14 TRABAJO Y ENERGÍA MECÁNICA

El origen del concepto de trabajo mecánico como equivalente al producto de fuerza por desplazamiento se remonta a la antigüedad. Aparece de modo implícito en los estudios relativos a las palancas llevados a cabo por Arquímedes y Aristóteles. Si bien hoy describimos dicha ley en términos de «momento de fuerza», está claro que también encierra implícitamente la conservación de la energía. A su vez, el concepto de energía hace su aparición de forma clara e inequívoca a finales del siglo y principios del donde, como consecuencia del desarrollo de la termodinámica, toma cuerpo el principio de conservación de la energía en su acepción más amplia. Sin embargo, desde los tiempos de Galileo y, sobre todo, desde Huygens (1629-1695) y Leibniz (1646-1716) se hacía uso del confuso concepto de «vis viva» (fuerza viva), hoy conocido como «energía cinética».

Galileo, en su obra «Dos nuevas ciencias», describe lo que ocurre cuando sobre una estaca ligeramente clavada en el suelo se deja caer un bloque. El peso del bloque es siempre el mismo, pero si se deja caer desde una altura mayor, la estaca se clavará más en el suelo que si lo dejamos caer desde menor altura. Por tanto, una combinación de peso (fuerza) y altura (desplazamiento) es el agente responsable de que la estaca se clave más o menos. Nos encontramos aquí de nuevo con el concepto de trabajo o de su equivalente en «energía potencial».

Los estudios de Huygens sobre colisiones elásticas entre bolas le llevaron a la consideración de que además de conservarse el momento lineal (o cantidad de movimiento), como vimos en la unidad 11, se conservaba la cantidad $m\,v^2$. Leibniz demostró que esta nueva cantidad aparecía además al resolver el problema de la estaca de Galileo, por lo que supuso que debía tener una gran trascendencia en la explicación de los movimientos. A esta nueva cantidad se la denominó «vis viva» (fuerza viva) y se consideró que todos los cuerpos en movimiento estaban dotados de una «vis viva» que en unos casos era capaz de hacer que una estaca se clavara en el suelo y, en otros casos, era capaz de poner en movimiento cuerpos que inicialmente estaban en reposo. Leibniz consideró que era la «vis viva» la magnitud que definía el estado de movimiento de los cuerpos y no la cantidad de movimiento de Descartes. Hubo que esperar hasta principios del siglo para que Thomas Young (1773-1829) la definiera como «energía» en lugar de «fuerza» (vis viva), ayudando a clarificar los conceptos. Poco tiempo después, William Thomson (Lord Kelvin) la bautizaría con el nombre con que hoy la conocemos: «energía cinética».

Por tanto, es bueno clarificar que no es hasta el siglo xix cuando empieza a hacerse uso de los conceptos de trabajo y energía de un modo sistemático, mientras que, como ya hemos visto, las leyes de la dinámica se remontan al siglo . No en vano, los conceptos de trabajo, energía y potencia aparecen ligados a la Revolución Industrial.

Objetivos

1. Comprender el concepto de trabajo y su relación con las fuerzas actuantes, así como distinguirlo de la concepción cotidiana de trabajo.
2. Entender el concepto de energía y sus formas mecánicas, así como su relación con el trabajo.
3. Comprender los conceptos de fuerzas conservativas y disipativas y su relación con la energía mecánica.
4. Aplicar correctamente el principio de conservación de la energía en diversas situaciones.

Relación de la unidad con las competencias clave

La competencia lingüística está presente en la correcta interpretación del texto. La competencia matemática y en ciencia y tecnología está presente en todo el desarrollo, así como en el uso de las herramientas matemáticas. La competencia digital se relaciona fundamentalmente con las propuestas de *investiga* y *Física, Tecnología y Sociedad*. La competencia de aprender a aprender es inherente al propio desarrollo autosuficiente de la unidad, basado en la idea primordial de toda la obra de que ésta pudiera servir para el aprendizaje autodidacta del alumnado.

Temporalización

Recomendable en seis sesiones lectivas.

PROGRAMACIÓN DIDÁCTICA DE LA UNIDAD				
Contenidos	**Criterios de evaluación**	**Estándares de aprendizaje**	**Relación de actividades del LA**	**Competencias clave**
Trabajo mecánico ▪ Trabajo realizado por varias fuerzas.	1. Conocer la definición de trabajo realizado por una o varias fuerzas.	1.1. Calcula el trabajo realizado por fuerzas que actúan o no en la dirección del desplazamiento. 1.2 Determina el trabajo a partir de una gráfica fuerza - desplazamiento.	A: 1-4 ER: 1 AT: 1-5	CMCCT
Potencia	2. Conocer el concepto de potencia y relacionarlo con la velocidad en el caso de fuerzas constantes	2.1 Resuelve problemas relativos a la potencia y expresar esta en sus distintas unidades reconocidas.	A: 5-8 ER: 3 AT: 6-9	CMCCT CD
Energía mecánica ▪ Trabajo y energía cinética ▪ La energía potencial	3. Reconocer y distinguir las definiciones de energía cinética y potencial. 4. Aplicar la relación entre trabajo y la energía mecánica en la resolución de problemas. 5. Distinguir las formas de energía potencial.	3.1 Relaciona el trabajo que realiza una fuerza sobre un cuerpo con la variación de su energía mecánica en alguna de sus formas. 4.1 Estima la energía almacenada en un resorte en función de la elongación, conocida su constante elástica.	A: 9-16 ER: 2,5 AT: 10-19	CMCCT CD
Fuerzas conservativas y conservación de la energía mecánica ▪ Características de las fuerzas conservativas. ▪ Conservación de la energía mecánica ▪ Conservación de la energía en presencia de fuerzas no conservativas.	6. Reconocer sistemas conservativos como aquellos para los que es posible asociar una energía potencial y representar la relación entre trabajo y energía. 7. Establecer la ley de conservación de la energía mecánica y aplicarla a la resolución de casos prácticos. 8. Distinguir entre fuerzas conservativas y no conservativas y aplicar el principio de conservación de la energía en presencia ambos tipos de fuerzas.	6.1 Clasifica en conservativas y no conservativas, las fuerzas que intervienen en un supuesto teórico justificando las transformaciones energéticas que se producen y su relación con el trabajo. 7.1 Aplica el principio de conservación de la energía para resolver problemas mecánicos, determinando valores de magnitudes cinemáticas.	A: 17-21 ER: 4, 5, 6 AT: 20-32	CMCCT CCL

LA: libro del alumno; A: actividades; ER: estrategias de resolución; AT: actividades y tareas;
CCL: comunicación lingüística; CMCCT: competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología; CD: competencia digital; CAA: Aprender a aprender; CSC: Competencias sociales y cívicas; CSIEE: Sentido de iniciativa y espíritu emprendedor; CCEC: Conciencia y expresiones culturales

MAPA DE CONTENIDOS DE LA UNIDAD

PARA EL ALUMNO

Vídeo: Los inicios de la revolución industrial.

Vídeo: Trabajo, energía y potencia.
Animación: Consecuencias de la definición de trabajo.

Enlaces web: 1. Trabajo, energía y potencia en procesos mecánicos; 2. Trabajo mecánico.
Animación: Trabajo y energía mecánica.

Enlace web: 1. Trabajo, energía y potencia en procesos mecánicos (potencia).

Simulador: 1. Energía potencial gravitatoria; 2. Trabajo realizado contra la gravedad.
Enlace web: 1. Trabajo, energía y potencia en procesos mecánicos (energía mecánica).
Práctica de laboratorio: Energía mecánica en el movimiento del péndulo simple.

Unidad 14: Trabajo y energía mecánica

1. Conceptos

2. Trabajo mecánico
2.1 Trabajo realizado por varias fuerzas

3. Potencia

4. Energía mecánica
4.1. Trabajo y energía cinética
4.2 La energía potencial

PARA EL PROFESOR

Presentación: Trabajo mecánico.

Vídeo: El culto al cuerpo en las zonas de playa.

Documento: Trabajo realizado por fuerzas variables.

Presentación: Conservación de la energía mecánica.
Documento: Formas de energía.

BIBLIOGRAFÍA

y
Física. Addison-Wesley Longman. México 2000. Clásico de referencia en cualquier tema de Física. Tratamientos buenos y rigurosos.

Física en perspectiva. Addison-Wesley Iberoamericana. Wilmington (E.U.A.) 1987. Uno de los libros de Física más amenos que se han escrito. Aborda la comprensión de la Física desde un punto de vista conceptual. Se trata de un libro «casi de lectura» con muy pocas fórmulas.

.
Física conceptual. Addison-Wesley Iberoamericana. Wilmington (E.U.A) 1995. Se trata de un libro muy recomendable para la comprensión conceptual de la Física. Su lectura amena y la escasez de fórmulas hacen de este libro un material a recomendar a aquellos alumnos y alumnas que sientan interés por la Física.

Física. Editorial Reverté (3ª edición). Barcelona 1995. Clásico de referencia obligada.

Simuladores: 1. Conservación de la energía en el péndulo; 2. Jugando con la energía en un *skate*.
Enlaces web: Problemas resueltos de trabajo y energía.
Vídeos: 1. Conservación de la energía en un péndulo; 2. *For the love of Physics* (W. Lewin).
Práctica de laboratorio: 1. Trabajo realizado en planos inclinados; 2. Conservación de la energía mecánica.

Enlace web: 1. El descubrimiento del neutrino y sus oscilaciones; 2. Neutrino; 3. El sabor de los neutrinos.

Tests de autoevalución interactivos

5. Fuerzas conservativas y conservación de la energía mecánica
- 5.1 Características de las fuerzas conservativas
- 5.2 Conservación de la energía mecánica
- 5.3 Conservación de la energía en presencia de fuerzas no conservativas

Física, tecnología y sociedad
La conservación de la energía y los elusivos neutrinos

Técnicas de trabajo y experimentación
Transformación y conservación de la energía mecánica

Estrategias de resolución y Actividades y tareas

Síntesis de la unidad y Evaluación

Documento: La conservación de la *vis viva* en el universo, según Leibniz.
Actividades de ampliación: Trabajo realizado por fuerzas variables en general.

Documento: Biografía: Albert Einstein.

Documento: Optimización del trabajo de rozamiento: frenos ABS.

Pruebas de evaluación

WEBGRAFÍA

Educaplus
http://www.educaplus.org/
Excelente web con buenos simuladores.

Paul G. Hewitt
https://goo.gl/C6cKsb
Canal de Youtube con los interesantes vídeos del profesor Paul G. Hewitt. En inglés.

Físicalab
https://www.fisicalab.com
Página web con propuestas de ejercicios.

Paul G. Hewitt
http://videolectures.net/walter_h_g_lewin/
Canal con las interesantes lecciones del profesor Walter H.G. Lewin del MIT (en inglés).

SUGERENCIAS DIDÁCTICAS

TRABAJO Y ENERGÍA MECÁNICA

Se sugiere la lectura del texto introductorio acompañado del video propuesto que ilustra el texto. Posteriormente deben plantearse las cuestiones previas que nos permitirán desvelar algunos equívocos frecuentes.

Vídeo:
LOS INICIOS DE LA REVOLUCIÓN INDUSTRIAL

1. Conceptos

Como comienzo o introducción a la unidad es conveniente ejemplificar la relación entre trabajo y energía como una relación biunívoca: **Trabajo es la capacidad de transferir energía y energía es la capacidad de realizar un trabajo**. Esta idea debe quedar muy clara entre los estudiantes y para ello se ha planteado el ejemplo del ciclista y la «pájara»; es decir, la incapacidad de seguir realizando un trabajo si la energía se pierde. El mismo ejemplo nos permite ilustrar el concepto de potencia.

Vídeo:
TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA

2. Trabajo mecánico

La asimilación del concepto de trabajo y las consecuencias que se derivan de su definición se facilitan enormemente si se ha estudiado el apartado de producto escalar de vectores en la unidad Herramientas matemáticas de la física.

El objetivo fundamental de este epígrafe es distinguir el concepto físico de trabajo de su representación cotidiana asociada al lenguaje popular, que está más en relación con el esfuerzo que con el concepto de trabajo propiamente dicho.

Es importante entender aquí en qué casos una fuerza realiza trabajo y en qué otros casos no, y qué relación puede tener eso con la transferencia de energía. Puede ilustrarse con un buen ejemplo; la fuerza gravitatoria no realiza trabajo alguno en una órbita circular; de ese modo, un satélite no gana ni pierde energía y puede tener una órbita estable sin necesidad de consumir combustible.

Enlace web:
TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA EN PROCESOS MECÁNICOS. TRABAJO MECÁNICO

3. Potencia

Se insiste en este epígrafe en el carácter restringido (para fuerzas constantes) de la expresión Fv para el cálculo de la potencia.

Debe hacerse también hincapié en la conversión entre las unidades más conocidas de potencia (W, kW y CV), así como aprovechar para introducir la unidad de energía presente en nuestras facturas eléctricas (kW h).

Enlace web:
TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA EN PROCESOS MECÁNICOS (POTENCIA)

4. Energía mecánica

Es muy interesante, al introducir este concepto, transmitir la dificultad que encontramos para definir ciertos conceptos físicos (por ejemplo, masa, carga, energía, entropía…), que, además, son aquellos sobre los que se edifica la física actual. No obstante, de ellos se saben muchas cosas: cómo actúan, qué fenómenos originan, etc., y ello ya es justificación suficiente para utilizarlos en la descripción de los fenómenos naturales. Se ha de hacer notar que definir energía como «capacidad para realizar un trabajo» es simplemente un recurso para salir del paso, pues trabajo lo definimos como «un método para transferir energía», con lo cual tenemos una definición circular que no aclara gran cosa.

En el primer epígrafe, el aspecto más interesante que hay que resaltar es que, sea cual fuere el tipo de fuerza que actúe realizando trabajo, este equivaldrá siempre a una variación de energía cinética, cosa que no ocurre en todos los casos con la energía potencial.

En el segundo epígrafe, referido a la energía potencial, es muy importante hacer hincapié en las precisiones que se citan en la página 342. Un alumno o alumna de este nivel debe tener ya bien claro que la expresión *mgh* es tan solo una expresión muy restringida de un tipo de energía potencial (la gravitatoria) y sobre todo hay que aclarar que la energía potencial (a pesar de que por costumbre hablemos de «energía potencial de un cuerpo») no es una característica de ningún cuerpo, sino del sistema (por ejemplo, el sistema cuerpo y Tierra si se trata de la energía potencial gravitatoria).

Otro tanto puede decirse de la energía cinética; dado que la velocidad de un cuerpo es relativa a un sistema de referencia, esta energía también es relativa, por lo que, siendo rigurosos, hemos de considerar que la energía cinética es una característica de un sistema y no de un cuerpo en términos absolutos.

Simulador:
ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA.
TRABAJO REALIZADO CONTRA LA GRAVEDAD

Enlace web:
TRABAJO, ENERGÍA Y POTENCIA EN PROCESOS MECÁNICOS (ENERGÍA MECÁNICA)

5. Fuerzas conservativas y conservación de la energía mecánica

Para introducir el concepto de fuerza conservativa se ha optado por la descripción más elemental, haciendo uso, como ejemplo, de la fuerza gravitatoria. El objetivo es bien claro: que los alumnos y alumnas entiendan que el teorema de conservación que utilizaban en 4.° de la ESO no era más que un teorema restringido a la exclusiva existencia de fuerzas conservativas (que no es el caso habitual).

Es fundamental que el alumnado entienda que solo tiene sentido definir energía potencial asociada a las fuerzas conservativas.

En el epígrafe 5.3. se expone el caso más general de actuación de fuerzas conservativas y disipativas, así como el teorema de conservación de la energía desde un punto de vista más general.

Simulador:
JUGANDO EN LA ENERGÍA EN UN *SKATE*.
CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA EN EL PÉNDULO

Enlace web:
PROBLEMAS RESUELTOS DE TRABAJO Y ENERGÍA

Vídeo:
CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA EN UN PÉNDULO
***FOR THE LOVE OF PHYSICS* (W. LEWIN)**

SOLUCIONES DE LAS ACTIVIDADES (páginas 334/345)

Comprueba lo que sabes

1. **¿Cuándo decimos que se realiza un trabajo? ¿Realizamos algún trabajo por el simple hecho de sostener unas pesas de 10 kg en cada brazo sin moverlas?**

La pregunta tiene por objetivo verificar si los alumnos tienen una concepción correcta del trabajo, aspecto que se ha estudiado en 4º de la ESO. Deben asociar trabajo mecánico a la existencia de fuerza y desplazamiento, no solo fuerza.

2. **¿Qué entiendes por potencia?**

En la línea de buscar las definiciones más simples, pero conceptualmente más correctas, la potencia debe definirse como la rapidez con que se realiza un trabajo.

3. **Cuando un cuerpo se eleva en altura, suele afirmarse que aumenta su energía potencial. ¿Por qué? ¿Qué crees que significa el término potencial?**

El alumno debe asociar el término «potencial» con algo «almacenado», pero que solo se manifiesta cuando se realiza un trabajo. En este sentido, es habitual hablar del «potencial» de un deportista, en términos de algo que aún debe demostrar, pero que se le aventura. Pues bien, esa misma idea nos puede servir para que entiendan el concepto de energía potencial.

Actividades

1 **Un cuerpo se desplaza horizontalmente 50 m bajo la acción de una fuerza de 100 N. Determina el trabajo realizado por dicha fuerza si:**

a) Actúa en el sentido del movimiento.

b) Forma 60° con la horizontal.

c) Actúa perpendicularmente.

d) Forma 150° con la dirección del desplazamiento.

a) En este caso, al actuar la fuerza en la misma dirección en que se produce el desplazamiento, el trabajo realizado será:

$$W = F\Delta x \cos 0° = 100\ \text{N} \cdot 50\ \text{m} = 5\,000\ \text{J}$$

b) Como consecuencia de la definición general de trabajo:

$$W = F\Delta x \cos \theta$$

tendremos que:

$$W = F\Delta x \cos 60° = 100\ \text{N} \cdot 50\ \text{m} = 2\,500\ \text{J}$$

c) Dado que cos 90° = 0, la fuerza no realiza ningún trabajo, es decir:

$$W = 0$$

Ahora:

$$W = F\Delta x \cos 150° = 100\ \text{N} \cdot 50\ \text{m} \cdot (-0{,}866) = -4\,330\ \text{J}$$

En este caso, el trabajo es negativo, pues la componente de la fuerza ($F \cos \theta$) que realiza el trabajo actúa en oposición al desplazamiento.

2 **Suponiendo un átomo de hidrógeno según el modelo de Bohr, en el que el electrón describe órbitas circulares alrededor del núcleo.**

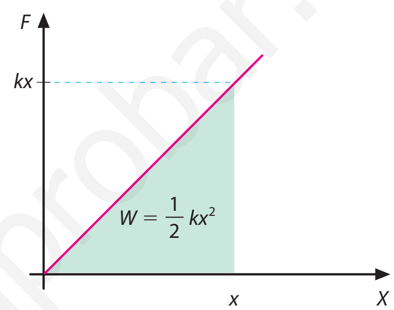
a) ¿Qué fuerza es la responsable del movimiento circular del electrón?

b) ¿Qué trabajo realiza dicha fuerza sobre el electrón?

La fuerza responsable del movimiento circular del electrón no es otra que la centrípeta. Ahora bien, esta fuerza es perpendicular al desplazamiento y, por lo tanto, no realiza ningún trabajo.

3 **Determina gráficamente una expresión para el trabajo realizado cuando estiramos un muelle de constante recuperadora k desde su posición de equilibrio ($x = 0$) hasta una posición x. Resuélvela para $k = 200$ N/m y $x = 5$ m.**

El área encerrada bajo la gráfica es la de un triángulo. Por tanto:



$$\text{Área} = 1/2\ \text{altura} \cdot \text{base} = 1/2\ Fx = 1/2\ kx \cdot x = 1/2\ k \cdot x^2$$

Es decir, el trabajo vale $1/2\ kx^2$.

Si $k = 200$ N/M y $x = 5$ m se obtiene:

$$W = 2\,500\ \text{J}$$

4 **Un cuerpo de 3 kg se desliza por un plano inclinado 45° con respecto a la horizontal desde una altura de 5 m. El coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano es de 0,32. Determina:**

a) El trabajo realizado sobre el cuerpo por cada una de las fuerzas que actúan, hasta que llega al final del plano.

b) El trabajo total realizado sobre el cuerpo en todo el trayecto.

a) El trabajo realizado por la componente p_t del peso es:

$$W_1 = mg \text{ sen } \alpha \cdot d \cos 0° = 147\ \text{J}$$

donde:

$$d = \frac{h}{\text{sen } 45°}$$

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento es:

$$W_{roz} = \mu mg \cos \alpha \cdot d \cos 180° = -47{,}04\ \text{J}$$

b) Por tanto, el trabajo total realizado sobre el cuerpo a lo largo de todo el trayecto es:

$$W = W_1 + W_{roz} = 99{,}96\ \text{J}$$

5 **Cierto automóvil que circula a 129 km/h está sometido a una fuerza de fricción con la carretera de 211 N y a una fricción con el aire de 830 N.**

¿Qué potencia debe desarrollar en dichas condiciones para mantener constante esa velocidad? Expresa el resultado en kilovatios y en caballos de vapor.

La fuerza que debe ejercer el motor ha de ser igual, en módulo, a la suma de las fuerzas de fricción. Es decir:

$$F = 1\,041 \text{ J}$$

Dado que la velocidad constante, expresada en m/s, es de 35,83 m/s, la potencia desarrollada por el motor para mantener constante dicha velocidad es:

$$P = Fv = 1041 \text{ N} \cdot 35{,}83 \text{ m/s} = 37\,300 \text{ W}$$

$$P = 37{,}3 \text{ kW}$$

Como 1 CV = 753 W, este valor equivale a:

$$P = 50{,}75 \text{ CV}$$

6 **¿Qué factores crees que es necesario «optimizar» para conseguir una mayor velocidad a una determinada potencia?**

Fundamentalmente se trata de buscar los factores que permitirían reducir el valor de la fuerza motriz necesaria para alcanzar dicha velocidad. Como hemos visto en el ejemplo anterior, esto pasa por tratar de reducir al máximo la fricción con el aire (evidentemente, no es aconsejable reducir la fricción con el suelo), así como la fricción interna de los mecanismos móviles del motor. Por ello, el diseño de líneas más aerodinámicas, la investigación de lubricantes y la optimización de motores son los aspectos más importantes en la industria automovilística.

7 **Se necesita realizar un trabajo de 10 MJ (megajulios). Compara los tiempos de ejecución que emplearían motores de 50 CV, de 80 CV y de 40 kW. ¿Cuál es el más recomendable?**

En primer lugar, pasemos las unidades de las potencias al SI:

Como 1 CV = 735 W, entonces:

50 CV = 36 750 W = 36,75 kW y 80 CV = 58 800 W = 58,8 kW

Por otro lado, como $t = \dfrac{W}{P}$

$$t_1 = \frac{10^7 \text{ J}}{36{,}75 \cdot 10^3 \text{ W}} = 272 \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{10^7 \text{ J}}{58{,}8 \cdot 10^3 \text{ W}} = 170 \text{ s}$$

$$t_3 = \frac{10^7 \text{ J}}{40 \cdot 10^3 \text{ W}} = 250 \text{ s}$$

Parece obvio que el menor tiempo lo lleva a cabo el segundo motor, cosa por otra parte lógica, teniendo en cuenta que una vez hemos unificado las unidades, es el de mayor potencia.

8 **En centros de investigación sobre láseres se han conseguido pulsos de láser de 10 femtosegundos (fs) y 100 milijulios (mJ). ¿Cuál es la potencia de ese pulso? Exprésala en teravatios (tW). Datos: 1 fs = 10^{-15} s; tW = 10^{12} W**

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow \frac{100 \cdot 10^{-3} \text{ J}}{10 \cdot 10^{-15} \text{ J}} = 10^{13} \text{ W} = 10 \text{ tW}$$

10 teravatios es del orden de la generada por todas las centrales eléctricas de la Tierra.

9 **Sobre un cuerpo de 5 kg de masa que se mueve con una velocidad de 2 m/s se realiza un trabajo de 50 J. ¿Cuál será su velocidad final?**

Aplicando el teorema de las fuerzas vivas:

$$\frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 = W$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot v_f^2 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2^2 + 50$$

Despejamos la velocidad

$$v_f = 4{,}89 \text{ m/s}$$

10 **La fuerza de fricción entre las ruedas de un coche de 1 300 kg y el suelo es de 220 N. Si el coche se mueve por una pista horizontal a 110 km/h y se deja en «punto muerto», ¿qué distancia recorrerá hasta que se detenga por completo? Resuelve el problema por métodos energéticos y dinámicos y comprueba la identidad de los resultados.**

La fricción realiza el trabajo necesario para detenerlo, por lo que:

$$W_{roz} = F_{roz} d \cos 180° = -F_{roz} d$$

Como:

$$W_{roz} = \Delta E_c$$

Entonces:

$$-F_{roz} d = 0 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

Por lo que:

$$d = \frac{mv_0^2}{2F_{roz}} = 2758{,}5 \text{ m}$$

Resolviendo el problema por métodos dinámicos, la aceleración de frenado originada por la fuerza de rozamiento es:

$$a = \frac{F_{roz}}{m} = 0{,}169 \text{ m/s}^2$$

De este modo:

$$v^2 = 0 = v_0^2 - 2ad$$

Por lo que:

$$d = \frac{v_0^2}{2\,a} = 2758{,}5 \text{ m}$$

11 **Deduce, haciendo uso del teorema de las fuerzas vivas, una expresión para la máxima altura que alcanza un objeto lanzado verticalmente con una velocidad inicial v_0.**

Se trata de resolver la conocida expresión de altura máxima, pero aplicando el teorema de las fuerzas vivas, es decir:

$$W = E_{c\,final} - E_{c\,inicial}$$

La única fuerza que actúa sobre el cuerpo durante el ascenso es su propio peso (mg), mientras que el desplazamiento hasta alcanzar la máxima altura es $h_{máx} - h_{suelo}$, que coincide con $h_{máx}$ si consideramos como cero la altura del suelo.

Por tanto, el trabajo realizado por la fuerza gravitacional durante el ascenso es:

$$W = mgh\ \cos 180° = -mgh_{máx}$$

Como en el punto de máxima altura la velocidad es cero, también lo es su energía cinética, por lo que:

$$-mgh_{máx} = 0 - 1/2\ mv_0^2$$

Despejando, obtenemos la conocida expresión:

$$h_{máx} = \frac{v_0^2}{2g}$$

12 **Sobre un cuerpo de 750 g que se mueve con una velocidad de 2,5 m/s actúa una fuerza de 15 N, en la misma dirección y sentido de la velocidad, durante 10 s. Determina:**

a) **El trabajo realizado por la fuerza.**

b) **La energía cinética final del cuerpo.**

c) **La velocidad final que alcanza (por medios energéticos y dinámicos).**

Debemos calcular en primer lugar el desplazamiento que efectúa dicho cuerpo durante los 10 s, para lo que necesitaremos determinar la aceleración del movimiento:

$$a = \frac{F}{m} = 20\ \text{m/s}^2$$

Por tanto:

$$= v_0 t + 1/2 at^2 = 1025\ \text{m}$$

a) El trabajo realizado por la fuerza es:

$$W = F\ \ s\ \cos 0° = 15\ \text{N} \cdot 1025\ \text{m} \cdot 1 = 15\,375\ \text{J}$$

b) Aplicando el teorema de las fuerzas vivas:

$$E_c\,(\text{final}) = W + E_c\,(\text{inicial}) = 15\,377{,}3\ \text{J}$$

c) La velocidad final a partir de su energía cinética será:

$$v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = 202{,}5\ \text{m/s}$$

d) Por métodos dinámicos:

$$v = v_0 + at = 202{,}5\ \text{m/s}$$

13 **Se deja caer un objeto de 2 kg desde 100 m de altura. Calcula:**

a) **Su energía potencial inicial.**

b) **Su energía potencial cuando se encuentre a 50 m del suelo.**

c) **Su velocidad y su energía cinética a 50 m de altura.**

d) **La suma de ambas energías a esa altura.**

e) **¿Qué conclusión obtienes?**

a) Su energía potencial inicial viene dada por:

$$E_{p\,0} = mgh_0 = 1960\ \text{J}$$

b) A 50 m del suelo, su energía potencial es:

$$E'_p = mgh' = 980\ \text{J}$$

c) Dado que el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria equivale al aumento de energía cinética (siendo cero la inicial al ser una caída libre), entonces:

$$F\Delta y = E_{cf}$$
$$-mg\ (h - h_0) = E_{cf}$$

Sustituyendo los valores, obtenemos $E_{cf} = 980$ J .

Por otra parte, si despejamos la velocidad de la igualdad anterior, el resultado será:

$$v = \sqrt{2g\ (h_0 - h)} = 31{,}3\ \text{m/s}$$

d) Como se comprueba, la suma de ambas energías a esa altura equivale a la energía inicial, lo cual quiere decir que el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria mantiene constante la energía mecánica.

14 **Siguiendo el procedimiento anterior, y teniendo en cuenta que para elevar con velocidad constante un cuerpo desde el suelo hasta una altura *h* es necesario ejercer una fuerza igual y opuesta a su peso, determina a qué equivale el trabajo que tú tendrías que realizar para elevar dicho cuerpo desde el suelo hasta la altura *h*.**

En este caso, para elevar un cuerpo con velocidad constante, debemos ejercer una fuerza vertical hacia arriba igual a $mg\ \vec{j}$, mientras que el desplazamiento es ahora $(h - h_{suelo})\vec{j}$, de modo que el trabajo resulta ser igual a:

$$W = mgh - mgh_{suelo} = \Delta E_p$$

Es decir, el trabajo que realizamos sobre un cuerpo para elevarlo, se traduce en un aumento de su energía potencial.

15 **Sobre un muelle vertical de constante $k = 200$ N/m se coloca una masa de 500 g. Posteriormente, esta masa se cambia por otra de 2 kg. Determina la energía potencial elástica que se almacena en el muelle en cada caso.**

En primer lugar, vamos a calcular cuánto se deforma el muelle en ambos casos:

$$x = \frac{F}{k} = \frac{mg}{k}$$

Para la masa de 0,5 kg:

$$x = \frac{0{,}5\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2}{200\ \text{N/m}} = 0{,}0245\ \text{m}$$

$$E_{p\ \text{elástica}} = \frac{1}{2}\ kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 200\ \text{N/m} \cdot (0{,}0245\ \text{m})^2 = 0{,}06\ \text{J}$$

Para la masa de 2 kg:

$$x = \frac{2\ \text{kg} \cdot 9{,}8\ \text{m/s}^2}{200\ \text{N/m}} = 0{,}098\ \text{m}$$

$$E_{p\ \text{elástica}} = \frac{1}{2}\ kx^2 = \frac{1}{2} \cdot 200\ \text{N/m} \cdot (0{,}098\ \text{m})^2 = 0{,}96\ \text{J}$$

16 **Un cuerpo de 0,5 kg de masa se deja caer desde una altura de 1 m sobre un pequeño resorte vertical sujeto al suelo y cuya constante elástica es $k = 2000$ N/m. Calcula la deformación máxima del resorte.**

Toda la energía potencial gravitatoria se transforma finalmente en energía potencial elástica almacenada en el muelle:

$$mgh = \frac{1}{2}kx^2$$

De donde se obtiene que $x = 0{,}07\ m = 7$ cm.

17 **Calcula el trabajo realizado por la fuerza gravitatoria en un lanzamiento vertical desde el suelo en:**

a) El tramo de ascenso desde el suelo hasta la altura *h*.

b) El tramo de descenso desde la altura *h* hasta el suelo.

c) ¿Cuánto vale el trabajo total en todo el trayecto de ida y vuelta? ¿Qué conclusión obtienes?

La fuerza que actúa en ascenso es $-mg\vec{j}$, mientras que el desplazamiento es $(h-0)\vec{j}$, de modo que el trabajo realizado por la fuerza gravitacional durante el descenso es:

$$W_{descenso} = -mg\ (0-h) = mgh$$

Por tanto, el trabajo total realizado por la fuerza gravitatoria en el trayecto de ida y vuelta es cero, lo que demuestra que se trata de una fuerza conservativa.

18 **Un péndulo, cuyo hilo mide 2 m, que sujeta una bola de masa *m*, es desplazado 60° con respecto a la vertical.**

Si en esa posición se suelta:

a) ¿Cuál será su velocidad al pasar por el punto más bajo?

b) ¿Qué energía cinética tendrá cuando el hilo forme un ángulo de 15° con la vertical?

a) La altura inicial del péndulo será:

$$h = l - l\ \cos 60° = 1 \text{ m}$$

Por conservación de la energía mecánica, tendremos:

$$\left(E_p + E_c\right)_{inicial} + \left(E_p = E_c\right)_{final}$$

Por lo que:

$$mgh = \frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow v_f = 4{,}4 \text{ m/s}$$

b) Cuando el hilo forme 15° con la vertical, aún conserva parte de la energía potencial, pues está a cierta altura, *h'*:

$$h' = l - l\ \cos 15° = 0{,}068 \text{ m}$$

Aplicando la conservación de la energía mecánica, tenemos:

$$mgh = mgh' + E_c \Rightarrow E_c = mg\ (h - h') = 9{,}13\ m \text{ J}$$

La velocidad es:

$$v = 4{,}27 \text{ m/s}$$

19 **Explica con detalle todas las transformaciones de energía que se producen en un salto con pértiga. En este caso, ¿debemos hablar de cuerpo o de sistema?**

Podemos decir, grosso modo, que la energía cinética conseguida por el saltador en la carrera se transforma en energía potencial elástica de la pértiga en su máximo estado de curvatura. Esta energía potencial elástica, cuando el saltador está en su máxima altura, se transforma en potencial gravitatoria que posteriormente se va convirtiendo en energía cinética durante el descenso. Por último, toda la energía mecánica se emplea en el trabajo de deformación de las colchonetas cuando el saltador aterriza.

En el análisis expuesto, no hemos considerado las pérdidas debidas a la fricción.

20 **Un cuerpo comienza a ascender por un plano inclinado 30° con una velocidad inicial de 4 m/s. Si el coeficiente de rozamiento con el plano es de 0,2, calcula hasta qué altura asciende.**

La variación en la energía mecánica del sistema es igual al trabajo realizado por la fuerza no conservativa de rozamiento. Como dicha fuerza se opone al desplazamiento, su trabajo será negativo e igual a:

$$W_{roz} = -\mu mg\ \cos 30° \cdot d$$

Como, a su vez, $d = \dfrac{h}{\text{sen } 30°}$, el trabajo realizado por el rozamiento puede expresarse como:

$$W_{roz} = \frac{-\mu mg\ \text{cosc } 30°}{\text{sen } 30°}$$

Por tanto:

$$W_{roz} = \Delta E_{mec}$$

De este modo:

$$\frac{-\mu mg\ \cos 30°}{\text{sen } 30°} = mgh - 1/2\ mv_0^2$$

Resolviendo, obtenemos $h = 0{,}6$ m.

21 **Un cuerpo es lanzado con una velocidad inicial v_0 desde la base de un plano inclinado 45°. Si el coeficiente de rozamiento es μ, demuestra que la altura hasta la que asciende viene dada por la expresión:**

$$h = \frac{v_0^2}{2g(1+\mu)}$$

Si despejamos la altura *h* en la igualdad que aparece en la actividad anterior, se obtiene:

$$h = \frac{v_0^2}{2g\ (1+\mu\ \cos\alpha/\text{sen }\alpha)}$$

La expresión, llevada al caso que nos plantea la actividad ($\alpha = 45°$), conduce a:

$$h = \frac{v_0^2}{2g\ (1+\mu)}$$

SOLUCIÓN DE LAS ACTIVIDADES
FÍSICA, TECNOLOGÍA Y SOCIEDAD (páginas 346)

Análisis

1 ¿Cuántos neutrinos atraviesan nuestro cuerpo cada segundo?

Unos $5 \cdot 10^{13}$ neutrinos cada segundo.

2 ¿Qué anomalías condujeron a Pauli a postular la existencia de los neutrinos?

En el mecanismo de desintegración beta parecían violarse los principios de conservación de la energía y del momento lineal.

3 ¿Quiénes fueron los primeros en detectar experimentalmente dichas partículas?

Clyde Cowan y Fred Reines en 1956.

Propuesta de investigación

4 Busca información e imágenes en Internet y haz una presentación acerca de alguno de los siguientes temas:

a) Experimento de Cowan y Reines.

b) Proyecto CNGS (*CERN Neutrinos to Gran Sasso*).

c) Proyecto Superkamiokande.

Los alumnos deben realizar este trabajo a partir de la documentación que encuentren en internet sobre los mencionados proyectos que deben elegir.

SOLUCIÓN DE LAS ACTIVIDADES
TÉCNICAS DE TRABAJO Y EXPERIMENTACIÓN (páginas 347)

Cuestiones

1 Detalla la secuencia de transformaciones de energía que han tenido lugar en el experimento.

La E_p elástica se transforma en E_c de la arandela que, progresivamente y a medida que se eleva, se convierte finalmente en E_p gravitatoria.

2 Determina los errores relativos de tus medidas y analiza las causas que motivan ese margen de error.

Los márgenes de error dependen de diversos factores. Por un lado, la persona o personas que manejan instrumentos y toman medidas cometen inevitablemente errores, que dependen en gran medida del cuidado y esmero que se ponga en su realización; por otro, todos los instrumentos de medida tienen, en mayor o menor grado, un margen de error. Debe tenerse también presente que no estamos teniendo en cuenta la fricción.

3 Trata de diseñar una práctica sobre conservación de energía con materiales caseros.

Es una práctica de diseño libre. Se trata de imaginar algo similar a la práctica expuesta.

SOLUCIÓN DE LAS ACTIVIDADES Y TAREAS FINALES (páginas 350/351)

Concepto de trabajo

1 **Si sobre un cuerpo actúa una fuerza de 10 N y dicho cuerpo se desplaza 10 m, entonces el trabajo realizado por esa fuerza vale 100 J. ¿Es esto cierto o consideras que falta información para resolver el problema?**

No es cierto. Faltaría saber la dirección en la que actúa la fuerza en relación con la dirección del desplazamiento.

2 **¿Cómo podemos calcular el trabajo en una gráfica fuerza-desplazamiento?**

Calculando el área encerrada bajo la gráfica.

3 **¿Qué trabajo mecánico se realiza al sostener un cuerpo de 10 kg durante 15 min?**

No se realiza trabajo alguno al sostener un cuerpo. Es necesario desplazarlo para que exista trabajo.

4 **¿Cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza centrípeta sobre un cuerpo en movimiento circular uniforme?**

Vale cero, pues la fuerza es perpendicular al desplazamiento, con lo que $W = Fs \cos 90° = 0$.

5 **Hemos de levantar un cuerpo hasta cierta altura y, para ello, disponemos de varios planos inclinados de diferente longitud (y, por tanto, inclinación). ¿Con cuál de ellos realizaremos la operación con menor esfuerzo? ¿Con cuál será menor el trabajo realizado?**

Si se quiere elevar un cuerpo por un plano inclinado, como mínimo debemos realizar una fuerza igual a mg sen α, por lo que el esfuerzo será menor cuanto menor sea el ángulo de inclinación.

Sin embargo, el trabajo que realicemos será igual en todos los casos, pues la altura a la que se eleva el cuerpo es la misma. Es decir, en un caso se realiza menos esfuerzo, pero se recorre más distancia, mientras que en otro se realiza más esfuerzo, pero se recorre menos distancia.

Concepto de potencia

6 **Un coche de 1 700 kg es capaz de pasar de 0 a 100 km/h en 11 s. ¿Qué potencia media necesita? Expresa el resultado en CV.**

El trabajo que realiza el motor es igual a la variación de la energía cinética del coche:

$$W = \frac{1}{2}mv^2 - 0 = 655\,864{,}2 \text{ J}$$

Por tanto, su potencia media resulta ser:

$$P = \frac{W}{t} = 59\,624 \text{ W} = 81{,}12 \text{ CV}$$

7 **Cierta compañía eléctrica factura a razón de 0,09 € el kW · h.**

a) **¿Cuánto costará mantener encendida una bombilla de 100 W durante 24 h?**

b) **¿En qué porcentaje reduciremos el coste si la sustituimos por una bombilla equivalente de 25 W de bajo consumo?**

Como el kW h es unidad de trabajo o energía, calcularemos cuál es la energía consumida por cada bombilla:

$$W_1 = P_1 t = 0{,}1 \text{ kW} \cdot 24 \text{ h} = 2{,}4 \text{ kW h}$$

Así pues, el coste sera de 0,216 €.

$$W_2 = P_2 t = 0{,}025 \text{ kW} \cdot 24 \text{ h} = 0{,}6 \text{ kW h}$$

Con lo que el coste sera de 0,054 €.

De este modo, reducimos el coste en un 75%.

8 **Un piano de 300 kg es elevado en un montacargas de masa 1 000 kg a una velocidad constante de 0,2 m/s. ¿Cuál es la potencia desarrollada por el motor del montacargas?**

La fuerza que ejerce el montacargas en la elevación a velocidad constante ha de ser igual al peso del piano más el del propio montacargas. Por tanto:

$$F = (m' + m)g = (300 \text{ kg} + 1\,000 \text{ kg})\ 9{,}8 \text{m/s}^2 = 12\,740 \text{ N}$$

Así pues, la potencia será:

$$P = Fv = 2548 \text{ W}$$

9 **Denominamos potencia metabólica a la rapidez con que nuestro cuerpo consume la energía química interna, bien sea desarrollando un trabajo o liberándose en forma de calor. Esta potencia metabólica varía en función de la actividad que estemos realizando. Algunos de sus valores aproximados son:**

- **Potencia metabólica al dormir = 75 W**
- **Potencia metabólica al andar = 230 W**
- **Potencia metabólica al pedalear = 500 W**
- **Potencia metabólica al correr = 1 000 W**

Suponiendo que el valor nutricional de los cereales es de 1 600 kJ por cada 100 g, ¿cuántos gramos de cereales debemos consumir si deseamos realizar cada una de las actividades citadas durante 4 h?

Calcularemos el consumo de energía propio de cada actividad a partir de la expresión:

$$W = \Delta E = Pt$$

- De este modo, tendremos que al dormir:

  gasto energético = 75 W · 14 400 s = 1 080 kJ

  Así pues, necesitaremos consumir una cantidad de cereales igual a:

$$\frac{1\,080 \text{ kJ} \cdot 100 \text{ g}}{1\,600 \text{ kJ}} = 67{,}5 \text{ g}$$

Operando de igual manera en los siguientes casos, se obtiene:

- Consumo de energía al andar 4 h = 3 312 kJ, que equivalen a 207 g de cereales.
- Consumo de energía en bicicleta 4 h = 7 200 kJ, que equivalen a 450 g de cereales.
- Consumo de energía al correr 4 h = 14 400 kJ, que equivalen a 900 g de cereales.

Relación trabajo-energía mecánica

10 **Cuando una fuerza realiza un trabajo sobre un cuerpo, la energía cinética de este siempre aumenta. ¿Es verdadero o falso?**

Falso. Si la fuerza actúa en sentido contrario al desplazamiento, la energía cinética disminuye.

11 **¿Puede un sistema de varias partículas tener una energía cinética igual a cero y un momento lineal distinto de cero? ¿Y puede tener un momento lineal igual a cero y una energía cinética distinta de cero? Justifica tu respuesta.**

No. Si el sistema tiene momento lineal, significa que hay movimiento. Como la energía cinética es una magnitud escalar, no puede ser cero si hay movimiento. Por el contrario, sí puede tener un momento lineal cero y energía cinética distinta de cero. Sería el caso de dos partículas moviéndose en sentidos opuestos con el mismo valor de momento lineal. La energía cinética del sistema sería la suma de las dos energías cinéticas.

12 **Dos cuerpos de distinta masa tienen el mismo momento lineal. ¿Poseen la misma energía cinética?**

No. El de menor masa tendrá mayor energía cinética, debido a que la energía cinética la podemos expresar como:

$$E_c = \frac{p^2}{2m}$$

Por lo que, a igualdad de *p,* tiene mayor energía cinética el de menor masa.

13 **Da tu opinión sobre la siguiente afirmación: «La energía mecánica de un sistema no puede aumentar»**

Es falsa. Cualquier trabajo que realice una fuerza que actúe en la dirección y sentido del desplazamiento provocará un aumento de la energía mecánica del sistema. Baste como ejemplo el lanzamiento de un cohete.

14 **¿Es posible ejercer una fuerza y, al mismo tiempo, no transferir energía?**

Sí, si la fuerza es perpendicular al desplazamiento, pues en ese caso el trabajo es cero y no se transfiere energía.

15 **Dos cuerpos de masas desiguales tienen la misma energía cinética y se mueven en idéntica dirección. Si se aplica la misma fuerza a ambos para frenarlos, ¿cómo serán, en comparación, las distancias que recorrerán hasta detenerse?**

La distancia que recorrerán será la misma, pues el trabajo que realiza la fuerza de frenado es $-Fd$ y equivale a la variación de energía cinética, por lo que:

$$-Fd = 0 - E_{c\,\text{inicial}} \Rightarrow d = \frac{E_c}{F}$$

Puesto que tanto la energía cinética como la fuerza valen lo mismo en ambos casos, la distancia que recorrerán hasta pararse será la misma.

16 **Un cuerpo de 1 kg se mueve con velocidad constante hacia arriba por una pendiente de 30° y 1 m de longitud, gracias a una fuerza aplicada paralelamente al plano. El coeficiente de rozamiento es 0,3. Responde:**

a) ¿Qué trabajo se realiza para aumentar la energía potencial gravitatoria?

b) ¿Qué trabajo se realiza contra la fuerza de rozamiento?

c) ¿Con qué energía cinética llegará el cuerpo al suelo si se deja deslizar desde la parte más alta del plano?

a) La altura a la que asciende finalmente es:

$$h = l\ \text{sen}\ 30° = 0{,}5\ \text{m}$$

El trabajo que se realiza para aumentar la energía potencial gravitatoria es:

$$W = mgh = 4{,}9\ \text{J}$$

b) El trabajo que se realiza contra la fuerza de rozamiento es:

$$W' = \mu mg\ \cos 30° \cdot d = 2{,}54\ \text{J}$$

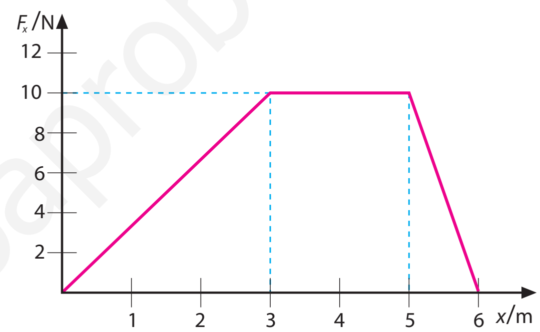
c) La variación de energía mecánica es igual al trabajo realizado por el rozamiento, por lo que:

$$mgh - E_{cf} = W_{roz}$$

De este modo:

$$E_{cf} = 2{,}36\ \text{J}$$

17 **Una partícula de 3 kg se mueve con una velocidad de 5 m/s cuando $x = 0$. Esta partícula se encuentra sometida a una única fuerza que varía con *x,* como se indica en la figura.**



a) ¿Cuál es su energía cinética en $x = 0$?

b) ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza cuando la partícula se desplaza desde $x = 0$ hasta $x = 6$ m?

c) ¿Cuál es la velocidad de la partícula en $x = 6$ m? ¿Y en $x = 3$ m?

Aplicaremos en la resolución de este problema el criterio de que el área encerrada entre la gráfica y el eje *X* equivale al trabajo realizado.

a) La energía cinética $x = 0$ en se obtiene a partir de los datos ofrecidos:

$$E_c\,(x = 0) = 37{,}5\ \text{J}$$

b) Resolviendo gráficamente, se obtiene:

$$W_{0\rightarrow 6} = W_{0\rightarrow 3} + W_{3\rightarrow 5} + W_{5\rightarrow 6} = 15 + 20 + 5 = 40\ \text{J}$$

c) La velocidad cuando $x = 6$ m la obtenemos a partir del valor de su energía cinética en dicho punto:

$$W_{0\rightarrow 6} = 40 = E_{c\,6} - E_{c\,0} \Rightarrow E_{c\,6} = 77{,}5\ \text{J}$$

De este modo:

$$V_6 = 7{,}18\ \text{m/s}$$

Por su parte, la velocidad en $x = 3$ m se obtiene a partir de su energía cinética en ese punto:

$$W_{0\rightarrow 3} = 15 = E_{c\,3} - E_{c\,0} \Rightarrow E_{c\,3} = 52{,}5\ \text{J}$$

Por consiguiente:

$$v_3 = 5{,}9\ \text{m/s}$$

18 **¿A qué altura debe elevarse un cuerpo para incrementar su energía potencial en una cantidad igual a la energía que tendría si se moviese a 40 km/h?**

Su energía potencial debería ser igual a la energía cinética que tendría a esa velocidad:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2$$

Por tanto:

$$h = \frac{v^2}{2g} = 6{,}3 \text{ m}$$

Hemos tenido en cuenta que 40 km/h equivalen a 11,1 m/s.

19 **Una fuerza constante de 15 N actúa durante 12 s sobre un cuerpo de 2,5 kg de masa. Este tiene una velocidad inicial de 1,5 m/s en la misma dirección y sentido de la fuerza. Calcula:**

a) **La energía cinética final.**

b) **La potencia desarrollada.**

a) Dicha fuerza, al actuar sobre el cuerpo de 2,5 kg, le comunica una aceleración $a = \frac{F}{m}$ de 6 m/s^2.

Por tanto, el desplazamiento efectuado en 12 s vale:

$$d = v_0 t + 1/2\, at^2 = 450 \text{ m}$$

Así pues, el trabajo realizado es:

$$W = Fd = 6750 \text{ J}$$

Como este trabajo equivale a la variación de energía cinética, obtenemos:

$$E_{cf} = 6\,750 \text{ J} + 1/2 \cdot 2{,}5 \text{ kg}\, (1{,}5 \text{m/s})^2 = 6\,752{,}8 \text{ J}$$

Energía y fuerzas conservativas

20 **Si la fuerza de la gravedad es conservativa, ¿por qué resulta más fácil subir hasta la cima de una montaña por un camino sinuoso que hacerlo en línea recta?**

Porque, en realidad, lo que nosotros percibimos es el esfuerzo más que el trabajo físico realizado. Ascendiendo por una pendiente suave realizamos menos esfuerzo, pues la componente del peso en la dirección de la pendiente es menor cuanto menor es el ángulo.

21 **Un plano inclinado tiene 15 m de largo, y su base, 10 m. Un cuerpo de 800 g de masa resbala desde arriba con una velocidad inicial de 1,5 m/s. ¿Qué valor tienen su energía cinética y su velocidad al final del plano?**

Como la longitud del plano es 15 m y su base mide 10 m, por el teorema de Pitágoras se deduce que su altura es 11,18 m. La energía mecánica se conserva a lo largo del recorrido, así:

$$E_{c0} + E_{p0} = E_{cf} - E_{pf}$$

$$1/2\, mv_0^2 + mgh = 1/2\, mv_f^2$$

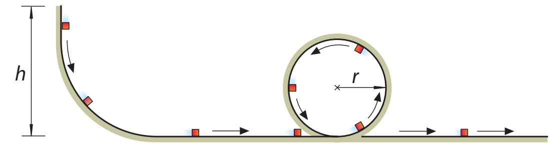
Con los datos del problema se obtiene:

$$E_{cf} = 88{,}55 \text{ J}$$

De este modo, despejando la velocidad final de la expresión de la energía cinética, se obtiene:

$$v_f = 14{,}8 \text{ m/s}$$

22 **¿Desde qué altura mínima, comparada con el radio, *r*, debemos dejar resbalar un cuerpo en la pista de la figura para que complete el rizo? (no hay fricción)**



La energía potencial inicial debe transformarse en potencial y cinética en el punto más alto del rizo, cuya altura con respecto al suelo es 2r. Por tanto:

$$mgh = 2\, mgr + 1/2\, mv^2$$

Ahora bien, la condición mínima para que el cuerpo complete el rizo es que (desde el punto de vista del cuerpo) el peso se iguale en valor a la fuerza centrífuga. Por tanto, en ese punto se cumplirá que:

$$mg = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v^2 = gr$$

Por tanto, la igualdad inicial quedaría:

$$mgh = 2\, mgr + 1/2\, mgr$$

En consecuencia:

$$h = 5/2\, r$$

23 **Demuestra que si un *skater* logra pasar por el punto más alto de un rizo de radio *r* con la mínima velocidad necesaria para no desplomarse, entonces su velocidad en el punto más bajo es $v = \sqrt{5\,gr}$.**

Por una parte, hemos de tener en cuenta que la altura del patinador en el punto más alto es 2r. Por otro lado, si en ese punto más alto no se cae, parece lógico pensar que la fuerza centrífuga es igual al peso, eso es:

$$\frac{mv_{sup}^2}{r} = mg \Rightarrow v_{sup}^2 = rg$$

Como la energía en el punto más alto y más bajo debe ser la misma, entonces:

$$mgh + 1/2\, mv_{sup}^2 = 1/2\, mv_{inf}^2$$

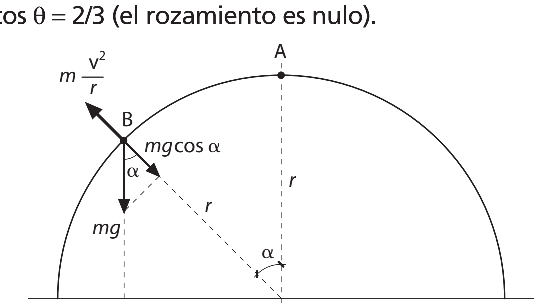
Puesto que $h = 2r$:

$$g\, 2r + 1/2\, rg = 1/2\, v_{inf}^2$$

Operando obtenemos sin dificultad la expresión buscada:

$$v_{inf} = \sqrt{5\, gr}$$

24 **Un cuerpo que estaba inicialmente en reposo en lo alto de una cúpula semiesférica de radio *r* empieza a deslizarse por ella. Demuestra que el cuerpo se despegará de la superficie cuando el ángulo θ sea tal que su coseno sea cos θ = 2/3 (el rozamiento es nulo).**



En el punto en que se despega de la superficie (B), se cumplirá que la F_c se iguala a la componente «radial» del peso:

$$mv^2/r = mg \cos \alpha$$

Por lo que:

$$mv^2 = mgr \cos \alpha$$

A su vez, por conservación de la energía, se cumple que:

$$E_m (A) = E_m (B)$$

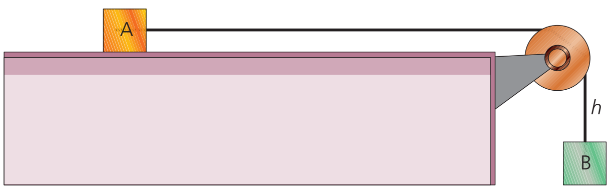
$$mgr = mgr \cos \alpha + 1/2\, mgr \cos \alpha$$

$$gr = 3/2\, gr \cos \alpha$$

De este modo, la condición de «despegue» se satisface cuando:

$$\cos \alpha = 2/3$$

25 **Desde el reposo, halla una expresión para la velocidad de los objetos A y B cuando B ha descendido una altura *h*. Resuelve el problema por procedimientos energéticos y por procedimientos dinámicos.**



Comprueba el resultado (se considera nulo el rozamiento y la masa de la cuerda y la polea).

Lógicamente, la velocidad de ambos cuerpos es la misma, pero no así sus energías cinéticas puesto que tienen masas distintas. Sabemos que, la suma de energías potencial y cinética de ambos cuerpos debe permanecer constante. Además, el cuerpo A no variará su energía potencial gravitatoria al desplazarse sobre una superficie horizontal. Antes de comenzar el movimiento, la única energía que consideraremos es la potencial del cuerpo B; una vez se haya desplazado una altura *h*, además los dos cuerpos estarán animados de sendas energías cinéticas.

$$m_B gh = 1/2\, m_A v^2 + 1/2\, m_B v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2 m_B gh}{m_A + m_B}}$$

El cuerpo A se desplaza animado por una única fuerza, que es la tensión, luego:

$$T = m_A a$$

El cuerpo B sufre, a favor del desplazamiento, su peso, y en contra, la tensión. Como es obvio, la tensión y la aceleración son las mismas para ambos cuerpos.

$$m_B g - T = m_B a$$

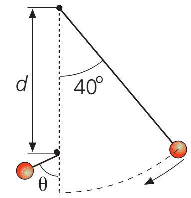
De sumar ambas ecuaciones obtenemos que:

$$a = \frac{m_B g}{m_A + m_B}$$

Finalmente, de la ecuación que relaciona las velocidades inicial (0), final (*v*) y el espacio recorrido (*h*), obtenemos también:

$$v = \sqrt{\frac{2 m_B gh}{m_A + m_B}}$$

26 **Un péndulo de 1 m de longitud se desplaza 40° respecto de la vertical y, desde ese punto, se suelta. Si en un punto de la vertical se interpone un clavo a cierta distancia, *d*, bajo el punto de sujeción, halla el ángulo de separación θ del hilo respecto de la vertical cuando llega al otro extremo, si:**



a) $d = 20$ cm

b) $d = 50$ cm

c) $d = 76{,}6$ cm

d) $d = 80$ cm

Como se recordará de los experimentos de Galileo sobre péndulos que se comentan en el Libro del alumno, el principio de conservación de la energía lleva a que la lenteja del péndulo, de la misma manera que en todos los casos llega abajo con la misma energía cinética que tenía en forma de potencial antes de caer, cuando vuelve a ascender lo hará hasta la misma altura de la que partió, precisamente por invertir esa energía cinética en potencial. Por lo tanto, una vez calculada esa altura (tomamos el punto más bajo como altura 0) mediante procedimientos trigonométricos, lo que queda es un ejercicio de resolución de triángulos con el que el alumnado de este nivel se encuentra perfectamente familiarizado.

$$h = 1 - 1 \cdot \cos 40° = 0{,}234 \text{ m}$$

Por lo tanto, puesto que *h* es constante:

a) $0{,}80 - 0{,}80 \cos \theta = 0{,}234 \Rightarrow \theta = 45°$

b) $0{,}5 - 0{,}5 \cos \theta = 0{,}234 \Rightarrow \theta = 57{,}8°$

c) $0{,}234 - 0{,}234 \cos \theta = 0{,}234 \Rightarrow \theta = 90°$

d) $0{,}20 - 0{,}20 \cos \theta = 0{,}234 \Rightarrow \theta = 99{,}8°$

27 **Un muelle de constante elástica $K = 100$ N/m y longitud en equilibrio igual a 10 cm es comprimido 6 cm en posición vertical, estando su base fijada al suelo. Una vez liberado, impulsa verticalmente una canica de 10 g de masa. Responde:**

a) **¿A qué velocidad sale impulsada la canica?**

b) **¿Hasta qué altura asciende la canica sobre el suelo?**

a) Al comprimir el muelle, éste adquiere energía potencial igual a $\frac{1}{2}Kx^2$ siendo $x = 0{,}06$ m la distancia que se comprime el muelle. Esta energía potencial es transferida a la canica en forma de energía cinética, de modo que, igualando ambas energías y despejando la velocidad inicial, se obtiene:

$$v_o = \sqrt{\frac{2\, E_p}{m}} = 6 \text{ m/s}$$

b) La altura máxima a la que asciende, teniendo en cuenta que parte de una altura inicial de 4 cm = 0,04 m (que puede despreciarse frente a la altura final) es:

$$y = y_o + \frac{v_o^2}{2g} = 1{,}87 \text{ m}$$

Energía y fuerzas disipativas

28 **Si un coche se mueve con velocidad *v* y el coeficiente de rozamiento estático entre las ruedas y el suelo es μ_e, deduce, a partir de consideraciones energéticas, una expresión para la distancia mínima a la que el vehículo puede detenerse. Aplícalo al caso en que $v = 30$ m/s y $\mu = 0{,}5$.**

El coche se detendrá cuando el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento estática entre ruedas y suelo anule la energía cinética que tenía inicialmente. Por tanto, $W_{roz} = \Delta E_c$.

Es decir:

$$-\mu mgd = 0 - 1/2\, mv_0^2$$

De donde se obtiene:

$$d = \frac{v_0^2}{2\mu g}$$

Como puede observarse, dicha distancia no depende de la masa del vehículo (cosa que suele sorprender a los alumnos y alumnas). De hecho, conviene informarles de que la forma de determinar la velocidad a la que iba un vehículo accidentado es midiendo la longitud de la huella dejada por las ruedas durante la frenada.

Sustituyendo los valores en la anterior expresión, se obtiene que la distancia de frenado es de 91,8 m.

29 **¿Es cierto que, a igual velocidad, un coche pesado recorre más distancia en la frenada que otro más ligero?**

Como puede comprobarse a partir de la expresión deducida en la cuestión anterior, la proposición es falsa. A igualdad de velocidad, la distancia de frenada es la misma.

30 **Demuestra que la altura a la que es capaz de ascender un cuerpo lanzado con velocidad v_0 desde la base de un plano inclinado α grados, y en el que μ es el coeficiente de rozamiento, viene dada por:**

$$h' = \frac{h}{1+\mu \operatorname{cotg} \alpha}$$

donde h es la altura a la que llega el cuerpo sin rozamiento.

Si no existe rozamiento, el cuerpo ascenderá hasta que toda la energía cinética se haya transformado íntegramente en energía potencial:

$$\frac{1}{2} mv_0^2 = mgh$$

Por lo que:

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

Si existe rozamiento, el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento será igual a la disminución de energía mecánica del sistema cuando haya llegado al punto de máximo ascenso. Entonces, el cuerpo habrá recorrido una distancia d a lo largo del plano, que se relaciona con la altura según:

$$d = \frac{h'}{\operatorname{sen} \alpha}$$

Por tanto:

$$\frac{-\mu mg \cos \alpha \cdot h'}{\operatorname{sen} \alpha} = mgh' - \frac{1}{2} mv_0^2$$

De donde obtenemos que:

$$h' = \frac{v_0^2}{2g\left(1+\mu \dfrac{\cos \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}\right)} = \frac{h}{1+\mu \operatorname{cotg} \alpha}$$

31 **Un bloque de 3 kg situado a 4 m de altura se deja resbalar, sin rozamiento, por una rampa curva y lisa. Cuando llega al suelo, recorre 10 m sobre una superficie horizontal rugosa, hasta que se para. Calcula:**

a) **La velocidad con que llega el bloque a la superficie horizontal.**

b) **El trabajo que realiza la fuerza de rozamiento.**

c) **El coeficiente de rozamiento con la superficie horizontal.**

a) La energía potencial inicial se transforma íntegramente en cinética al llegar a la base del plano:

$$mgh = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v = 8{,}85 \text{ m/s}$$

b) El trabajo realizado por el rozamiento a lo largo de los 10 m equivale a la pérdida de toda la energía mecánica que tenía, por lo que:

$$W_{roz} = -117{,}6 \text{ J}$$

c) Como $W_{roz} = 0 - \frac{1}{2} mv^2$, se obtiene:

$$-\mu mgd = -\frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow \mu = \frac{v^2}{2gd} = 0{,}4$$

32 **¿Cuánto se comprimirá un muelle de constante de fuerza k = 500 N/m si lo situamos a 4 m del final de la rampa del ejercicio anterior? (El rozamiento actúa durante la compresión.)**

Debemos calcular en primer lugar cuál es la energía cinética del cuerpo después de recorrer 4 m, cuando entra en contacto con el muelle. Dado que el W_{roz} equivale a la variación de la energía cinética a lo largo de los 4 m, tendremos:

$$E_{cf} - E_{c0} = W_{roz}$$

Por lo que:

$$E_{cf} = -0{,}4 \cdot 3 \text{ kg} \cdot 9{,}8 \text{ m/s}^2 \cdot 4 \text{ m} + 117{,}6 \text{ J} = 70{,}56 \text{ J}$$

Al entrar en contacto con el muelle, parte de la energía cinética se transforma en potencial elástica y otra parte se disipa en trabajo de rozamiento, por lo que:

$$\Delta E = W'_{roz}$$

Es decir:

$$1/2\, kx^2 - E_{cf} = -\mu mgx$$

A partir de los valores ofrecidos o calculados en el problema, obtenemos una ecuación de segundo grado en x de la forma:

$$250x^2 + 11{,}76x - 70{,}56 = 0$$

cuya solución es:

$$x = 0{,}5 \text{ m} = 50 \text{ cm}$$

SOLUCIONES DE LA EVALUACIÓN FINAL (página 353)

1. ¿Cuál es el trabajo mecánico que se realiza al sostener un cuerpo de 20 kg de masa a 1,5 m de altura sobre el suelo?

No se realiza trabajo alguno, pues no hay desplazamiento.

2. Una fuerza constante de 20 N actúa sobre un cuerpo de 5 kg formando un ángulo de 60° con la dirección del desplazamiento. Si el cuerpo está en reposo y no hay fricción, ¿cuánto vale el trabajo realizado por dicha fuerza al cabo de 10 s? ¿Qué valor tiene la potencia desarrollada en W y CV?

La componente de fuerza que realiza el trabajo es:

$$F \cdot \cos 60 = 10 \text{ N}$$

Dado que no hay fricción, la aceleración que adquiere el bloque de 5 kg es de 2 m/s². Por tanto, en 10 s recorrerá, con esa aceleración, una distancia de igual a 100 m. Por tanto, el trabajo realizado en ese tiempo es:

$$W = F \cos 60 \cdot d = 1\,000 \text{ J}$$

Y por tanto, la potencia desarrollada en ese tiempo será de 100 W, equivalentes a 0,136 CV

3. Teniendo en cuenta los datos del problema anterior, ¿qué energía cinética habrá adquirido el cuerpo a los 20 s? ¿Cuál será su velocidad en ese instante? Compara el resultado con el obtenido por métodos cinemáticos.

Considerando los datos del problema anterior referidos a 20 s, el espacio recorrido será de 400 m y, en consecuencia, el trabajo realizado sería de 4 000 J. Este trabajo revierte en el consiguiente aumento de energía cinética, pues el bloque parte del reposo. Despejando la velocidad de la expresión de la energía cinética, se obtiene un valor de $v = 40$ m/s.

Por procedimientos cinemáticos, teniendo en cuenta que parte del reposo, la velocidad se obtendría a partir de la expresión:

$$v = \sqrt{2as}$$

obteniéndose, obviamente, el mismo resultado.

4. Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Si sobre un cuerpo en movimiento actúa una fuerza, siempre se realiza un trabajo.

b) El trabajo realizado por cualquier fuerza equivale a la variación negativa de la energía potencial.

c) El trabajo realizado por cualquier fuerza equivale a la variación de la energía cinética.

a) La propuesta es falsa. Solo se realiza trabajo si la fuerza actúa total o parcialmente en la dirección del desplazamiento.

b) También es falsa. Esa proposición es verdadera solo si las fuerzas son conservativas.

c) Esta afirmación es verdadera.

5. Deduce a cuántos julios equivalen 35 kW h (kilovatios hora).

1 kW · h equivale a $3,6 \cdot 10^6$ J, por lo que 35 kW · h son $1,26 \cdot 10^8$ J

6. Razona la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Si solo actúan fuerzas conservativas, la energía cinética de un cuerpo no cambia.

b) El trabajo realizado por una fuerza conservativa reduce la energía potencial asociada a dicha fuerza.

c) El trabajo realizado por fuerzas no conservativas equivale a la variación de la energía total del sistema.

a) Es falsa. La energía cinética varía siempre que cualquier fuerza realice un trabajo.

b) Esta proposición es cierta.

c) Es incorrecta. La energía total del sistema no varía. El trabajo realizado por las fuerzas no conservativas equivale a la variación de la energía mecánica del sistema.

7. Contra un muelle de $k = 400$ N/m lanzamos un cuerpo de 1 kg sobre una superficie horizontal, sin fricción y con una velocidad de 3 m/s. ¿Qué longitud se comprimirá el muelle?

Toda la energía cinética del cuerpo, que, con los datos del problema, vale 4,5 J, se transforma en energía potencial elástica del muelle comprimido.

Igualando ambas formas de energía y despejando x, se obtiene que:

$$x = \sqrt{\frac{2\,E_c}{k}} = 0{,}15 \text{ m} = 15 \text{ cm}$$

8. Un cuerpo de 4 kg resbala por un plano que tiene una inclinación de 60° y 5 m de longitud. Si al final del plano su energía mecánica ha disminuido en 10 J, ¿cuánto vale el coeficiente de rozamiento?

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento equivale a la disminución de la energía mecánica, de modo que:

$$\mu\ mg \cos 60 \cdot d = 10 \text{ J}$$

Despejando el valor de μ con los datos ofrecidos, se obtiene que éste vale 0,10.

9. Un muñequito oscila verticalmente unido a un resorte de constante elástica $k = 20$ N/m. Si la distancia que recorre entre el punto más alto y el más bajo es de 15 cm, ¿cuánto vale el trabajo realizado por la fuerza elástica en una oscilación completa hasta el mismo punto inicial?

Dado que la fuerza elástica es conservativa, el trabajo realizado en una oscilación completa es nulo.

10. **Un muelle de constante elástica $k = 120$ N/m, sobre una superficie horizontal, es comprimido 8 cm de su posición de equilibrio. Una vez liberado, impulsa un cuerpo de 300 g de masa. Si el coeficiente de fricción con la superficie es de 0,5, determina la velocidad con la que sale impulsado el cuerpo y la distancia que recorrerá hasta detenerse.**

El trabajo realizado por la fuerza de rozamiento durante la descompresión del muelle equivale a la pérdida de energía mecánica del sistema muelle-cuerpo, de modo que:

$$\mu\, mg\, x = \frac{1}{2}\, k\, x^2 - \frac{1}{2}\, m\, v^2$$

Despejando v de la igualdad anterior y con los datos del problema, se obtiene que:

$$v = 1{,}33 \text{ m/s}$$

La distancia que recorrerá hasta detenerse (momento en que toda la energía cinética se ha disipado en forma de trabajo de rozamiento), viene dada por la expresión:

$$s = \frac{v^2}{2\mu g} = 0{,}18 \text{ m} = 18 \text{ cm}$$

RÚBRICA DE ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE

Estándar de aprendizaje evaluable	Herramientas de evaluación (actividades del LA)	Excelente 3	Satisfactorio 2	En proceso 1	No logrado 0	Puntos
1.1 Calcula el trabajo realizado por fuerzas que actúan o no en la dirección del desplazamiento.	A: 1-4 ER: 1, 2 AT: 1-5	Realiza de manera adecuada los cálculos, identificando todos los elementos importantes y sus relaciones.	Realiza los cálculos de manera algo incompleta, aunque válida, identificando bastantes de los elementos importantes y sus relaciones.	Realiza los cálculos con errores, identificando pocos de los elementos importantes y sus relaciones.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
1.2 Determina el trabajo a partir de una gráfica fuerza - desplazamiento.	AT: 17	Determina de manera adecuada el trabajo, identificando todos los elementos importantes y sus relaciones.	Determina el trabajo de manera algo incompleta, aunque válida, identificando bastantes de los elementos importantes y sus relaciones.	Determina el trabajo con errores, identificando pocos de los elementos importantes y sus relaciones.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
2.1 Resuelve problemas relativos a la potencia y expresar esta en sus distintas unidades reconocidas.	A: 5-8 ER: 3 AT: 6-9	Resuelve de manera adecuada los conceptos, identificando todos los elementos importantes y sus relaciones.	Resuelve los conceptos de manera algo incompleta, aunque válida, identificando bastantes de los elementos importantes y sus relaciones.	Resuelve los conceptos con errores, identificando pocos de los elementos importantes y sus relaciones.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
3.1 Relaciona el trabajo que realiza una fuerza sobre un cuerpo con la variación de su energía mecánica en alguna de sus formas.	A: 9-16 ER: 2,5 AT: 10-19	Relaciona de manera adecuada el trabajo que realiza una fuerza sobre un cuerpo con la variación de su energía mecánica en alguna de sus formas.	Relaciona el trabajo que realiza una fuerza sobre un cuerpo con la variación de su energía mecánica en alguna de sus formas de manera algo incompleta, aunque válida	Relaciona el trabajo que realiza una fuerza sobre un cuerpo con la variación de su energía mecánica en alguna de sus formas con errores.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
4.1 Estima la energía almacenada en un resorte en función de la elongación, conocida su constante elástica.	A: 15, 16 ER: 5 AT: 27	Estima la energía de manera adecuada, identificando todos los elementos importantes y sus relaciones.	Estima la energía de manera algo incompleta, aunque válida, identificando bastantes de los elementos importantes y sus relaciones.	Relaciona el trabajo que realiza una fuerza sobre un cuerpo con la variación de su energía mecánica en alguna de sus formas con errores.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
6.1 Clasifica en conservativas y no conservativas, las fuerzas que intervienen en un supuesto teórico justificando las transformaciones energéticas que se producen y su relación con el trabajo.	A: 19 AT:28-32	Clasifica de manera adecuada los conceptos, identificando todos los elementos importantes y sus relaciones.	Clasifica los conceptos de manera algo incompleta, aunque válida, identificando bastantes de los elementos importantes y sus relaciones.	Clasifica los conceptos con errores, identificando pocos de los elementos importantes y sus relaciones.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	
7.1 Aplica el principio de conservación de la energía para resolver problemas mecánicos, determinando valores de magnitudes cinemáticas.	A: 17-21 ER: 4, 5, 6 AT: 20-32	Aplica de manera adecuada los conceptos, identificando todos los elementos importantes y sus relaciones.	Aplica los conceptos de manera algo incompleta, aunque válida, identificando bastantes de los elementos importantes y sus relaciones.	Aplica los conceptos con errores, identificando pocos de los elementos importantes y sus relaciones.	Responde de manera totalmente errónea o no responde.	

A: actividades; ER: estrategias de resolución; AT: actividades y tareas.

PRUEBA DE EVALUACIÓN A

1. **Sobre cierto cuerpo actúa una fuerza neta que no realiza trabajo. Teniendo esto en cuenta, razona adecuadamente la veracidad o falsedad de cada uno de los siguientes postulados:**

   a) El cuerpo se moverá con movimiento rectilíneo uniforme.

   b) El cuerpo no podrá moverse en línea recta.

   c) Su energía cinética aumentará al actuar dicha fuerza.

   d) Su energía mecánica se mantendrá constante.

   La fuerza no realiza trabajo porque actúa perpendicularmente al desplazamiento en todo momento. En consecuencia, solo puede ser centrípeta y constante.

   Así pues:

   a) Falso. Un cuerpo sometido a fuerza centrípeta no puede tener movimiento rectilíneo uniforme.

   b) Cierto, por lo expuesto anteriormente. Su movimiento será circular uniforme.

   c) Falso; puesto que la fuerza no realiza trabajo, no tiene componente tangencial que pueda producir aceleración. Por tanto, su energía cinética permanece constante.

   d) Cierto. La ausencia de trabajo garantiza la conservación de su energía mecánica.

2. **Se dice que un cuerpo tiene energía cinética o potencial con relación a un sistema de referencia en particular. Dada la relación entre trabajo y energía, ¿podemos entonces afirmar igualmente que los cuerpos «tienen» trabajo? Razona tu respuesta.**

   En absoluto. Los cuerpos no «tienen» ni «almacenan» trabajo. El trabajo no es una forma de energía más, sino que es un método para transferirla (de un cuerpo a otro) o variarla (en un mismo cuerpo de un punto a otro). Por tanto, solo tiene sentido hablar de «realización» de un trabajo como resultado de una interacción entre dos o más cuerpos.

3. **Un camión tiene el doble de masa que otro más ligero; sin embargo, ambos tienen la misma cantidad de movimiento. Contesta y demuestra tus respuestas.**

   a) Si deseamos que ambos se detengan, ¿el trabajo requerido será igual o distinto?

   b) En caso de que les aplicáramos la misma fuerza de frenado, ¿recorrerían igual o diferente distancia hasta pararse? Demuestra tu respuesta.

   a) El trabajo requerido para frenarlos equivaldrá a la variación de energía cinética. Puesto que la E_c final es cero, la medida del trabajo vendrá dada por la E_c inicial. Como $E_c = p^2/2m$, y los dos camiones tienen el mismo valor de p, el de doble masa tendrá la mitad de energía cinética inicial, por lo que se precisa realizar la mitad de trabajo para frenar el camión más pesado.

   b) Si la fuerza que actúa es la misma, el camión de doble masa recorrerá la mitad de distancia que el de menos masa, ya que el trabajo que ha de realizarse es la mitad.

4. **El juego de los péndulos de la figura es un magnífico ejemplo de conservación del momento lineal. Podemos comprobar que si levantamos dos bolas y las soltamos, después del impacto saltan otras dos por el lado contrario, lo que demuestra la conservación del momento lineal. Sin embargo, también se conservaría si saliera una sola con el doble de velocidad. Entonces, ¿por qué eso no sucede nunca?**

   No puede suceder nunca porque se violaría otro principio fundamental: el de conservación de la energía. Si solo saliera una bola con el doble de velocidad, la energía cinética sería el doble que la que tenían las dos bolas iniciales en el momento del choque. La explicación es sencilla: si v es la velocidad de las dos al impactar, la energía cinética inicial es $1/2\ (2m)v^2 = mv^2$, donde m es la masa de cada bola. Si solo saliera una bola con el doble de velocidad, su E_c sería $1/2\ m\ (2v)^2 = 2mv^2$. Es decir, se habría duplicado la E_c.

5. **Un péndulo está constituido por una cuerda de 3 m de longitud, de cuyo extremo pende una masa de 10 kg. Si apartamos el péndulo hasta formar un ángulo de 40° con la vertical y lo soltamos, determina:**

   a) La velocidad que llevará cuando se encuentre a 20° de la vertical.

   b) Su velocidad al pasar por el punto más bajo.

   a) La energía mecánica se conserva en todo el movimiento del péndulo. Por tanto:

$$mgh_0 = mgh_1 + 1/2\ mv_1^2$$

   donde:

   h_0 es la altura inicial e igual a $L(1 - \cos 40) = 0{,}70$ m

   $h_1 = L\ (1 - \cos 20) = 0{,}18$ m

   Despejando v_1, obtenemos:

$$v = \sqrt{2g(h_0 - h_1)} = 3{,}19\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

   b) Al pasar por el punto más bajo, la velocidad será:

$$v = \sqrt{2gh_0} = 3{,}7\ \text{m/s}$$

6. **El caso del problema anterior hubiésemos empujado el péndulo comunicándole una velocidad inicial de 2 m/s, ¿qué ángulo máximo se habría apartado de la vertical al llegar al extremo opuesto? ¿Qué consideraciones referidas a la fuerza gravitatoria has tenido en cuenta para resolver este ejercicio y el anterior?**

Aplicando el principio de conservación de la energía mecánica entre los dos extremos:

$$mgh_0 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh' \Rightarrow h' = h_0 + \frac{v_0^2}{2g} = 0{,}90 \text{ m}$$

Como $h' = L\,(1 - \cos\theta)$, entonces:

$$\theta = \arccos\left(1 - \frac{h'}{L}\right) = 45{,}6$$

Para resolver este problema y el anterior, hemos tenido en cuenta el carácter conservativo de la fuerza gravitatoria, bajo cuya exclusiva acción la energía mecánica del sistema permanece constante. Es decir, suponemos que hay ausencia de fricción.

7. **Situados en una superficie horizontal, a una distancia de 5 m de la base de un plano inclinado que forma 20 o con la horizontal, lanzamos un carrito con una velocidad de 10 m/s. Si el coeficiente de rozamiento con el suelo y el plano inclinado es 0,36, calcula hasta qué altura ascenderá por el plano referido.**

Al final de la ascensión, el carrito solo tendrá energía potencial, determinada por la altura a la que se eleve. Puesto que el trabajo realizado por la fuerza de rozamiento a lo largo de todo el trayecto equivale a la variación (en este caso, disminución) de la energía mecánica, tenemos:

$$mgh - \frac{1}{2}mv_0^2 = -mg\left(d + \cos 20\,\frac{h}{\text{sen } 20}\right)$$

En esta expresión, $\frac{h}{\text{sen } 20}$ es la distancia recorrida en el plano inclinado.

Si resolvemos h en la igualdad anterior, se obtiene:

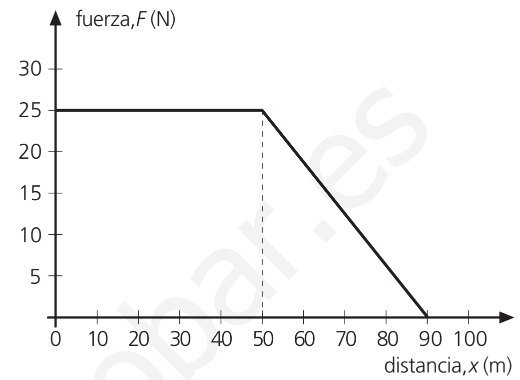
$$h = \frac{v_0^2 - 2gd}{2g\,(1 + \text{cotg } 20)} = 1{,}66 \text{ m}$$

8. **En la gráfica se representa la evolución de la fuerza que ha actuado sobre un cuerpo de 100 kg de masa que se movía inicialmente a la velocidad de 1 m/s. A partir de ella, calcula:**

a) **El trabajo realizado por dicha fuerza durante el trayecto.**

b) **La energía cinética final del cuerpo si su movimiento ha tenido lugar por una superficie horizontal.**

c) **La velocidad final que habrá adquirido.**



a) El trabajo realizado puede determinarse calculando el área encerrada bajo la gráfica, que resulta ser:

$$W = 25 \cdot 50 + \frac{1}{2} \cdot 25 \cdot 40 = 1750 \text{ J}$$

b) La energía cinética final será:

$$E_{cf} = E_{c\,0} + W = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 1^2 + 1750 = 1800 \text{ J}$$

c) Su velocidad final es:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_{cf}}{m}} = 6 \text{ m/s}$$

PRUEBA DE EVALUACIÓN B

1 El trabajo que realizamos cuando sostenemos un cuerpo de 20 kg a 1,5 m de altura sobre el suelo es:

a) 183 J

b) **0 J**

c) 294 J

2. Una fuerza constante de 20 N actúa sobre un cuerpo de 5 kg formando 60° con la dirección del desplazamiento. Si el cuerpo estaba en reposo y no hay fricción, el trabajo realizado por dicha fuerza al cabo de 10 s es:

a) **1 000 J**

b) 250 J

c) 345,6 J

3. Con los datos de la pregunta anterior, la velocidad del cuerpo al cabo de los 10 s será:

a) 15 m/s

b) 40 m/s

c) **20 m/s**

4. Teniendo en cuenta la relación entre fuerza, trabajo y energía:

a) Si sobre un cuerpo en movimiento actúa una fuerza, entonces siempre se realiza un trabajo.

b) El trabajo realizado por cualquier fuerza equivale a la variación negativa de la energía potencial.

c) **El trabajo realizado por cualquier fuerza equivale a la variación de la energía cinética.**

5. Un kilovatio por hora equivale a:

a) 735 000 J

b) **$3,6 \cdot 10^6$ J**

c) 3 600 J

6. Teniendo en cuenta la relación entre fuerza conservativa y energía:

a) Si solo actúan fuerzas conservativas, la energía cinética de una partícula no cambia.

b) **El trabajo realizado por una fuerza conservativa reduce la energía potencial asociada a dicha fuerza.**

c) El trabajo realizado por fuerzas no conservativas equivale a la variación de la energía total del sistema.

7. Contra un muelle de constante de fuerza $k = 400$ N/m, lanzamos un cuerpo de 1 kg sobre una superficie horizontal con una velocidad de 3 m/s. La compresión del muelle será de:

a) **15 cm**

b) 25 cm

c) 40 cm

8. Un cuerpo de 4 kg resbala por un plano que tiene una inclinación de 60° y 5 m de longitud. Si al final del plano su energía mecánica ha disminuido en 10 J, el valor del coeficiente de rozamiento es:

a) 0,25

b) 0,04

c) **0,10**

9. El trabajo realizado por la fuerza elástica en una oscilación completa de un muelle desde la posición inicial A hasta B y de nuevo a A, siendo x la distancia entre A y B y k la constante del muelle, vale:

a) $2\,kx^2$

b) $4\,kx^2$

c) **cero**

10. ¿Cuál de las siguientes relaciones entre unidades equivale a 1 N?

a) J s^{-1}

b) kg m s^{-1}

c) J m^{-1} s^{-2}

d) **W s m^{-1}**

e) W m s^{-1}