Modelo de examen

Ejercicio nº 1.-

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{2x}{(x-3)^2}$

b) $y = \dfrac{1}{\sqrt{x-2}}$

Solución:

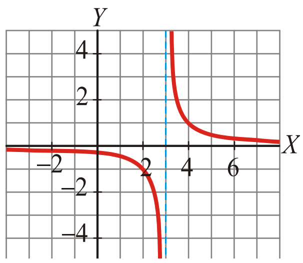
$\boldsymbol{a})\ (x-3)^2 = 0 \ \rightarrow \boldsymbol{Dom}\ f(x) = R - \{3\}$

b) $x - 2 > 0 \ \rightarrow \ x > 2 \ \rightarrow$ Dominio $= (2, +\infty)$

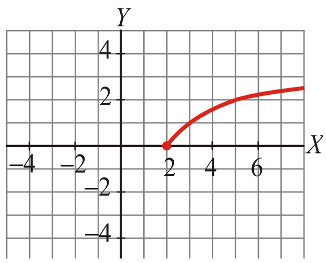
Ejercicio nº 2.-

A partir de la gráfica de las siguientes funciones, indica cuál es su dominio de definición y su recorrido:

a)



b)



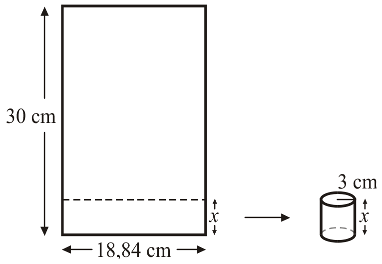
Solución:

a) Dominio $= \mathbb{R} - \{3\}$; Recorrido $= \mathbb{R} - \{0\}$

b) Dominio $= [2, +\infty)$; Recorrido $= [0, +\infty)$

Ejercicio nº 3.-

Tenemos una hoja de papel de base 18,84 cm y altura 30 cm. Si recortamos por una línea paralela a la base, a diferentes alturas, y enrollamos el papel, podemos formar cilindros de radio 3 cm y altura *x*:



El volumen del cilindro será:

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot x = 28{,}26\ x$$

¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

Solución:

x puede tomar valores entre 0 y 30 cm. Por tanto, Dominio $= (0,\ 30)$.

Ejercicio nº 4.-

Asocia a cada gráfica su ecuación:

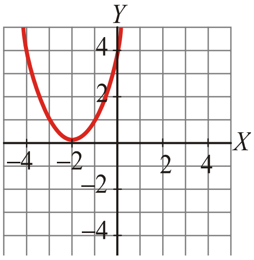
a) $y = -3x + 5$

b) $y = (x + 2)^2$

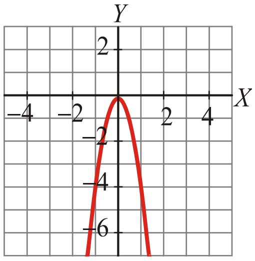
c) $y = -\frac{5}{3}x$

d) $y = -4x^2$

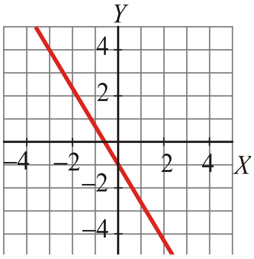
I)



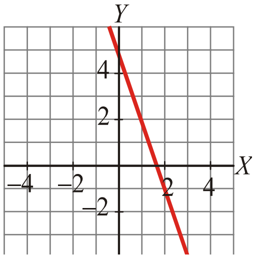
II)



III)



IV)



Solución:

a) IV
b) I
c) III
d) II

<u>Ejercicio nº 5.-</u>

Asocia a cada una de estas gráficas su ecuación:

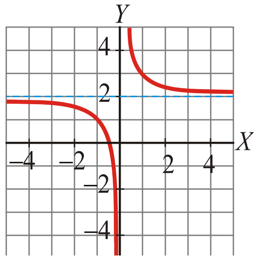
a) $y = \dfrac{1}{x-4}$

b) $y = \sqrt{2x}$

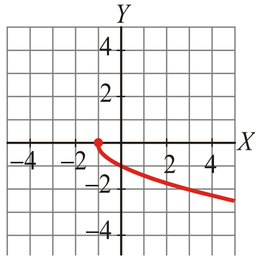
c) $y = \dfrac{1}{x} + 2$

d) $y = -\sqrt{x+1}$

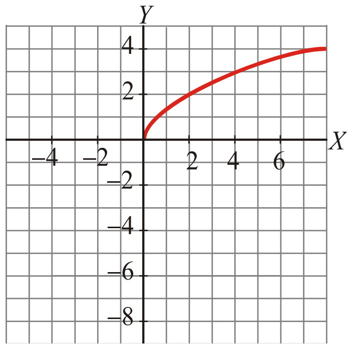
I)



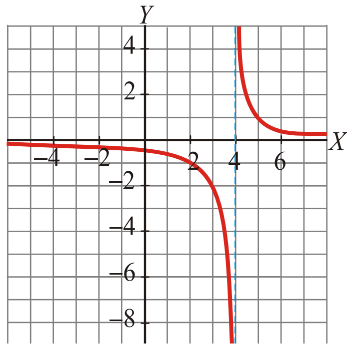
II)



III)



IV)



Solución:

a) IV
b) III
c) I
d) II

Ejercicio nº 6.-

Asocia cada gráfica con su correspondiente ecuación:

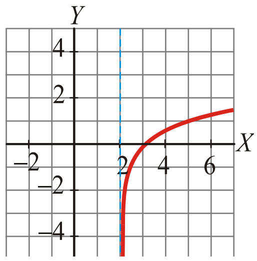
a) $y = 3^{x-2}$

b) $y = 3^{x} - 2$

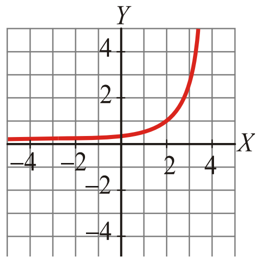
c) $y = \log_3 (x - 2)$

d) $y = \log_3 x$

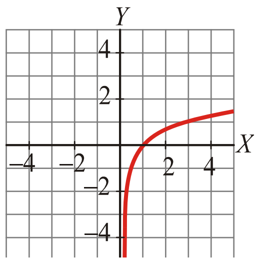
I)



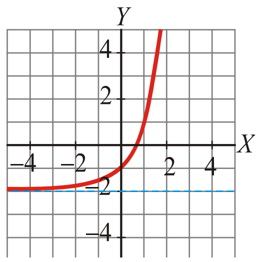
II)



III)



IV)



Solución:

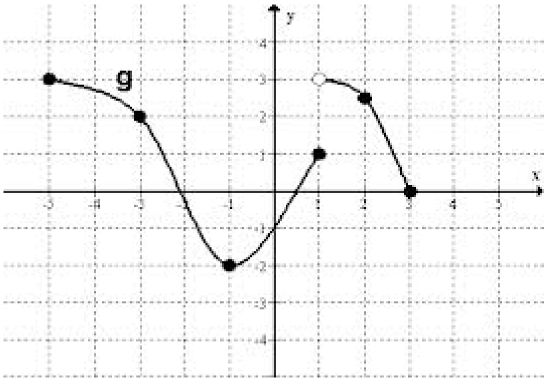
a → II
b → IV
c → I
d → III

Ejercicio nº 7.-

Dibuja la gráfica de la siguiente función:

$$y = \begin{cases} -x/2 & \text{si } x \le 1 \\ -x + 1/2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

Ejercicio nº 8.- **Considera la siguiente gráfica correspondiente a una función:**



a) ¿Cuál es su dominio de definición? ¿Y su recorrido?

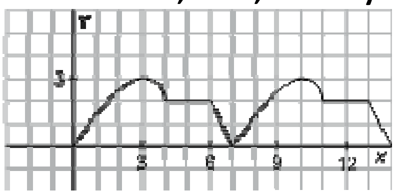
b) ¿Tiene máximo y mínimo? En caso afirmativo, ¿cuáles son?

c) ¿En qué intervalos crece y en cuáles decrece?

d) Indica los puntos y tipos de discontinuidad .

Ejercicio nº 9.-

En la siguiente función. **Dí cuál es su periodo y calcula los valores de la función en los puntos de abscisas $x = 3$, $x = 7$, $x = 24$ y $x = 28$.**



Ejercicio nº 9.2.- (3 puntos, 1 punto dibujar la parábola, 1 punto por dibujar la recta y otro punto por resolver el sistema) **Resuelve el sistema gráfica y analíticamente:**

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + 5 \\ \quad y = x - 5 \end{cases}$$

Ejercicio nº 10.- **Calcula el dominio de:**

a) $y = \frac{\sqrt[3]{x^2+3x-7}}{9x^2-x^4}$

b) $y = \sqrt{5-x}$

c) $y = \sqrt{16-x^2}$

d) $y = \sqrt[3]{6x+3x^2}$

Ejercicio nº 11.-

Representa gráficamente la siguiente función:

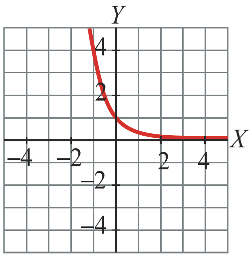
$$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

Solución:

Hacemos una tabla de valores:

x	-2	-1	0	1	2
y	16	4	1	0,25	0,0625

La gráfica es:



Ejercicio nº 12.-

Representa gráficamente la siguiente función:

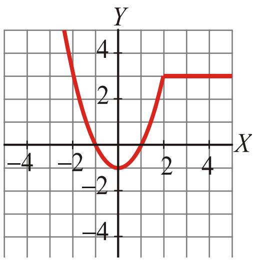
$$y = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{si} \quad x \le 2 \\ 3 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Solución:

Si $x \le 2$, es un trozo de parábola.

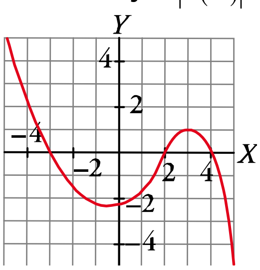
Si $x > 2$, es un trozo de recta horizontal.

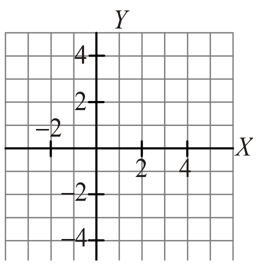
La gráfica es:



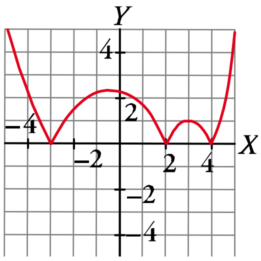
Ejercicio nº 13.-

La siguiente gráfica corresponde a la función $y = f(x)$. Representa, a partir de ella, la función $y = |f(x)|$:





Solución:



Ejercicio nº 14.-

Define como función "a trozos":

$$y = |3x - 2|$$

Solución:

$$y = \begin{cases} -3x + 2 & \text{si} \quad x < \dfrac{2}{3} \\ 3x - 2 & \text{si} \quad x \geq \dfrac{2}{3} \end{cases}$$

Ejercicio nº 15.- Opción C

Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{1}{x^2 - 9}$

b) $y = \sqrt{-x - 2}$

Solución:

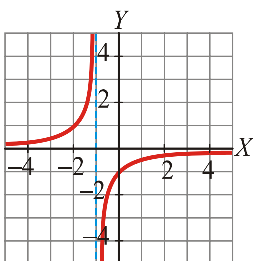
a) $x^2 - 9 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 = 9 \quad \Rightarrow \quad x = \pm\sqrt{9} = \pm 3 \quad \rightarrow \quad \text{Dominio} = \mathbb{R} - \{-3, 3\}$

b) $-x - 2 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad -x \geq 2 \quad \Rightarrow \quad x \leq -2 \quad \rightarrow \quad \text{Dominio} = (-\infty, -2]$

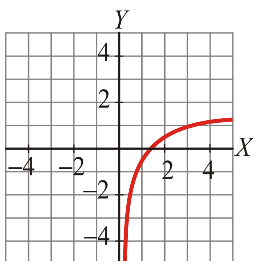
Ejercicio nº 16.-

Observando la gráfica de estas funciones, indica cuál es su dominio de definición y su recorrido:

a)



b)



Solución:

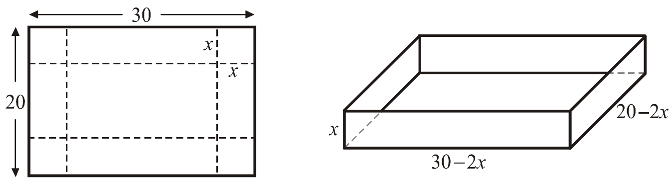
a) Dominio $= \mathbb{R} - \{-1\}$; Recorrido $= \mathbb{R} - \{0\}$

b) Dominio $= (0, +\infty)$; Recorrido = ¡
"¡=R"

Ejercicio nº 17.-

A una hoja de papel de 30 cm ? 20 cm le cortamos cuatro cuadrados (uno en cada esquina) y, plegando convenientemente, formamos una caja cuyo volumen es:

$$V = x(20-2x)(30-2x)$$



¿Cuál es el dominio de definición de esta función?

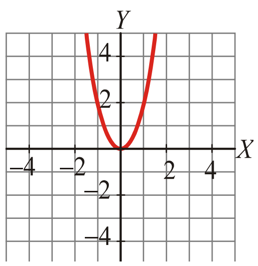
Solución:

x puede tomar valores entre 0 y 10 cm. Por tanto, Dominio $= (0, 10)$.

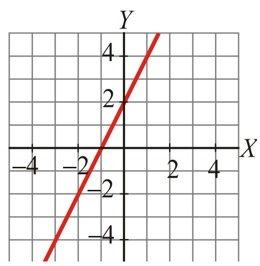
Ejercicio nº 18.-
Asocia cada ecuación con la gráfica correspondiente:

a) $y = 2x + 2$
b) $y = 2x^2$
c) $y = 0{,}25x$
d) $y = 0{,}25x^2$

I)

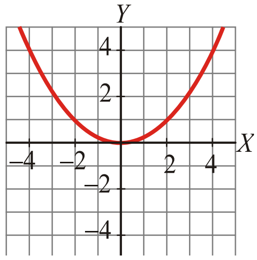


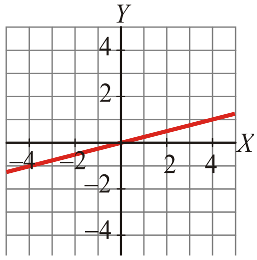
II)



III)

IV)





Solución:

a) II
b) I
c) IV
d) III

Ejercicio nº 19.-

Asocia cada ecuación con su correspondiente gráfica:

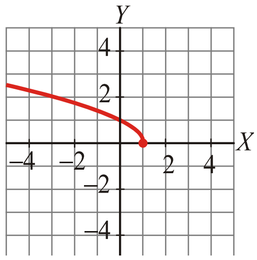
a) $y = \dfrac{1}{x+2}$

b) $y = \sqrt{x+1}$

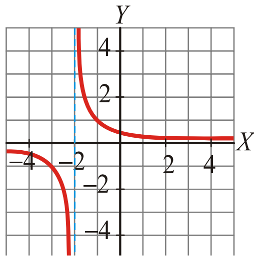
c) $y = \dfrac{1}{x-2}$

d) $y = \sqrt{1-x}$

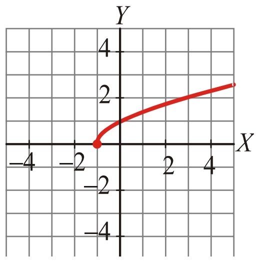
I)



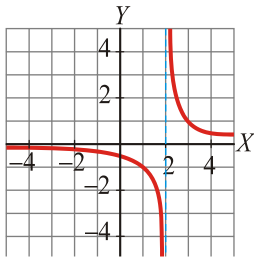
II)



III)



IV)



Solución:

a) II
b) III

c) IV
d) I

Ejercicio nº20.-

Asocia a cada gráfica su ecuación:

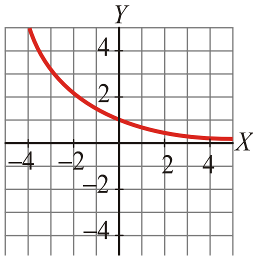
a) $y = \left(\frac{2}{3}\right)^{x}$

b) $y = \left(\frac{3}{2}\right)^{x}$

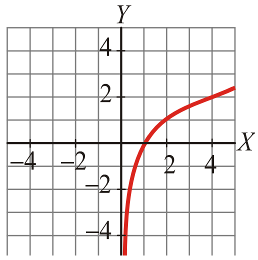
c) $y = \log_2 x$

d) $y = \log_{1/2} x$

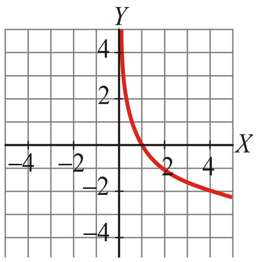
I)



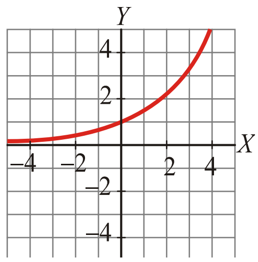
II)



III)



IV)



Solución:

a) I
b) IV
c) II
d) III

Ejercicio nº 21.-

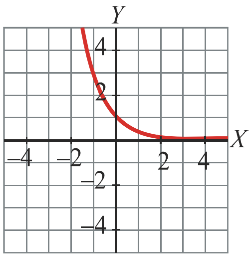
Haz la gráfica de la función $y = 3^{-x}$.

Solución:

Hacemos una tabla de valores:

x	–2	–1	0	1	2
y	9	3	1	1/3	1/9

La gráfica es:



<u>Ejercicio nº 22.-</u>

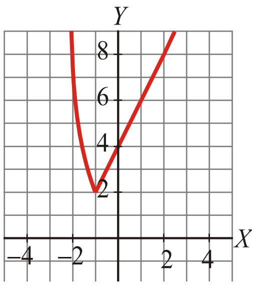
Representa la siguiente función:

$$y = \begin{cases} 2x^2 & \text{si} \quad x < -1 \\ 2x + 4 & \text{si} \quad x \geq -1 \end{cases}$$

Solución:

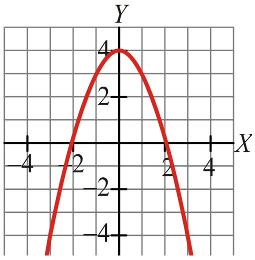
Si $x < -1$, tenemos un trozo de parábola.
Si $x \geq -1$, tenemos un trozo de recta.

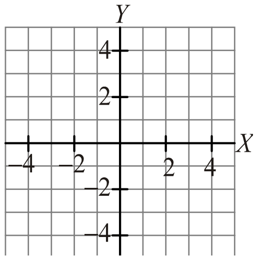
La gráfica es:



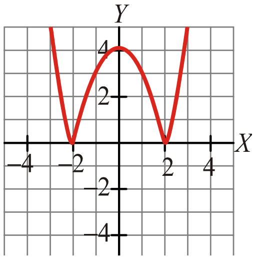
<u>Ejercicio nº 23.-</u>

Representa gráficamen te la función $y = |f(x)|$, sabiendo que la gráfica de $y = f(x)$ es la siguiente:





Solución:



<u>Ejercicio nº 24.-</u>

Obtén la expresión analítica en intervalos de la función $y = |-x + 3|$.

Solución:

$$y = \begin{cases} -x + 3 & \text{si} \quad x < 3 \\ x - 3 & \text{si} \quad x \geq 3 \end{cases}$$

<u>Ejercicio nº 25.-</u>

Calcula f · g e indica su dominio, para:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{2x}, \; g(x) = \frac{x^2 - x}{x+1}$$

a)

$$f(x) = x^2 - x - 6, \; g(x) = \frac{x-2}{2x-6}$$

b)

Solución:

a) $(f\cdot g)(x)=\dfrac{(x^2-x)\sqrt{x+1}}{2x(x+1)}$ $Dom\,(f.g)=(-1,\infty)-\{\,0\}$

b) $(f\cdot g)(x)=\dfrac{2x^3-8x^2-6x+36}{2x-6}$. Dom(f·g) =R-{3}

<u>Ejercicio nº 26.-</u>

Dados

$f(x)=x+1$, y $g(x)=\dfrac{2-x}{3x-6}$, realiza f - g, f · g y f / g y calcula el dominio en cada caso.

Solución:

$(f-g)(x)=\dfrac{3x^2-2x-8}{3x-6}$. Dom(f -g) = $R-\{2\}$.

$(f\cdot g)(x)=\dfrac{-x^2+x+2}{3x-6}$. Dom(f·g) = $R-\{2\}$.

$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)=\dfrac{3x^2-3x-6}{2-x}$. Dom(f/g) = $R-\{2\}$.

.

<u>Ejercicio nº 26.-</u>

Calcula el dominio, simetrías pares o impares y los cortes con los ejes de las siguientes funciones:

a) $y=\dfrac{x}{x^2-1}$ b) $y=\dfrac{1}{x-1}$ c) $f(x)=\dfrac{x}{x+1}$

d) $y=\dfrac{x-2}{x^2+2x-3}$ e) $y=\dfrac{3x^2-5x-6}{x^2-x-2}$ f) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x}$

Solución:

a) $y=\dfrac{x}{x^2-1}$

Dominio: Al tratarse de una función racional el dominio es toda la recta real menos los valores de x que anulan el denominador. Vamos a calcularlos:

$x^2-1=0 \quad\Rightarrow\quad x^2=1 \quad\Rightarrow\quad x=\pm\sqrt{1}=\pm 1$

Dom(f) = $\Re-\{-1,1\}$

Simetrías. Una función tiene simetría par cuando f(x) = f(-x)

En nuestro caso f(x) = $\frac{x}{x^2-1}$

f(-x) = $\frac{-x}{(-x)^2-1}=\frac{-x}{x^2-1}$ como f(x) $\neq$ f(-x) no tiene simetría par

una función tiene simetría impar cuando f(x) = -f(-x)

En nuestro caso f(x) = $\frac{x}{x^2-1}$

-f(-x) = $-\frac{-x}{x^2-1}=\frac{x}{x^2-1}$ por lo tanto tiene simetría impar

Cortes con los ejes

Al eje OY sólo lo puede cortar una vez o ninguna, y se calcula cuando x = 0

$f(0)=\frac{0}{0^2-1}=0$, y el punto de corte es (0,0)

Al eje OX lo puede cortar en varios puntos o en ninguno, depende de número de soluciones que tiene la ecuación f(x) = 0

$\frac{x}{x^2-1}$ = 0 $\Rightarrow$ x = 0 $\Rightarrow$ obtenemos de nuevo el punto (0,0)

b) $y=\frac{1}{x-1}$ Dom(f) = $\Re-\{1\}$

No tiene simetría par ni impar

Al eje OY lo corta en el punto (0, -1)

Al eje OX no lo corta

c) $f(x)=\frac{x}{x+1}$ Dom(f) = $\Re-\{-1\}$

No tiene simetría par ni impar

Al eje OY lo corta en el punto (0,0)

Al eje OX lo corta en el punto (0,0)

d) $y=\frac{x-2}{x^2+2x-3}$ Dom(f) = $\Re-\{1,-3\}$

No tiene simetría par ni impar

Al eje OY lo corta en el punto $\left(0,\frac{2}{3}\right)$

Al eje OX en el punto (2,0)

e) $y = \dfrac{3x^2 - 5x - 6}{x^2 - x - 2}$

Dom(f) = $\Re - \{-1,2\}$
No tiene simetría par ni impar
Al eje OY lo corta en el punto (0, -1)
Al eje OX no lo (2.46,0) (-0.8,0)

f) $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x}$

Dom(f) = $\Re - \{0\}$
Tiene simetría impar
Al eje OY no lo corta en el punto
Al eje OX lo corta en los puntos (1, 0) y (-1, 0)