Problemas de Sistemas de Ecuaciones de Primer Grado con dos Incógnitas

Recuerda las cuatro fases que tendremos que seguir para resolver un problema:

1.- Comprender el problema.
2.- Plantear el sistema de ecuaciones.
3.- Resolver el sistema de ecuaciones por el método que creas más conveniente.
4.- Comprobar la solución.

1. En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?.

2. Dos kilos de plátanos y tres de peras cuestan 7,80 euros. Cinco kilos de plátanos y cuatro de peras cuestan 13,20 euros. ¿A cómo está el kilo de plátanos y el de peras?

3. En un corral hay conejos y gallinas. En total hay 14 cabezas y 38 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay en el corral?

4. He comprado un DVD y me ha costado 105 euros. Lo he pagado con 12 billetes de dos tipos, de 5 euros y de 10 euros. ¿Cuántos billetes de cada clase he entregado?

5. Un fabricante de bombillas gana 0,3euros por cada bombilla que sale de la fábrica, pero pierde 0,4 euros por cada una que sale defectuosa. Un día en el que fabricó 2100 bombillas obtuvo un beneficio de 484,4 euros. ¿Cuántas bombillas correctas y cuántas defectuosas fabrico ese día?

6. Halla dos números tales que la suma de un tercio del primero más un quinto del segundo sea igual a 12 y que si se multiplica el primero por 5 y el segundo por 7 se obtiene 300 como suma de los dos productos.

7. El perímetro de un rectángulo es 64cm y la diferencia entre las medidas de la base y la altura es 6cm. Calcula las dimensiones de dicho rectángulo.

8. Seis camisetas y cinco gorras cuestan 227 euros. Cinco camisetas y 4 gorras cuestan 188 €. Halla el precio de una camiseta y de una gorra.

9. En un examen tipo test de 30 preguntas se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 por cada error. Si un alumno ha sacado 10,5 puntos ¿Cuántos aciertos y cuántos errores ha cometido?

10. Calcula dos números cuya suma sea 191 y su diferencia 67.

11. Ente María y Pedro tienen un total de 65 CD's . Sabemos que Pedro tiene 7 CD's más que María. ¿Cuántos CD's tiene cada uno?

12. Un grupo de amigos planea una excursión a la montaña. Llaman a un albergue para preguntar cuántas habitaciones hay. La persona que les atiende les dice que hay 70 camas disponibles repartidas en 29 habitaciones, y que las habitaciones son dobles y triples. ¿Cuántas habitaciones hay de cada tipo?

13. En el mes de enero un vendedor de coches vende 3 coches del modelo A y 5 del modelo B, llegando a unas ventas de 165.000 €. En el mes de febrero vende 2 coches del modelo A y 4 del modelo B, por un total de 122.000 €. Calcula el precio de cada modelo de coche.

14. He comprado un cuaderno que costaba 3 euros y para pagarlo he utilizado nueve monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?

Resolución de los Problemas de Sistemas de Ecuaciones

1. En un aparcamiento hay 55 vehículos entre coches y motos. Si el total de ruedas es de 170. ¿Cuántos coches y cuántas motos hay?.

Datos:

Coches: x

Motos: y

Planteamos el sistema de ecuaciones: (Traducimos a lenguaje algebraico)

$$\begin{cases} x+y=55 \\ 4x+2y=170 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Sustitución:

Despejamos x en 1ª Ecuación: $x = 55 - y$ **(1)**

Sustituimos en la 2ª Ecuación: $4(55 - y) + 2y = 170$

Resolvemos la Ecuación: $220 - 4y + 2y = 170$

$-4y + 2y = 170 - 220$

$-2y = -50$

$y = \frac{-50}{-2}$ $\quad y = 25$

Sustituimos y = 25 en (1) para calcular x: $x = 55 - 25$

$x = 30$

Solución:

Coches: 30

Motos: 25

Comprobación:

30 coches	30 coches · 4 ruedas = 120 ruedas
+ 25 motos	+ 25 motos · 2 ruedas = 50 ruedas
55 vehículos	170 ruedas

2. Dos kilos de plátanos y tres de peras cuestan 7,80 euros. Cinco kilos de plátanos y cuatro de peras cuestan 13,20 euros. ¿A cómo está el kilo de plátanos y el de peras?

Datos:

Precio kg plátanos: x

Precio kg peras: y

Planteamos el sistema de ecuaciones: (Traducimos a lenguaje algebraico)

$$\begin{cases} 2x+3y=7{,}80 \\ 5x+4y=13{,}20 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Reducción:

Multiplicamos la 1ª ecuación por (5) y la 2ª Ecuación por (– 2) (se van las x)

$$\begin{matrix} (5)\cdot \\ (-2)\cdot \end{matrix} \quad \begin{cases} 2x+3y=7{,}80 \\ 5x+4y=13{,}20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{10x}+15y=39{,}00 \\ \cancel{-10x}-8y=-26{,}40 \end{cases}$$

$$7y = 12{,}60$$

$$y = \frac{12{,}60}{7} \qquad y = 1{,}80$$

Despejamos x en la 1ª Ecuación: $x = \dfrac{7{,}80-3y}{2}$

Sustituimos y = 1,80 $x = \dfrac{7{,}80-3\cdot 1{,}80}{2} = \dfrac{7{,}80-5{,}4}{2} = \dfrac{2{,}40}{2}$

$$x = 1{,}20$$

Solución:

Precio del kg de plátanos: 1,20 €

Precio del kg de peras: 1,80 €

Comprobación:

	2 kg plátanos · 1,20 € = 2,40 €	
+	3 kg peras · 1,80 € = 5,40 €	
	7,80 €	

	5 kg plátanos · 1,20 € = 6,00 €	
+	4 kg peras · 1,80 € = 7,20 €	
	13,20 €	

3. En un corral hay conejos y gallinas. En total hay 14 cabezas y 38 patas. ¿Cuántas gallinas y cuántos conejos hay en el corral?

Datos:

Conejos: x

Gallinas: y

Planteamos el sistema de ecuaciones: (Traducimos a lenguaje algebraico)

$$\begin{cases} x+y=14 \\ 4x+2y=38 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Sustitución:

Despejamos x en 1ª Ecuación: $x = 14 - y$ **(1)**

Sustituimos en la 2ª Ecuación: $4(14 - y) + 2y = 38$

Resolvemos la Ecuación: $56 - 4y + 2y = 38$

$-4y + 2y = 38 - 56$

$-2y = -18$

$y = \frac{-18}{-2}$ $\quad y = 9$

Sustituimos y = 9 en (1) para calcular x: $x = 14 - 9$

$x = 5$

Solución:

Conejos: x = 5

Gallinas: y = 9

Comprobación:

5 conejos		5 conejos · 4 patas = 20 patas
9 gallinas	+	9 gallinas · 2 patas = 18 patas
14 cabezas		38 patas

4. He comprado un DVD y me ha costado 105 euros. Lo he pagado con 12 billetes de dos tipos, de 5 euros y de 10 euros. ¿Cuántos billetes de cada clase he entregado?

Datos:

Número de billetes de 5 €: x

Número de billetes de 10 €: y

Planteamos el sistema de ecuaciones: (Traducimos a lenguaje algebraico)

$$\begin{cases} x+y=12 \\ 5x+10y=105 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Reducción:

Multiplicamos la 1ª ecuación por (–5) para que se vayan las x

$$(-5)\cdot \begin{cases} x+y=12 \\ 5x+10y=105 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5x-5y=-60 \\ 5x+10y=105 \end{cases}$$

$$5y = 45$$

$$y = \frac{45}{5} \qquad y = 9$$

Despejamos x en la 1ª Ecuación: $x = 12 - y$

Sustituimos y = 9 $x = 12 - 9$ $\qquad x = 3$

Solución:

Número de billetes de 5 €: x = 3

Número de billetes de 10 €: y = 9

Comprobación:

	3 billetes de 5 son	3 · 5 € = 15 €
+	9 billetes de 10 € son	9 · 10 € = 90 €
	12 billetes	105 €

5. Un fabricante de bombillas gana 0,3euros por cada bombilla que sale de la fábrica, pero pierde 0,4 euros por cada una que sale defectuosa. Un día en el que fabricó 2100 bombillas obtuvo un beneficio de 484,4 euros. ¿Cuántas bombillas correctas y cuántas defectuosas fabricó ese día?

Datos:

Bombillas correctas: x

Bombillas defectuosas: y

Planteamos el sistema de ecuaciones: (Traducimos a lenguaje algebraico)

$$\begin{cases} x+y=2100 \\ 0{,}3\,x-0{,}4\,y=484{,}4 \end{cases}$$

Si no queremos trabajar con cifras decimales, multiplicamos la 2ª ecuación · 10

$$(10)\cdot \begin{cases} x+y=2100 \\ 0{,}3\,x-0{,}4\,y=484{,}4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=2100 \\ 3x-4y=4844 \end{cases}$$

Resolvemos este sistema sin cifras decimales

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Sustitución:

Despejamos x en 1ª Ecuación: $x = 2100 - y \quad (1)$

Sustituimos en la 2ª Ecuación: $3\,(2100 - y) - 4y = 4844$

Resolvemos la Ecuación: $6300 - 3y - 4y = 4844$

$-3y - 4y = 4844 - 6300$

$-7y = -1456$

$y = \dfrac{-1456}{-7}$ $\qquad y = 208$

Sustituimos y = 208 en (1) para calcular x: $x = 2100 - 208$

$x = 1892$

Solución:

Bombillas correctas: x = 1892

Bombillas defectuosas: y = 208

Comprobación:

1892 Bombillas correctas	B. correctas 1892 · 0,3 € =	567,6 €
208 Bombillas defectuosas	– B. defectuosas 208 · 0,4 € =	83,2 €
2100 Bombillas		484,4 €

6. Halla dos números tales que la suma de un tercio del primero más un quinto del segundo sea igual a 12 y que si se multiplica el primero por 5 y el segundo por 7 se obtiene 300 como suma de los dos productos.

Datos:

1º Número: x

2º Número: y

Planteamos el sistema de ecuaciones: (Traducimos a lenguaje algebraico)

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{y}{5}=12 \\ 5x+7y=300 \end{cases}$$

Si no queremos trabajar con denominadores, en la 1ª ecuación podemos calcular el m.c.m.(3 y 5) = 15 (Se divide por el denominador y se multiplica por el numerador)

$$\begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{y}{5}=12 \\ 5x+7y=300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x+3y=180 \\ 5x+7y=300 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Reducción Doble:

Multiplicamos la 1ª ecuación por (–1) para que se vayan las x

$$(-1)\cdot \quad \begin{cases} 5x+3y=180 \\ 5x+7y=300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\cancel{5x}-3y=-180 \\ \cancel{5x}+7y=300 \end{cases}$$

$$4y = 120$$

$$y = \frac{120}{4} \qquad y = 30$$

Multiplicamos la 1ª ecuación por (7) y la 2ª ecuación por (–3) para que se vayan las y

$$\begin{matrix} (7)\cdot \\ (-3)\cdot \end{matrix} \quad \begin{cases} 5x+3y=180 \\ 5x+7y=300 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 35x+\cancel{21y}=1260 \\ -15x-\cancel{21y}=-900 \end{cases}$$

$$20x = 360$$

$$x = \frac{360}{20} \qquad x = 18$$

Solución:

1º Número: x = 18

2º Número: y = 30

Comprobación:

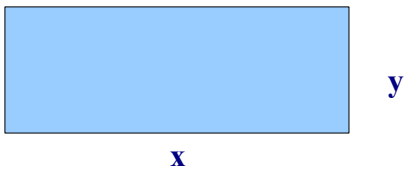
	18 : 3 = 6	18 · 5 = 90
+	30 : 5 = 6	30 · 7 = 210
	12	300

7. El perímetro de un rectángulo es 64cm y la diferencia entre las medidas de la base y la altura es 6cm. Calcula las dimensiones de dicho rectángulo.

Datos:

Base: x

Altura: y



Planteamos el sistema de ecuaciones: **(Traducimos a lenguaje algebraico)**

$$\begin{cases} 2x+2y=64 \\ x-y=6 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Sustitución:

Despejamos x en 2ª Ecuación: $x = 6 + y$ (1)

Sustituimos en la 1ª Ecuación: $2(6+y) + 2y = 64$

Resolvemos la Ecuación: $12 + 2y + 2y = 64$

$2y + 2y = 64 - 12$

$4y = 52$

$y = \frac{52}{4}$ $y = 13$

Sustituimos y = 13 en (1) para calcular x: $x = 6 + 13$

$x = 19$

Solución:

Base: x = 19 cm

Altura: y = 13 cm

Comprobación:

Base: x = 19 cm	2 · 19 = 38 cm
– Altura: y = 13 cm	+ 2 · 13 = 26 cm
6 cm	64 cm

8. Seis camisetas y cinco gorras cuestan 227 euros. Cinco camisetas y 4 gorras cuestan 188 €. Halla el precio de una camiseta y de una gorra.

Datos:

Precio camiseta: x

Precio gorra: y

Planteamos el sistema de ecuaciones: (Traducimos a lenguaje algebraico)

$$\begin{cases} 6x+5y=227 \\ 5x+4y=188 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Reducción:

Multiplicamos la 1ª ecuación por (5) y la 2ª Ecuación por (– 6) (se van las x)

$$\begin{matrix} (5)\cdot \\ (-6)\cdot \end{matrix} \quad \begin{cases} 6x+5y=227 \\ 5x+4y=188 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{30x}+25y=1135 \\ \cancel{-30x}-24y=-1128 \end{cases}$$

$$y = 7 \qquad y = 7$$

Despejamos x en la 1ª Ecuación: $x = \dfrac{227-5y}{6}$

Sustituimos y = 7 $x = \dfrac{227-5\cdot 7}{6} = \dfrac{227-35}{6} = \dfrac{192}{6}$

$$x = 32$$

Solución:

Precio de la camiseta: x = 32 €

Precio de la gorra: y = 7 €

Comprobación:

	6 camisetas	· 32 €	= 192 €		5 camisetas	· 32 €	= 160 €
+	5 gorras	· 7 €	= 35 €	+	4 gorras	· 7 €	= 28 €
			227 €				188 €

9. En un examen tipo test de 30 preguntas se obtienen 0,75 puntos por cada respuesta correcta y se restan 0,25 por cada error. Si un alumno ha sacado 10,5 puntos ¿Cuántos aciertos y cuántos errores ha cometido?

Datos:

Respuestas correctas: x

Respuestas incorrectas: y

Planteamos el sistema de ecuaciones: (Traducimos a lenguaje algebraico)

$$\begin{cases} x+y=30 \\ 0{,}75\,x-0{,}25\,y=10{,}5 \end{cases}$$

Si no queremos trabajar con cifras decimales, multiplicamos la 2ª ecuación · 100

$$(100)\cdot \quad \begin{cases} x+y=30 \\ 0{,}75\,x-0{,}25\,y=10{,}5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=30 \\ 75x-25y=1050 \end{cases}$$

Resolvemos este sistema sin cifras decimales

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Reducción Doble:

Multiplicamos la 1ª ecuación por (–75) para que se vayan las x

$$(-75)\cdot \quad \begin{cases} x+y=30 \\ 75x-25y=1050 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\cancel{75x}-75y=-2250 \\ \cancel{75x}-25y=1050 \end{cases}$$

$$-100y=-1200$$

$$y=\frac{-1200}{-100} \qquad y=12$$

Multiplicamos la 1ª ecuación por (25) para que se vayan las y

$$(25)\cdot \quad \begin{cases} x+y=30 \\ 75x-25y=1050 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 25x+\cancel{25y}=750 \\ 75x-\cancel{25y}=1050 \end{cases}$$

$$100x=1800$$

$$x=\frac{1800}{100} \qquad x=18$$

Solución:

Número de aciertos: x = 18

Número de errores: y = 12

Comprobación:

Aciertos:	18	Número de aciertos:	18 · 0,75 = 13,5 puntos
+ Errores:	12	– Número de errores:	12 · 0,25 = 3 puntos
	30 preguntas		10,5 puntos

10. **Calcula dos números cuya suma sea 191 y su diferencia 67.**

Datos:

1º Número: x

2º Número: y

Planteamos el sistema de ecuaciones: **(Traducimos a lenguaje algebraico)**

$$\begin{cases} x+y=191 \\ x-y=67 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Reducción:

Viendo el sistema, las y se van directamente

$$\begin{cases} x+\cancel{y}=191 \\ x-\cancel{y}=67 \end{cases}$$

$$2x = 258$$

$$x = \frac{258}{2} \qquad x = 129$$

Despejamos y en la 1ª Ecuación: **y = 191 – x**

Sustituimos **x = 129** **y = 191 – 129** **y = 62**

Solución:

1º Número: x = 129

2º Número: y = 62

Comprobación:

$$\begin{array}{r} 129 \\ +\quad 62 \\ \hline 191 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 129 \\ -\quad 62 \\ \hline 67 \end{array}$$

11. Ente María y Pedro tienen un total de 65 CD's . Sabemos que Pedro tiene 7 CD's más que María. ¿Cuántos CD's tiene cada uno?

Datos:

Número de CD´s de Pedro: x

Número de CD´s de María: y

Planteamos el sistema de ecuaciones: (Traducimos a lenguaje algebraico)

$$\begin{cases} x+y=65 \\ x=y+7 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Sustitución:

x está despejada en la 2ª Ecuación: $x = y + 7$ **(1)**

Sustituimos en la 1ª Ecuación: $y + 7 + y = 65$

Resolvemos la Ecuación: $y + y = 65 - 7$

$2y = 58$

$y = \frac{58}{2}$ $y = 29$

Sustituimos y = 29 en (1) para calcular x: $x = 29 + 7$

$x = 36$

Solución:

Número de CD´s de Pedro: x = 36

Número de CD´s de María: y = 29

Comprobación:

CD´s de Pedro: x = 36	CD´s de Pedro: x = 36
+ CD´s de María: y = 29	– CD´s de María: y = 29
65 CD´s	7 CD´s

12. Un grupo de amigos planea una excursión a la montaña. Llaman a un albergue para preguntar cuántas habitaciones hay. La persona que les atiende les dice que hay 70 camas disponibles repartidas en 29 habitaciones, y que las habitaciones son dobles y triples. ¿Cuántas habitaciones hay de cada tipo?

Datos:

Número de habitaciones dobles: x

Número de habitaciones triples: y

Planteamos el sistema de ecuaciones: (Traducimos a lenguaje algebraico)

$$\begin{cases} x+y=29 \\ 2x+3y=70 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Reducción:

Multiplicamos la 1ª ecuación por (–2) para que se vayan las x

$$(-2)\cdot \begin{cases} x+y=29 \\ 2x+3y=70 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x-2y=-58 \\ 2x+3y=70 \end{cases}$$

y = 12 **y = 12**

Despejamos x en la 1ª Ecuación: **x = 29 – y**

Sustituimos y = 12 **x = 29 – 12** **x = 17**

Solución:

Número de habitaciones dobles: x = 17

Número de habitaciones triples: y = 12

Comprobación:

	habitaciones dobles	17	17 · 2 camas =	34 camas
+	habitaciones triples	12	+ 12 · 3 camas =	36 camas
		29 habitaciones		70 camas

13. En el mes de enero un vendedor de coches vende 3 coches del modelo A y 5 del modelo B, llegando a unas ventas de 165.000 €. En el mes de febrero vende 2 coches del modelo A y 4 del modelo B, por un total de 122.000 €. Calcula el precio de cada modelo de coche.

Datos:

Precio del coche modelo A: x

Precio del coche modelo B: y

Planteamos el sistema de ecuaciones: (Traducimos a lenguaje algebraico)

$$\begin{cases} 3x+5y=165.000 \\ 2x+4y=122.000 \end{cases}$$

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Reducción Doble:

Multiplicamos la 1ª ecuación por (– 2) y la 2ª Ecuación por (3) (se van las x)

$$\begin{matrix} (-2)\cdot \\ (3)\cdot \end{matrix} \quad \begin{cases} 3x+5y=165.000 \\ 2x+4y=122.000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cancel{-6x}-10y=-330.000 \\ \cancel{6x}+12y=366.000 \end{cases}$$

$$2y = 36.000$$

$$y = \frac{36.000}{2} \qquad y = 18.000$$

Multiplicamos la 1ª ecuación por (4) y la 2ª ecuación por (–5) para que se vayan las y

$$\begin{matrix} (4)\cdot \\ (-5)\cdot \end{matrix} \quad \begin{cases} 3x+5y=165.000 \\ 2x+4y=122.000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 12x+\cancel{20y}=660.000 \\ -10x-\cancel{20y}=-610.000 \end{cases}$$

$$2x = 50.000$$

$$x = \frac{50.000}{2} \qquad x = 25.000$$

Solución:

Precio del coche modelo A: x = 25.000 €

Precio del coche modelo B: y = 18.000 €

Comprobación:

3 coches modelo A: 3 · 25.000 € = 75.000 €

+ 5 coches modelo B: 5 · 18.000 € = 90.000 €

165.000 €

2 coches modelo A: 2 · 25.000 € = 50.000 €

+ 4 coche modelo B: 4 · 18.000 € = 72.000 €

122.000 €

14. He comprado un cuaderno que costaba 3 euros y para pagarlo he utilizado nueve monedas, unas de 20 céntimos y otras de 50 céntimos. ¿Cuántas monedas de cada clase he utilizado?

Datos:

Número de monedas de 20 cent.: x

Número de monedas de 50 cent.: y

Planteamos el sistema de ecuaciones: (Traducimos a lenguaje algebraico)

$$\begin{cases} x+y=9 \\ 0{,}20x+0{,}50y=3 \end{cases}$$

Si no queremos trabajar con cifras decimales, multiplicamos la 2ª ecuación · 10

$$(10)\cdot \quad \begin{cases} x+y=9 \\ 0{,}20x+0{,}50y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=9 \\ 2x+5y=30 \end{cases}$$

Resolvemos este sistema sin cifras decimales

Resolvemos el sistema de ecuaciones por el Método de Reducción:

Multiplicamos la 1ª ecuación por (–2) para que se vayan las x

$$(-2)\cdot \quad \begin{cases} x+y=9 \\ 2x+5y=30 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2x-2y=-18 \\ 2x+5y=30 \end{cases}$$

$$3y = 12$$

$$y = \frac{12}{3} \qquad y = 4$$

Despejamos x en la 1ª Ecuación: $x = 9 - y$

Sustituimos y = 4 $x = 9 - 4$ $\qquad x = 5$

Solución:

Número de monedas de 20 cent.: x = 5

Número de monedas de 50 cent.: y = 4

Comprobación:

	5 monedas de 20 cent.	5 · 0,20 = 1,00 €
+	4 monedas de 50 cent.	4 · 0,50 = 2,00 €
	9 monedas	3 €