

PROBLEMAS DE SISTEMAS DE ECUACIONES

Problema nº 1.-

Calcula un número sabiendo que la suma de sus dos cifras es 10; y que, si invertimos el orden de dichas cifras, el número obtenido es 36 unidades mayor que el inicial.

Problema nº 2.-

En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos agudos es 12° mayor que el otro. ¿Cuánto miden sus tres ángulos?

Problema nº 3.-

La distancia entre dos ciudades, A y B, es de 255 km. Un coche sale de A hacia B a una velocidad de 90 km/h. Al mismo tiempo, sale otro coche de B hacia A a una velocidad de 80 km/h. Suponiendo su velocidad constante, calcula el tiempo que tardan en encontrarse, y la distancia que ha recorrido cada uno hasta el momento del encuentro.

Problema nº 4.-

Halla un número de dos cifras sabiendo que la primera cifra es igual a la tercera parte de la segunda; y que si invertimos el orden de sus cifras, obtenemos otro número que excede en 54 unidades al inicial.

Problema nº 5.-

La base mayor de un trapecio mide el triple que su base menor. La altura del trapecio es de 4 cm y su área es de 24 cm^2 . Calcula la longitud de sus dos bases.

Problema nº 6.-

La razón entre las edades de dos personas es de $2/3$. Sabiendo que se llevan 15 años, ¿cuál es la edad de cada una de ellas?

Problema nº 7.-

Un número excede en 12 unidades a otro; y si restáramos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. Plantea un sistema y resuélvelo para hallar los dos números.

Problema nº 8.-

El perímetro de un triángulo isósceles es de 19 cm. La longitud de cada uno de sus lados iguales excede en 2 cm al doble de la longitud del lado desigual. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

Problema nº 9.-

Pablo y Alicia llevan entre los dos 160 €. Si Alicia le da 10 € a Pablo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuánto dinero lleva cada uno?

Problema nº 10.-

La suma de las tres cifras de un número capicúa es igual a 12. La cifra de las decenas excede en 4 unidades al doble de la cifra de las centenas. Halla dicho número.

Problema nº 11.-

El perímetro de un rectángulo es de 22 cm, y sabemos que su base es 5 cm más larga que su altura. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar las dimensiones del rectángulo.

Problema nº 12.-

Hemos mezclado dos tipos de líquido; el primero de 0,94 €/litro, y el segundo, de 0,86 €/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 0,89 €/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

Problema nº 13.-

El doble de un número más la mitad de otro suman 7; y, si sumamos 7 al primero de ellos, obtenemos el quintuplo del otro. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar dichos números.

Problema nº 14.-

Dos de los ángulos de un triángulo suman 122° . El tercero de sus ángulos excede en 4 grados al menor de los otros dos. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?

Problema nº 15.-

Una persona invierte en un producto una cantidad de dinero, obteniendo un 5% de beneficio. Por otra inversión en un segundo producto, obtiene un beneficio del 3,5%. Sabiendo que en total invirtió 10 000 €, y que los beneficios de la primera inversión superan en 300 € a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió en cada producto?

SOLUCIONES

Problema nº 1.-

Calcula un número sabiendo que la suma de sus dos cifras es 10; y que, si invertimos el orden de dichas cifras, el número obtenido es 36 unidades mayor que el inicial.

Solución:

Llamamos x a la primera cifra del número (la de las decenas) e y a la segunda (la de las unidades). Así, el número será $10x + y$. Tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 10 \\ 10y + x = 10x + y + 36 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 10 \\ 9x - 9y = -36 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 10 \\ x - y = -4 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow y = 10 - x \\ \rightarrow y = x + 4 \end{array} \right\} \rightarrow 10 - x = x + 4 \rightarrow 6 = 2x \rightarrow x = 3$$

$$y = 10 - x = 10 - 3 = 7$$

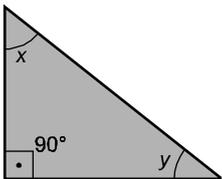
El número buscado es el 37.

Problema nº 2.-

En un triángulo rectángulo, uno de sus ángulos agudos es 12° mayor que el otro. ¿Cuánto miden sus tres ángulos?

Solución:

Llamamos x e y a los ángulos agudos del triángulo:



Tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} x = y + 12 \\ x + y = 90 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + 12 \\ x = 90 - y \end{array} \right\} \rightarrow y + 12 = 90 - y \rightarrow 2y = 78 \rightarrow y = \frac{78}{2} = 39$$

$$x = y + 12 = 39 + 12 = 51$$

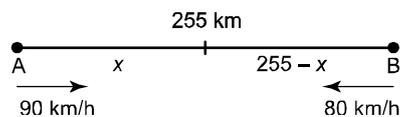
Los ángulos miden 39° , 51° y 90° .

Problema nº 3.-

La distancia entre dos ciudades, A y B, es de 255 km. Un coche sale de A hacia B a una velocidad de 90 km/h. Al mismo tiempo, sale otro coche de B hacia A a una velocidad de 80 km/h. Suponiendo su velocidad constante, calcula el tiempo que tardan en encontrarse, y la distancia que ha recorrido cada uno hasta el momento del encuentro.

Solución:

Llamamos x a la distancia que recorre el coche que sale de A hasta encontrarse.



Sabemos que $e = v \cdot t$, donde e representa el espacio recorrido, v la velocidad y t el tiempo. Por tanto:

$$\left. \begin{array}{l} x = 90t \\ 255 - x = 80t \end{array} \right\} \rightarrow 255 - 90t = 80t \rightarrow 255 = 170t \rightarrow t = \frac{255}{170} = 1,5 \text{ horas}$$

$$x = 90t = 90 \cdot 1,5 = 135 \text{ km} \rightarrow 255 - x = 255 - 135 = 120 \text{ km}$$

Tardan 1,5 horas (una hora y media) en encontrarse. El coche que salió de A llevaba recorridos 135 km; y el que salió de B , llevaba 120 km.

Problema nº 4.-

Halla un número de dos cifras sabiendo que la primera cifra es igual a la tercera parte de la segunda; y que si invertimos el orden de sus cifras, obtenemos otro número que excede en 54 unidades al inicial.

Solución:

Llamamos x a la primera cifra del número (la de las decenas) e y a la segunda cifra (la de las unidades). Así, el número será $10x + y$. Tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} x = \frac{y}{3} \\ 10y + x = 10x + y + 54 \end{array} \right\} \rightarrow 3x = y$$
$$\rightarrow 30x + x = 10x + 3x + 54 \rightarrow 18x = 54 \rightarrow x = \frac{54}{18} = 3$$

$$y = 3x = 3 \cdot 3 = 9$$

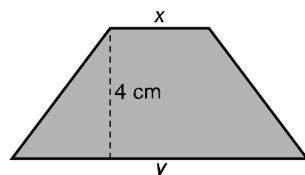
El número buscado es el 39.

Problema nº 5.-

La base mayor de un trapecio mide el triple que su base menor. La altura del trapecio es de 4 cm y su área es de 24 cm^2 . Calcula la longitud de sus dos bases.

Solución:

Llamamos x a la base menor e y a la base mayor.



Tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} y = 3x \\ \frac{(x+y) \cdot 4}{2} = 24 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 3x \\ 2x + 2y = 24 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 3x \\ x + y = 12 \end{array} \right\} \rightarrow x + 3x = 12 \rightarrow 4x = 12 \rightarrow x = 3$$

$$y = 3x = 3 \cdot 3 = 9$$

La base menor mide 3 cm y la base mayor, 9 cm.

Problema nº 6.-

La razón entre las edades de dos personas es de $\frac{2}{3}$. Sabiendo que se llevan 15 años, ¿cuál es la edad de cada una de ellas?

Solución:

Llamamos x e y a las edades de cada uno. Tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{y} = \frac{2}{3} \rightarrow 3x = 2y \\ y = x + 15 \end{array} \right\} \rightarrow 3x = 2(x + 15) \rightarrow 3x = 2x + 30 \rightarrow x = 30$$

$$y = x + 15 = 30 + 15 = 45$$

Tienen 30 y 45 años.

Problema nº 7.-

Un número excede en 12 unidades a otro; y si restáramos 4 unidades a cada uno de ellos, entonces el primero sería igual al doble del segundo. Plantea un sistema y resuélvelo para hallar los dos números.

Solución:

Hagamos una tabla para entender mejor la situación:

		SI RESTAMOS 4
PRIMER NÚMERO	x	$x - 4$
SEGUNDO NÚMERO	y	$y - 4$

Tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} x = y + 12 \\ x - 4 = 2(y - 4) \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y + 12 \\ y + 12 - 4 = 2y - 8 \end{array} \right\} \rightarrow y = 16$$

$$x = y + 12 = 16 + 12 = 28$$

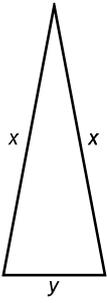
Los números son el 28 y el 16.

Problema nº 8.-

El perímetro de un triángulo isósceles es de 19 cm. La longitud de cada uno de sus lados iguales excede en 2 cm al doble de la longitud del lado desigual. ¿Cuánto miden los lados del triángulo?

Solución:

Llamamos x a la longitud de cada uno de los dos lados iguales e y a la del lado desigual.



Tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 19 \\ x = 2y + 2 \end{array} \right\} \rightarrow 2(2y + 2) + y = 19 \rightarrow 4y + 4 + y = 19 \rightarrow 5y = 15 \rightarrow y = 3$$

$$x = 2y + 2 = 2 \cdot 3 + 2 = 6 + 2 = 8$$

Los lados iguales miden 8 cm cada uno; y el lado desigual mide 3 cm.

Problema nº 9.-

Pablo y Alicia llevan entre los dos 160 €. Si Alicia le da 10 € a Pablo, ambos tendrán la misma cantidad. ¿Cuánto dinero lleva cada uno?

Solución:

Llamamos x a la cantidad de dinero que lleva Pablo e y a la que lleva Alicia. Tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 160 \\ x + 10 = y - 10 \end{array} \right\} \rightarrow y - 20 + y = 160 \rightarrow 2y = 180 \rightarrow y = 90$$

$$x = y - 20 = 90 - 20 = 70$$

Pablo lleva 70 € y Alicia, 90 €.

Problema nº 10.-

La suma de las tres cifras de un número capicúa es igual a 12. La cifra de las decenas excede en 4 unidades al doble de la cifra de las centenas. Halla dicho número.

Solución:

Llamamos x a la cifra de las centenas (que coincide con la de las unidades, por ser el número capicúa) e y a la de las decenas. Así, tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + y = 12 \\ y = 2x + 4 \end{array} \right\} \rightarrow y = 12 - 2x$$
$$\rightarrow y = 2x + 4 \rightarrow 12 - 2x = 2x + 4 \rightarrow 8 = 4x \rightarrow x = 2 \rightarrow y = 8$$

El número que buscamos es el 282.

Problema nº 11.-

El perímetro de un rectángulo es de 22 cm, y sabemos que su base es 5 cm más larga que su altura. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar las dimensiones del rectángulo.

Solución:

Llamamos x a la base e y a la altura.



Tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 2y = 22 \\ x = y + 5 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x + y = 11 \\ x = y + 5 \end{array} \right\} \rightarrow y + 5 + y = 11 \rightarrow 2y = 6 \rightarrow y = 3$$

$$x = y + 5 = 3 + 5 = 8$$

La base mide 8 cm y la altura, 3 cm.

Problema nº 12.-

Hemos mezclado dos tipos de líquido; el primero de 0,94 €/litro, y el segundo, de 0,86 €/litro, obteniendo 40 litros de mezcla a 0,89 €/litro. ¿Cuántos litros hemos puesto de cada clase?

Solución:

Hacemos una tabla para organizar la información:

	1 ^{er} TIPO	2 ^o TIPO	MEZCLA
N.º LITROS	x	y	40
PRECIO/LITRO (euros)	0,94	0,86	0,89
PRECIO TOTAL (euros)	0,94x	0,86y	35,6

Tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 40 \\ 0,94x + 0,86y = 35,6 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 40 - x \\ 0,94x + 0,86(40 - x) = 35,6 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,94x + 34,4 - 0,86x = 35,6 \rightarrow 0,08x = 1,2 \rightarrow x = \frac{1,2}{0,08} = 15$$

$$y = 40 - x = 40 - 15 = 25$$

Hemos puesto 15 litros del primer tipo y 25 litros del segundo.

Problema nº 13.-

El doble de un número más la mitad de otro suman 7; y, si sumamos 7 al primero de ellos, obtenemos el quintuplo del otro. Plantea un sistema de ecuaciones y resuélvelo para hallar dichos números.

Solución:

Llamamos x al primer número e y al segundo. Así, tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + \frac{y}{2} = 7 \\ x + 7 = 5y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} 4x + y = 14 \\ x + 7 = 5y \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 14 - 4x \\ x + 7 = 5(14 - 4x) \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow x + 7 = 70 - 20x \rightarrow 21x = 63 \rightarrow x = \frac{63}{21} = 3$$

$$y = 14 - 4x = 14 - 4 \cdot 3 = 14 - 12 = 2$$

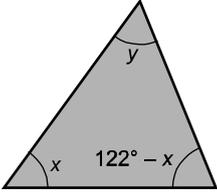
Los números son el 3 y el 2.

Problema nº 14.-

Dos de los ángulos de un triángulo suman 122° . El tercero de sus ángulos excede en 4 grados al menor de los otros dos. ¿Cuánto miden los ángulos del triángulo?

Solución:

Uno de los ángulos mide x , el otro, $122 - x$, y el tercero, y .



Tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} y = x + 4 \\ x + y + 122 - x = 180 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} y = x + 4 \\ y = 58 \end{array} \right\} \rightarrow x + 4 = 58 \rightarrow x = 54$$

$$y = x + 4 = 54 + 4 = 58^\circ$$

Los ángulos miden 54° , 58° y $122^\circ - 54^\circ = 68^\circ$.

Problema nº 15.-

Una persona invierte en un producto una cantidad de dinero, obteniendo un 5% de beneficio. Por otra inversión en un segundo producto, obtiene un beneficio del 3,5%. Sabiendo que en total invirtió 10 000 €, y que los beneficios de la primera inversión superan en 300 € a los de la segunda, ¿cuánto dinero invirtió en cada producto?

Solución:

Hacemos una tabla:

	INVERSIÓN	BENEFICIO
PRIMER PRODUCTO	x	$0,05x$
SEGUNDO PRODUCTO	y	$0,035y$

Tenemos que:

$$\left. \begin{array}{l} x + y = 10000 \\ 0,05x = 0,035y + 330 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} y = 10000 - x \\ 0,05x = 0,035(10000 - x) + 330 \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,05x = 350 - 0,035x + 330 \rightarrow 0,085x = 680 \rightarrow x = \frac{680}{0,085} = 8000$$

$$y = 10000 - x = 10000 - 8000 = 2000$$

Invirtió 8000 € en el primer producto y 2000 € en el segundo.