EJERCICIOS RESUELTOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL.

1. **(JUN 02)** Un proyecto de asfaltado puede llevarse a cabo por dos grupos diferentes de una misma empresa: G1 y G2. Se trata de asfaltar tres zonas: A, B y C. En una semana, el grupo G1 es capaz de asfaltar 3 unidades en la zona A, 2 en la zona B y 2 en la zona C. El grupo G2 es capaz de asfaltar semanalmente 2 unidades en la zona A, 3 en la zona B y 2 en la zona C. El coste semanal se estima en 3300 euros para G1 y en 3500 euros para G2. Se necesita asfaltar un mínimo de 6 unidades en la zona A, 12 en la zona B y 10 en la zona C. ¿Cuántas semanas deberá trabajar cada grupo para finalizar el proyecto con el mínimo coste?

   Pasos.

   I. Escribir las Incógnitas.

   X--- Semanas a trabajar G1.
   Y--- Semanas a trabajar G2.

   II. Escribir la Función Objetivo.

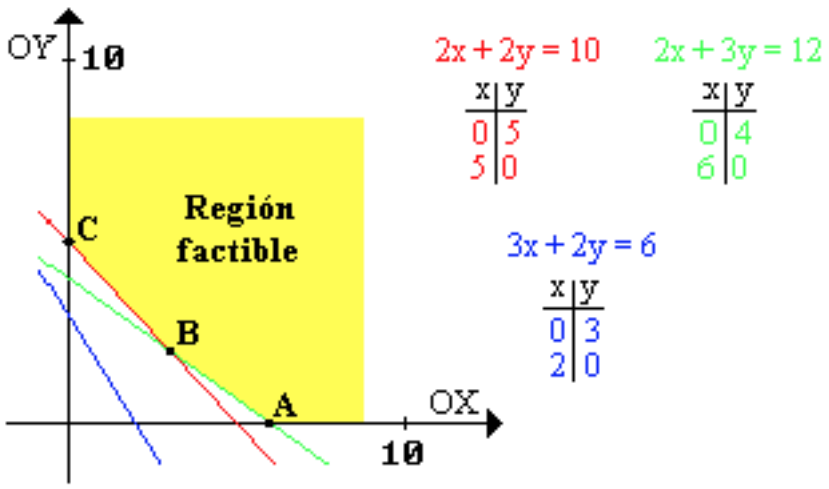
   $f(x, y) = 3300x + 3500y$

   III. Escribir las Restricciones en formas de Inecuaciones.

	A	B	C
X (Grupo 1)	3	2	2
Y (Grupo 2)	2	3	2
Total	6	12	10

   $R_1: 3x + 2y \geq 6$
   $R_2: 2x + 3y \geq 12$
   $R_3: 2x + 2y \geq 10$
   $R_4: x \geq 0$
   $R_5: y \geq 0$

   IV. Hallar la Región Solución, representando gráficamente cada inecuación.



V. Calcular las coordenadas de los vértices del conjunto de soluciones factibles.

$$A\begin{cases} 2x + 3y \geq 12 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \boldsymbol{A(6;0)}$$

$$B\begin{cases} 2x + 3y \geq 12 \\ 2x + 2y \geq 10 \end{cases} \quad \boldsymbol{B(3;2)}$$

$$C\begin{cases} 2x + 2y \geq 10 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad \boldsymbol{C(0;5)}$$

VI. Calcular el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices para ver en cual de ellos presenta el valor máximo o mínimo según nos pidan en el problema.

	X	Y	$f(x;y) = 3300x + 3500y$
A	6	0	19800
B	3	2	16900
C	0	5	17500

VII. Respuesta.

El gasto mínimo se obtiene trabajando el G1, 3 semanas y el G2, 2 semanas.

2. **(JUN 07)** Una empresa de instalaciones dispone de 195 kg de cobre, 20 kg de titanio y 14 kg de aluminio. Para fabricar 100 metros de cable de tipo A se necesitan 10 kg de cobre, 2 de titanio y uno de aluminio, mientras que para fabricar 100 metros de cable de tipo B se necesitan 15 kg de cobre, 1 de titanio y 1 de aluminio. El beneficio que se obtiene por 100 metros de cable de tipo A es de 1500 euros, y por 100 metros de cable de tipo B, 1000 euros. Calcular los metros de cable de cada tipo que hay que fabricar para maximizar el beneficio de la empresa. Obtener dicho beneficio máximo.

Pasos.

I. Escribir las Incógnitas.

X--- m de cable tipo A.
Y--- m de cable tipo B.

II. Escribir la Función Objetivo.

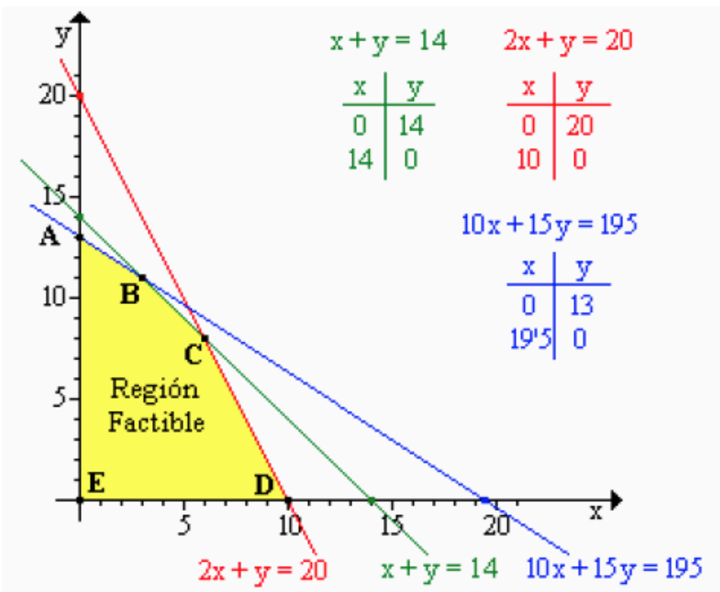
$f(x, y) = 1500x + 1000y$

III. Escribir las Restricciones en formas de Inecuaciones.

	Cobre.	Titanio.	Aluminio.
X (cable tipo A)	10	2	1
Y (cable tipo B)	15	1	1
Total	195	20	14

$R_1: 10x + 15y \leq 195$
$R_2: 2x + y \leq 20$
$R_3: x + y \leq 14$
$R_4: x \geq 0$
$R_5: y \geq 0$

IV. Hallar la Región Solución, representando gráficamente cada inecuación.



V. Calcular las coordenadas de los vértices del conjunto de soluciones factibles.

$A\begin{cases}10x+15y=195\\ y=0\end{cases}$ $\boldsymbol{A(0;13)}$

$B\begin{cases}10x+15y=195\\ x+y=14\end{cases}$ $\boldsymbol{B(3;11)}$

$C\begin{cases}x+y=14\\ 2x+y=20\end{cases}$ $\boldsymbol{C(6;8)}$

$D\begin{cases}2x+y=20\\ x=0\end{cases}$ $\boldsymbol{D(10;0)}$

$E\begin{cases}x\geq x\\ y\geq 0\end{cases}$ $\boldsymbol{E(0;0)}$

VI. Calcular el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices para ver en cual de ellos presenta el valor máximo o mínimo según nos pidan en el problema.

	X	Y	$f(x;y)=1500x+1100y$
A	0	13	14300
B	3	11	16600
C	6	8	17000
D	10	0	15000
E	0	0	0

VII. Respuesta.

Para obtener el máximo beneficio (17000 euros) es necesario fabricar 600 metros de cable tipo A y 800 metros de cable tipo B.

3. **(JUN 04)** Un producto se compone de la mezcla de otros dos A y B. Se tienen 500 kg de A y 500 kg de B. En la mezcla, el peso de B debe ser menor o igual que 1'5 veces el de A. Para satisfacer la demanda, la producción ha de ser mayor o igual que 600 kg. Sabiendo que cada kg de A cuesta 5 euros, y cada kg de B cuesta 4 euros, calcular los kg de A y B que deben emplearse para hacer una mezcla de coste mínimo, que cumpla los requisitos anteriores. Obtener dicho coste mínimo.

Pasos.

I. Escribir las Incógnitas.

X--- kg de A.
Y--- kg de B.

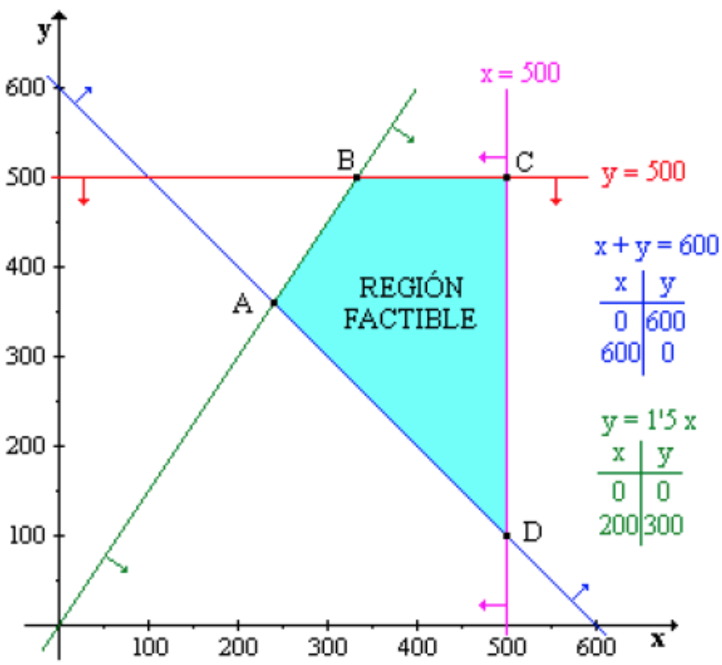
II. Escribir la Función Objetivo.

$$f(x,y) = 5x + 4y$$

III. Escribir las Restricciones en formas de Inecuaciones.

$R_1: x \leq 500$
$R_2: y \leq 500$
$R_3: y \geq 1{,}5x$
$R_4: x + y \geq 600$
$R_5: x \geq 0$
$R_6: y \geq 0$

IV. Hallar la Región Solución, representando gráficamente cada inecuación.



V. Calcular las coordenadas de los vértices del conjunto de soluciones factibles.

$A\begin{cases} x + y = 600 \\ y = 1{,}5x \end{cases}$ $\boldsymbol{A(240; 360)}$

$B\begin{cases} y = 1{,}5x \\ y = 500 \end{cases}$ $\boldsymbol{B(333,3; 500)}$

$$C\begin{cases} x = 500 \\ x = 500 \end{cases} \qquad \boldsymbol{C(500;500)}$$

$$D\begin{cases} x = 500 \\ x + y = 600 \end{cases} \qquad \boldsymbol{D(500;100)}$$

VI. Calcular el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices para ver en cual de ellos presenta el valor máximo o mínimo según nos pidan en el problema.

	X	Y	$f(x;y) = 5x + 4y$
A	240	360	2690
B	333	500	3666
C	500	500	5500
D	500	100	2900

VII. Respuesta.

El mínimo coste mezclando ambos productos se obtiene con 240 kg de A y 360 kg de B siendo el coste mínimo de 2690 euros.

4. **(SEP 02)** Determinar los valores máximo y mínimo de la función z = 3x + 4y sujeta a las restricciones:

- $3x + y \geq 3$
- $x+y\leq5$
- $x \geq -2$
- $y \leq 10$
- $y\geq0$

Pasos.

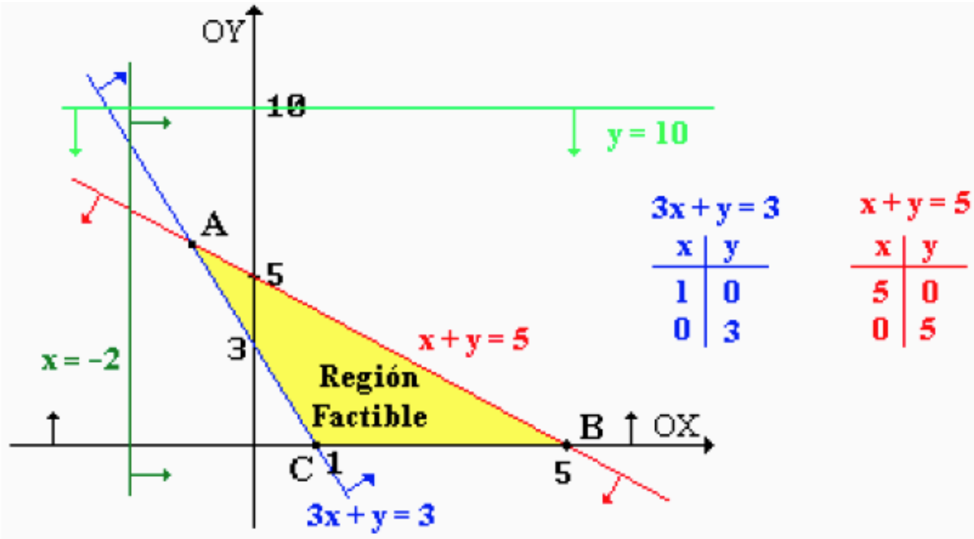
I. Escribir la Función Objetivo.

$z = 3x + 4y$

II. Escribir las Restricciones en formas de Inecuaciones.

Nos las dan de datos.

III. Hallar la Región Solución, representando gráficamente cada inecuación.



IV. Calcular las coordenadas de los vértices del conjunto de soluciones factibles.

$$A\begin{cases}3x + y = 3\\ x + y = 5\end{cases} \quad \boldsymbol{A(-1;6)}$$

$$B\begin{cases}y = 0\\ x + y = 5\end{cases} \quad \boldsymbol{B(5;0)}$$

$$C\begin{cases}3x + y = 3\\ y = 0\end{cases} \quad \boldsymbol{C(1;0)}$$

V. Calcular el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices para ver en cual de ellos presenta el valor máximo o mínimo según nos pidan en el problema.

	X	Y	$f(x;y) = 3x + 4y$
A	-1	6	21
B	5	0	15
C	1	0	3

VI. Respuesta.

La función alcanza su valor máximo en el punto (-1;6) y su valor mínimo en el punto (1;0)

5. **(SEP 04)** Un establecimiento de prendas deportivas tiene almacenados 1600 bañadores, 1000 gafas de baño y 800 gorros de baño. Se quiere incentivar la compra de estos productos mediante la oferta de dos tipos de lotes: el lote A, que produce un beneficio de 8

euros, formado por un bañador, un gorro y unas gafas, y el lote B que produce un beneficio de 10 euros y esta formado por dos bañadores y unas gafas. Sabiendo que la publicidad de esta oferta tendrá un coste de 1.500 euros a deducir de los beneficios, se pide calcular el número de lotes A y B que harán máximo el beneficio y a cuánto asciende éste.

Pasos.

I. Escribir las Incógnitas.

X--- Nº Lotes de A.
Y--- Nº Lotes de B.

II. Escribir la Función Objetivo.

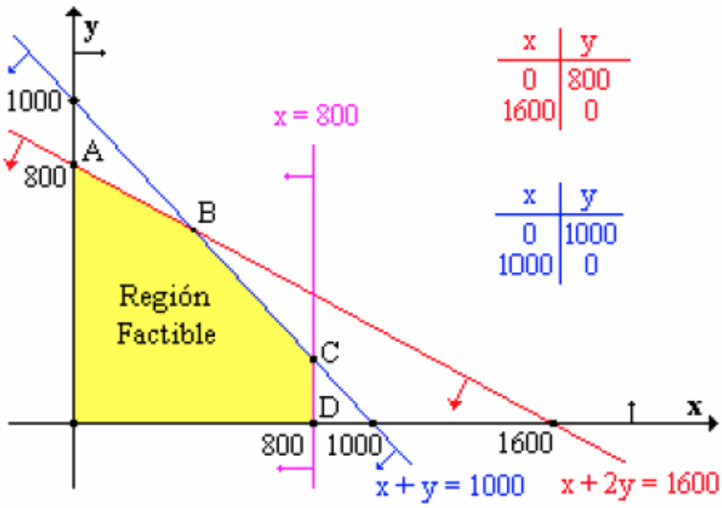
$$f(x, y) = 8x + 10y - 1500$$

III. Escribir las Restricciones en formas de Inecuaciones.

	Bañadores.	Gafas de Baño.	Gorros.
X (Lotes tipo A)	1	1	1
Y (Lotes tipo B)	2	1	0
Total	1600	1000	800

$R_1: x + 2y \leq 1600$
$R_2: x + 1y \leq 1000$
$R_3: x \leq 800$
$R_4: x \geq 0$
$R_5: y \geq 0$

IV. Hallar la Región Solución, representando gráficamente cada inecuación.



V. Calcular las coordenadas de los vértices del conjunto de soluciones factibles.

$$A\begin{cases} x+2y=1600 \\ x=0 \end{cases} \qquad \boldsymbol{A}(\mathbf{0};\mathbf{800})$$

$$B\begin{cases} x+y=100 \\ x+2y=1600 \end{cases} \qquad \boldsymbol{B}(\mathbf{400};\mathbf{600})$$

$$C\begin{cases} x+y=1000 \\ x=800 \end{cases} \qquad \boldsymbol{C}(\mathbf{800};\mathbf{200})$$

$$D\begin{cases} x=800 \\ y=0 \end{cases} \qquad \boldsymbol{D}(\mathbf{800};\mathbf{0})$$

VI. Calcular el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices para ver en cual de ellos presenta el valor máximo o mínimo según nos pidan en el problema.

	X	Y	$f(x;y)=8x+10y-1500$
A	0	800	6500
B	400	600	7700
C	800	200	6900
D	800	0	4900

VII. Respuesta.

El máximo beneficio se obtiene vendiendo 400 lotes de tipo A y 600 lotes de tipo B, obteniéndose un beneficio máximo de 7700 euros.

6. **(JUN 05)** Un mayorista vende productos congelados que presenta en envases de dos

tamaños: pequeño y grande. La capacidad de sus congeladores no le permite almacenar más de 1000 envases en total. En función de la demanda sabe que debe mantener un stock mínimo de 100 envases pequeños y 200 envases grandes. La demanda de envases grandes es igual o superior a la de envases pequeños. El coste por almacenaje es de 10 céntimos de euro para cada envase pequeño y de 20 céntimos de euro para cada envase grande. ¿, Qué cantidad de cada tipo de envases proporciona el mínimo gasto de almacenaje? Obtener dicho mínimo.

Pasos.

I. Escribir las Incógnitas.

X---Nº de Envases Pequeños.
Y--- Nº de Envases Grandes.

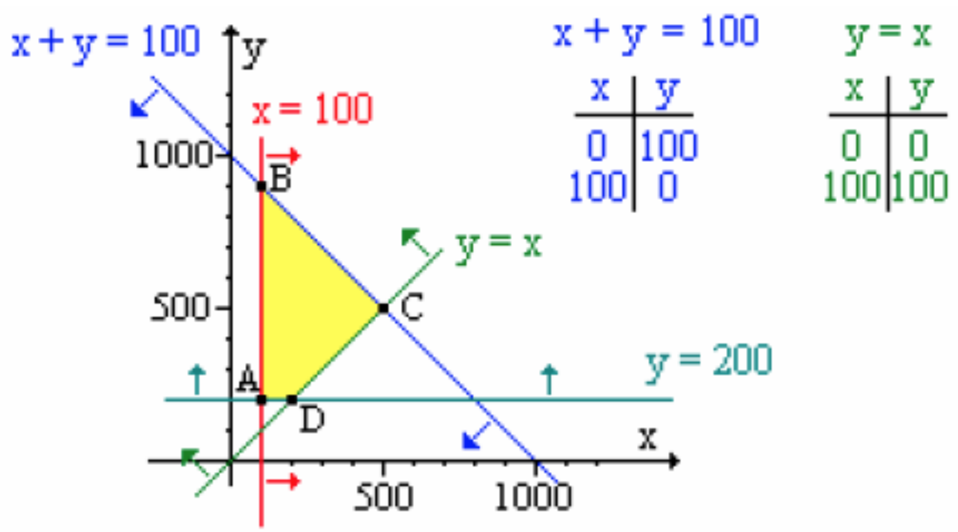
II. Escribir la Función Objetivo.

$f(x,y) = 10x + 20y$

III. Escribir las Restricciones en formas de Inecuaciones.

$R_1: x + y \leq 1000$
$R_2: x \geq 100$
$R_3: y \geq 200$
$R_4: y \geq x$
$R_5: x \geq 0$
$R_6: y \geq 0$

IV. Hallar la Región Solución, representando gráficamente cada inecuación.



V. Calcular las coordenadas de los vértices del conjunto de soluciones factibles.

$A\begin{cases} x = 100 \\ y = 200 \end{cases}$ $\quad \boldsymbol{A}(\mathbf{100};\mathbf{200})$

$B\begin{cases} x = 100 \\ x + y = 1000 \end{cases}$ $\quad \boldsymbol{B}(\mathbf{100};\mathbf{900})$

$C\begin{cases} x = y \\ x + y = 1000 \end{cases}$ $\quad \boldsymbol{C}(\mathbf{500};\mathbf{500})$

$D\begin{cases} y = 200 \\ x = y \end{cases}$ $\quad \boldsymbol{D}(\mathbf{200};\mathbf{200})$

VI. Calcular el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices para ver en cual de ellos presenta el valor máximo o mínimo según nos pidan en el problema.

	X	Y	$f(x;y) = 8x + 10y - 1500$
A	100	200	5000
B	100	900	19000
C	500	500	15000
D	200	200	6000

VII. Respuesta.

El gasto de almacenaje mínimo es de 50 euros y se obtiene manteniendo un stock de 100 envases pequeños y 200 grandes.

7. **(JUN 98)** Una agencia de viajes vende paquetes turísticos para acudir a la final de un campeonato de fútbol. La agencia está considerando ofrecer dos tipos de viajes: El primero de ellos (A) incluye desplazamiento en autocar para dos personas, una noche de alojamiento en habitación doble y cuatro comidas. El segundo (B) incluye desplazamiento en autocar para una persona, una noche de alojamiento (en habitación también doble) y dos comidas.
El precio de venta del paquete A es de 15000 pta. y el del paquete B de 9000 pta. La agencia tiene contratadas un máximo de 30 plazas de autobús, 20 habitaciones dobles y 56 comidas. El número de paquetes del tipo B no debe superar a los del tipo A. La empresa desea maximizar sus beneficios. Se pide:

a) Expresar la función objetivo.
b) Escribir mediante inecuaciones las restricciones del problema y representar gráficamente el recinto definido.

c) Determinar cuántos paquetes de cada tipo debe vender la agencia para que sus ingresos sean máximos. Calcular dichos ingresos.

Pasos.

I. Escribir las Incógnitas.

X--- Nº de paquetes Turísticos tipo A.
Y--- Nº de paquetes Turísticos tipo B.

II. Escribir la Función Objetivo.

$f(x, y) = 15000x + 9000y$

III. Escribir las Restricciones en formas de Inecuaciones.

	Plazas Auto.	Habitaciones.	Comidas.
X (Paquete tipo A)	2	1	4
Y (Paquete tipo B)	1	1	2
Total	30	20	56

$R_1: 2x + y \leq 30$
$R_2: x + y \leq 20$
$R_3: 4x + 2y \leq 56$
$R_4: x \geq 0$
$R_5: y \geq 0$

IV. Hallar la Región Solución, representando gráficamente cada inecuación.

V. Calcular las coordenadas de los vértices del conjunto de soluciones factibles.

VI. Calcular el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices para ver en cual de ellos presenta el valor máximo o mínimo según nos pidan en el problema.

VII. Respuesta.