightarrow y = -4$$

Solución: $x = 2,\ y = -4$

d) Vamos a resolverlo por sustitución:

$$\begin{cases} 1,2x + 0,7y = 13 \\ x - 0,5y = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 1,2x + 0,7y = 13 \\ x = 0,5y \end{cases}$$

$$1,2 \cdot 0,5y + 0,7y = 13 \rightarrow 0,6y + 0,7y = 13 \rightarrow 1,3y = 13 \rightarrow y = \frac{13}{1,3} \rightarrow y = 10$$

$$x = 0,5 \cdot 10 \rightarrow x = 5$$

Solución: $x = 5,\ y = 10$

e) Vamos a simplificarlo y resolverlo por reducción:

$$\begin{cases} \dfrac{2y}{5} - \dfrac{x}{3} = 1 \\ 2(x + y) - 15 = 1 \end{cases} \to \begin{cases} 15\left(\dfrac{2y}{5} - \dfrac{x}{3}\right) = 15 \cdot 1 \\ 2x + 2y - 15 = 1 \end{cases} \to \begin{cases} 6y - 5x = 15 \\ 2x + 2y = 16 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -5x + 6y = 15 \\ 2x + 2y = 16 \to \text{Multiplicamos por } (-3) \end{cases} \to \begin{cases} -5x + 6y = \ \ 15 \\ -6x - 6y = -48 \end{cases}$$

$$-11x \qquad = -33 \to x = \frac{-33}{-11} \to x = 3$$

$$2 \cdot 3 + 2y = 16 \to 6 + 2y = 16 \to 2y = 16 - 6 \to 2y = 10 \to y = \frac{10}{2} \to y = 5$$

Solución: $x = 3,\ y = 5$

f) Vamos a simplificarlo y resolverlo por igualación:

$$\begin{cases} 3(x - 1) + y = 8 \\ \dfrac{x + 1}{2} = y \end{cases} \to \begin{cases} 3x - 3 + y = 8 \\ \dfrac{x + 1}{2} = y \end{cases} \to \begin{cases} y = 8 + 3 - 3x \\ \dfrac{x + 1}{2} = y \end{cases} \to \begin{cases} y = -3x + 11 \\ \dfrac{x + 1}{2} = y \end{cases}$$

$$-3x + 11 = \frac{x + 1}{2} \to 2 \cdot (-3x + 11) = 2 \cdot \left(\frac{x + 1}{2}\right) \to -6x + 22 = x + 1 \to$$

$$\to 22 - 1 = x + 6x \to 21 = 7x \to x = \frac{21}{7} \to x = 3$$

$$y = -3 \cdot 3 + 11 = -9 + 11 \to y = 2$$

Solución: $x = 3,\ y = 2$

g) Vamos a resolverlo por sustitución:

$$\begin{cases} x \cdot y = 2 \\ 2x + 5y = 12 \end{cases} \to \begin{cases} x \cdot y = 2 \\ x = \dfrac{12 - 5y}{2} \end{cases}$$

$$\frac{12 - 5y}{2} \cdot y = 2 \to 2\left(\frac{12 - 5y}{2} \cdot y\right) = 2 \cdot 2 \to y(12 - 5y) = 4 \to 12y - 5y^2 = 4 \to$$

$$\to 5y^2 - 12y + 4 = 0$$

$$y = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 4}}{2 \cdot 5} = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 80}}{10} = \frac{12 \pm \sqrt{64}}{10} = \frac{12 \pm 8}{10}$$

$$\to \begin{cases} y = \dfrac{12 + 8}{10} \to y = \dfrac{20}{10} \to y = 2 \to x = 1 \\ y = \dfrac{12 - 8}{10} \to y = \dfrac{-4}{10} \to y = \dfrac{-1}{5} \to x = -10 \end{cases}$$

Solución: $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ y $\begin{cases} x = -10 \\ y = \dfrac{-1}{5} \end{cases}$

h) Vamos a resolverlo por igualación:

$$\begin{cases} x - y = 4 \\ x^2 + y = 8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 4 = y \\ y = 8 - x^2 \end{cases}$$

$$x - 4 = 8 - x^2 \rightarrow x^2 + x - 4 - 8 = 0 \rightarrow x^2 + x - 12 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12)}}{2 \cdot 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 48}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{-1 \pm 7}{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{-1+7}{2} \rightarrow x = \dfrac{6}{2} \rightarrow x = 3 \rightarrow y = -1 \\ x = \dfrac{-1-7}{2} \rightarrow x = \dfrac{-8}{2} \rightarrow x = -4 \rightarrow y = -8 \end{cases}$$

Solución: $\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ y $\begin{cases} x = -4 \\ y = -8 \end{cases}$

Página 109

Piensa y resuelve

11. En un bar se venden bocadillos de jamón a 3,50 € y bocadillos de tortilla a 2 €. En una mañana vendieron 52 bocadillos y la recaudación final fue de 149 €. ¿Cuántos se vendieron de cada clase?

Número de bocadillos de jamón $\to x$

Número de bocadillos de tortilla $\to y$

$$\begin{cases} x + y = 52 \;\to\; \text{Multiplicamos por } (-2) \\ 3,50x + 2y = 149 \end{cases} \to \begin{cases} -2x - 2y = -104 \\ 3,50x + 2y = 149 \end{cases}$$

$$1,50x \qquad = 45 \;\to\; x = \frac{45}{1,50} \;\to\; x = 30$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$30 + y = 52 \;\to\; y = 52 - 30 \;\to\; y = 22$

Se vendieron 30 bocadillos de jamón y 22 de tortilla.

12. Un fabricante de bombillas obtiene un beneficio de 0,30 € por cada pieza que sale del taller para la venta, pero sufre una pérdida de 0,40 € por cada pieza defectuosa que debe retirar. En una jornada ha fabricado 2 100 bombillas, obteniendo unos beneficios de 484,40 €. ¿Cuántas bombillas válidas y cuántas defectuosas se han fabricado en ese día?

Número de bombillas válidas $\to x$

Número de bombillas defectuosas $\to y$

$$\begin{cases} x + y = 2100 \\ 0,30x - 0,40y = 484,40 \end{cases} \to \begin{cases} y = 2100 - x \\ 0,30x - 0,40y = 484,40 \end{cases}$$

$0,30x - 0,4 \cdot (2\,100 - x) = 484,40 \;\to\; 0,30x - 840 + 0,40x = 484,40 \;\to$

$\to\; 0,70x = 484,40 + 840 \;\to\; 0,70x = 1\,324,40 \;\to$

$$\to\; x = \frac{1\,324,40}{0,70} \;\to\; x = 1\,892$$

Sustituimos en la primera ecuación:

$1\,892 + y = 2\,100 \;\to\; y = 2\,100 - 1\,892 \;\to\; y = 208$

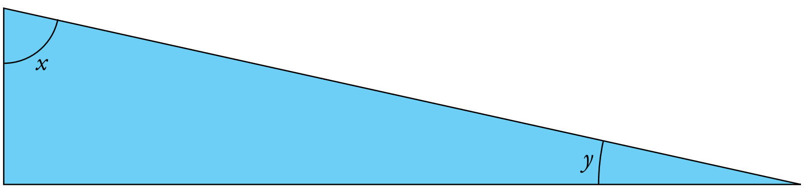
Se han fabricado 1 892 bombillas válidas y 208 defectuosas.

13. La diferencia entre los dos ángulos agudos de un triángulo rectángulo es de 65°. Halla sus medidas.

Recuerda cuál es la suma de los ángulos del triángulo.

Primer ángulo agudo $\to x$

Segundo ángulo agudo $\to y$



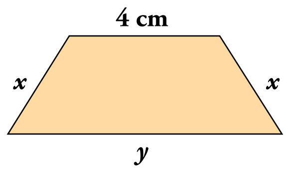
$$\begin{cases} 90 + x + y = 180 \\ x - y = 65 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 90 \\ x - y = 65 \end{cases}$$

$$2x \quad = 155 \rightarrow x = \frac{155}{2} \rightarrow x = 77{,}5°$$

$88{,}5 + y = 90 \rightarrow y = 90 - 77{,}5 \rightarrow y = 12{,}5°$

Los ángulos miden 77,5° y 12,5°.

14. **El perímetro de este trapecio es de 24 cm. La base mayor mide lo mismo que la suma de los dos lados iguales. Halla las longitudes de todos los lados del trapecio.**



Medida de un lado $\rightarrow x$

Medida de la base mayor $\rightarrow y$

$$\begin{cases} 2x + y + 4 = 24 \\ y = 2x \end{cases}$$

$2x + 2x + 4 = 24 \rightarrow 4x + 4 = 24 \rightarrow 4x = 24 - 4 \rightarrow 4x = 20 \rightarrow x = \frac{20}{4} \rightarrow x = 5$

$y = 2 \cdot 5 = 10$

Los lados iguales miden 5 cm y la base mayor 10 cm.

15. **María ha comprado un abrigo que estaba rebajado un 15 %. Marta ha comprado otro abrigo 25 € más caro, pero ha conseguido una rebaja del 20 %, con lo que solo ha pagado 8 € más que María. ¿Cuál era el precio de cada abrigo?**

Abrigo de María → x. Rebajado un 15 % → 0,85x

Abrigo de Marta → y. Rebajado un 20 % → 0,80y

$$\begin{cases} y = x + 25 \\ 0{,}85x + 8 = 0{,}8y \end{cases}$$

$0{,}85x + 8 = 0{,}8(x + 25) \rightarrow 0{,}85x + 8 = 0{,}8x + 20 \rightarrow 0{,}85x - 0{,}8x = 20 - 8 \rightarrow$

$\rightarrow 0{,}05x = 12 \rightarrow x = \frac{12}{0{,}05} \rightarrow x = 240$ €

$y = 240 + 25 \rightarrow y = 265$ €

El abrigo de María costaba 240 € y el de Marta 265 €.

16. **Un bodeguero ha mezclado dos cubas de vino, la primera de mejor calidad, a 3 €/litro, y la segunda, de calidad inferior, a 2,20 €/litro. De esta forma ha obtenido 16 *hl* de un vino de calidad intermedia que sale a 2,50 €/litro. ¿Cuál era el contenido de cada cuba?**

	CANTIDAD (*l*)	PRECIO (€/*l*)	COSTE (€)
1.ER TIPO	x	3	$3x$
2.º TIPO	y	2,2	$2{,}2y$
MEZCLA	$x + y = 1\,600$	2,5	$3x + 2{,}2y = 2{,}5 \cdot 1\,600$

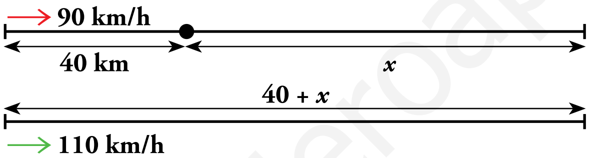
$$\begin{cases} x + y = 1\,600 \;\rightarrow\; \text{Multiplicamos por } (-3) \\ 3x + 2{,}2y = 4\,000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3x - \;\;3y = -4\,800 \\ \;\;\;3x + 2{,}2y = \;\;\;4\,000 \end{cases}$$

$$-0{,}8y \;=\; -800 \;\rightarrow\; y = \frac{-800}{-0{,}8} \;\rightarrow\; y = 1\,000$$

$x + 1\,000 = 1\,600 \;\rightarrow\; x = 1\,600 - 1\,000 \;\rightarrow\; x = 600$

La cuba de mejor calidad contenía 600 litros y la de menor calidad 1 000 litros.

17. **Un tren de cercanías sale de una estación a 90 km/h. Cuando lleva 40 km recorridos, sale otro más rápido en la misma dirección a 110 km/h. ¿Cuánto tardará en alcanzar al primero?**



	ESPACIO	VELOCIDAD	TIEMPO
1.ER TREN	x	90	t
2.º TREN	$x + 40$	110	t

Espacio = velocidad · tiempo

$$\begin{cases} x = 90t \\ x + 40 = 110t \end{cases}$$

$90t + 40 = 110t \;\rightarrow\; 40 = 110t - 90t \;\rightarrow\; 40 = 20t \;\rightarrow\; t = \dfrac{40}{20} \;\rightarrow\; t = 2$

El segundo tren tardará 2 horas en alcanzar al primer tren.

18. La suma de dos números es 36, y su producto, 275. ¿Qué números son?

Un número $\rightarrow x$

Otro número $\rightarrow y$

$$\begin{cases} x + y = 36 \\ x \cdot y = 275 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 36 - x \\ x \cdot y = 275 \end{cases}$$

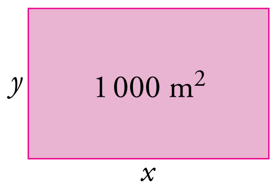
$$x \cdot (36 - x) = 275 \rightarrow 36x - x^2 = 275 \rightarrow x^2 - 36x + 275 = 0$$

$$x = \frac{-(-36) \pm \sqrt{(-36)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 275}}{2 \cdot 1} = \frac{36 \pm \sqrt{1296 - 1100}}{2} = \frac{36 \pm \sqrt{196}}{2} = \frac{36 \pm 14}{2}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{36 + 14}{2} \rightarrow x = \dfrac{50}{2} \rightarrow x = 25 \rightarrow y = \dfrac{275}{25} = 11 \\ x = \dfrac{36 - 14}{2} \rightarrow x = \dfrac{22}{2} \rightarrow x = 11 \rightarrow y = \dfrac{275}{11} = 25 \end{cases}$$

Los números buscados son 11 y 25.

19. El perímetro de una parcela rectangular mide 130 m, y el área, 1 000 m^2. ¿Cuáles son las dimensiones de la parcela?



Perímetro = 130 m

$$\begin{cases} 2x + 2y = 130 \\ x \cdot y = 1000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 65 \\ x \cdot y = 1000 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 65 - x \\ x \cdot y = 1000 \end{cases}$$

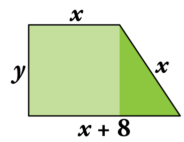
$$x \cdot (65 - x) = 1\,000 \rightarrow 65x - x^2 = 1\,000 \rightarrow x^2 - 65x + 1\,000 = 0$$

$$x = \frac{-(-65) \pm \sqrt{(-65)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1000}}{2 \cdot 1} = \frac{65 \pm \sqrt{4\,225 - 4\,000}}{2} = \frac{65 \pm \sqrt{225}}{2} = \frac{65 \pm 15}{2}$$

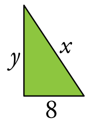
$$\rightarrow \begin{cases} x = \dfrac{65 + 15}{2} \rightarrow x = \dfrac{80}{2} \rightarrow x = 40 \rightarrow y = \dfrac{1000}{40} = 25 \\ x = \dfrac{65 - 15}{2} \rightarrow x = \dfrac{50}{2} \rightarrow x = 25 \rightarrow y = \dfrac{1000}{25} = 40 \end{cases}$$

La parcela mide 25 m de largo y 40 m de ancho.

20. **El perímetro de este trapecio mide 44 cm. Calcula el área.**



Aplicamos el Teorema de Pitágoras en el triángulo oscuro:



$$x^2 = y^2 + 8^2$$

Las ecuaciones resultantes son:

$$\begin{cases} x + 8 + x + x + y = 44 \\ x^2 = y^2 + 8^2 \end{cases} \to \begin{cases} 3x + y = 36 \\ x^2 = y^2 + 64 \end{cases} \to \begin{cases} y = 36 - 3x \\ x^2 = y^2 + 64 \end{cases}$$

$$x^2 = (36 - 3x)^2 + 64 \to x^2 = 1\,296 - 216x + 9x^2 + 64 \to 9x^2 - x^2 - 216x + 1\,360 = 0 \to$$

$$\to 8x^2 - 216x + 1\,360 = 0$$

$$x = \frac{-(-216) \pm \sqrt{(-216)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 1360}}{2 \cdot 8} = \frac{216 \pm \sqrt{46\,656 - 43\,520}}{16} = \frac{216 \pm \sqrt{3136}}{16} = \frac{216 \pm 56}{16}$$

$$\to \begin{cases} x = \dfrac{216 + 56}{16} \to x = \dfrac{272}{16} \to x = 17 \to y = 36 - 3 \cdot 17 = -15 \to \text{No vale} \\ x = \dfrac{216 - 56}{16} \to x = \dfrac{160}{16} \to x = 10 \to y = 36 - 3 \cdot 10 = 6 \end{cases}$$

Descartamos la primera solución porque una medida no puede ser negativa.

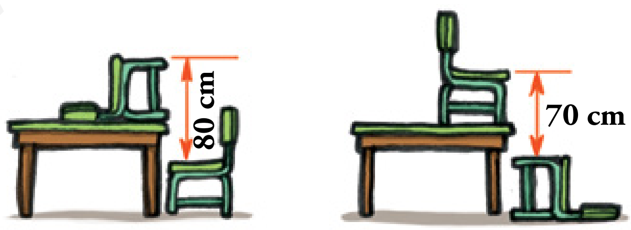
Calculamos el área del trapecio:

$$\text{Área} = \frac{10 + (10 + 8)}{2} \cdot 6 = 28 \cdot 3 = 84 \text{ cm}^2$$

El área del trapecio es 84 cm^2.

Curiosidades matemáticas

¿Cuál es la altura de la mesa?



$$\begin{cases} A + \text{silla tumbada} = \text{silla de pie} + 80 \\ A + \text{silla de pie} = \text{silla tumbada} + 70 \end{cases} \to \begin{cases} A = -\text{silla tumbada} + \text{silla de pie} + 80 \\ A = \text{silla tumbada} - \text{silla de pie} + 70 \end{cases}$$

Sumando las dos expresiones: $2A = 80 + 70 \to A = \dfrac{80 + 70}{2} = \dfrac{150}{2} = 75$

La altura de la mesa es 75 cm.

Cosas de peso

Un caballo y un mulo, cargados con sacos, iban juntos. El caballo se quejaba de su carga, y el mulo le dijo:

— ¿De qué te quejas? Si yo cargara con uno de tus sacos, mi carga sería el doble de la tuya. En cambio, si tú cargaras con uno de los míos, tu carga sería igual que la mía.

¿Cuántos sacos lleva cada uno?

El caballo carga $\rightarrow$ x sacos

El mulo carga $\rightarrow$ y sacos

$$\begin{cases} 2(x-1) = y+1 \\ x+1 = y-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-2 = y+1 \\ x-y = -1-1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-y = 2+1 \\ x-y = -2 \rightarrow \text{Multiplicamos por } (-1) \end{cases} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x-y = 3 \\ -x+y = 2 \end{cases}$$

$$x \quad = 5 \rightarrow -5+y = 2 \rightarrow y = 7$$

El caballo carga con 5 sacos y el mulo con 7.