

CONTROL FUNCIONES

1.- Representa gráficamente la función: $f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x < -3 \\ x^2 - 4 & \text{si } -3 < x < 2 \\ 4 - 2x & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

¿Cuál es su dominio? (1,5 puntos)

2.- A partir de la gráfica de la función $y = \sqrt{x}$ dibuja razonadamente las gráficas de las funciones: (2 puntos)

a) $y = -\sqrt{x}$ b) $y = 1 - \sqrt{x}$ c) $y = \sqrt{x+3}$ d) $y = \sqrt{x} - 2$

3.- Representa gráficamente (sin hacer tabla de valores) la función $f(x) = |-x^2 + 3x - 2|$ (1,5 puntos)

4.- Halla los dominios de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^3 - x^2 - 4}$

b) $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ (1,5 puntos)

5.- Dadas las funciones $f(x) = x^2 - x$ y $g(x) = \frac{2}{x-2}$, halla las funciones:

a) $f \circ g$

b) $g \circ f$

c) g^{-1} (2 puntos)

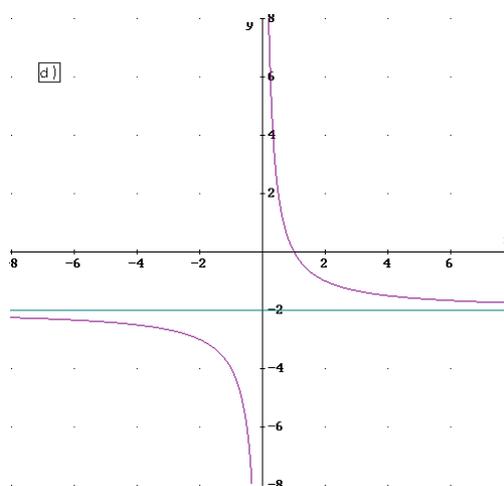
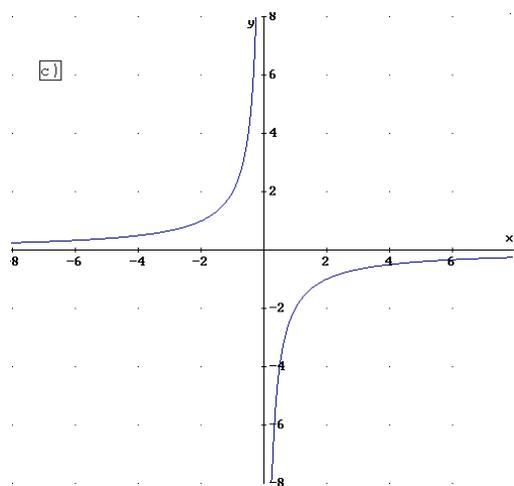
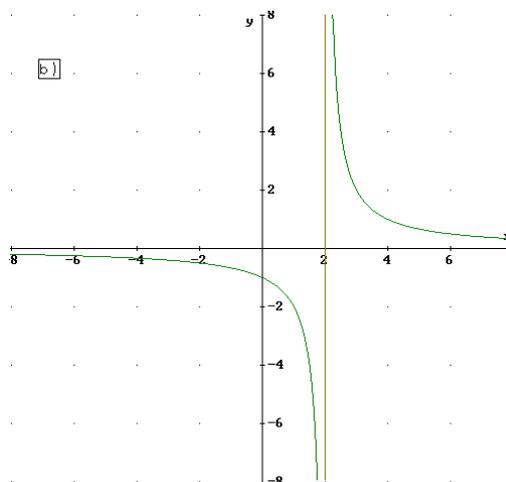
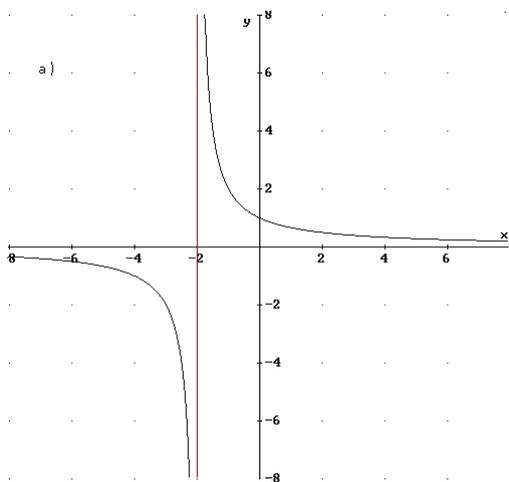
6.- Asocia a cada una de las gráficas una de las siguientes expresiones analíticas y escribe el dominio de cada una de ellas: (1,5 puntos)

1) $y = \frac{2}{x} - 2$

2) $y = -\frac{2}{x}$

3) $y = \frac{2}{x+2}$

4) $y = \frac{2}{x-2}$



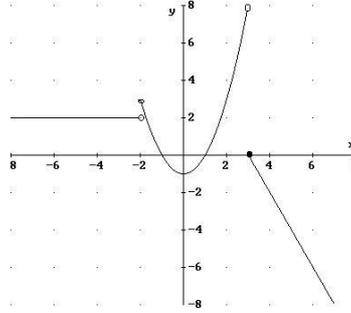
SOLUCIONES

$$1.- f(x) = \begin{cases} -2 & \text{si } x < -3 \\ x^2 - 4 & \text{si } -3 < x < 2 \\ 4 - 2x & \text{si } x \geq 2 \end{cases} \quad \text{recta horizontal } y = -2$$

$y = x^2 - 4$ parábola, vértice (0,-4) corta al eje OX en: $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

$y = 4 - 2x$ recta

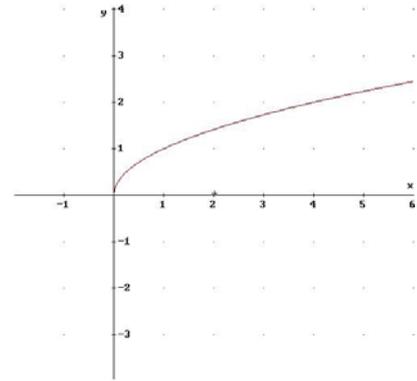
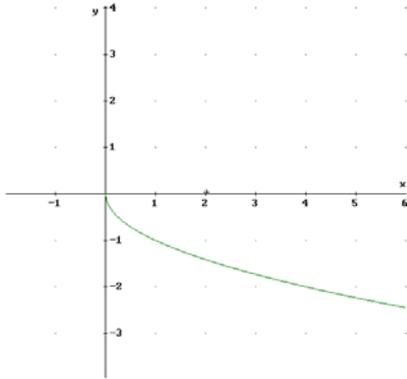
x	y
0	4
2	0



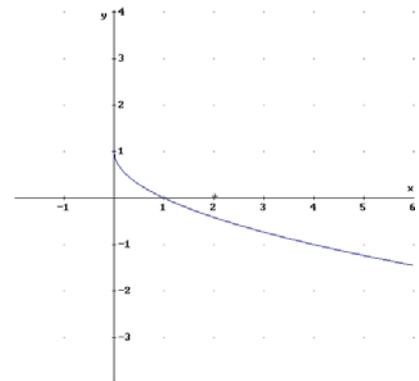
2.- La gráfica de la función $y = \sqrt{x}$ es:

a) $y = -\sqrt{x}$ será la simétrica respecto del eje OX:

a)



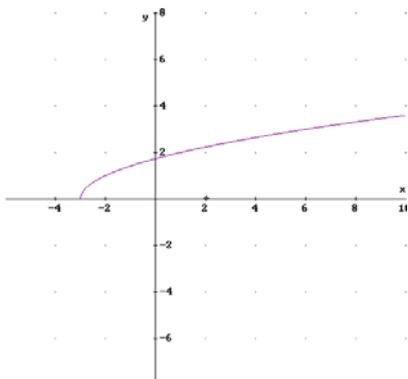
b) $y = 1 - \sqrt{x}$ será la trasladada de la a) 1 unidad hacia arriba ($y = -\sqrt{x} + 1$)



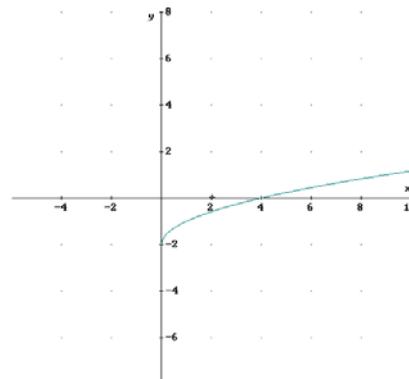
c) $y = \sqrt{x+3}$ será la primera gráfica trasladada 3 unidades hacia la izquierda

d) $y = \sqrt{x} - 2$ será la primera gráfica trasladada 2 unidades hacia abajo

c)



d)



3.- $f(x) = |-x^2 + 3x - 2|$ representamos primero la parábola $y = -x^2 + 3x - 2$

1) mira hacia abajo

2) vértice $x = -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2} = 1,5$; $y = -1,5^2 + 3 \cdot 1,5 - 2 = 0,25$ V(1,5, 0,25)

3) Corte ejes: eje OY (0,-2)

$$\text{Eje OX: } -x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-8}}{-2} = \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases}$$

Una vez dibujada la parábola $y = -x^2 + 3x - 2$, al hacer el valor absoluto, toda la parte de su gráfica que está por debajo del eje OX "pasa" simétricamente a estar encima del eje OX (positiva), con lo que la gráfica pedida es:

4.- a) $f(x) = \frac{2x^2 + 1}{x^3 - x^2 - 4}$ función racional, resolvemos la ecuación: $x^3 - x^2 - 4 = 0$

$$2 \left| \begin{array}{cccc} 1 & -1 & 0 & -4 \\ & 2 & 2 & 4 \\ & 1 & 1 & 2 & 0 \end{array} \right. \quad x^2 + x + 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1-8}}{2} = \text{no tiene solución} \rightarrow x = 2$$

$$\text{Dom}(f) = \mathbb{R} - \{2\}$$

b) $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x}$ Para hallar el dominio, resolvemos la inecuación $x^2 - 2x \geq 0$

$$x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x(x-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

	$(-\infty, 0)$	$(0, 2)$	$(2, +\infty)$
x	-	+	+
x-2	-	-	+
x(x-2)	+	-	+

$$\text{Dom}(g) = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$$

5.- $f(x) = x^2 - x$ y $g(x) = \frac{2x}{x-2}$

$$\text{a) } (f \circ g)(x) = f[g(x)] = f\left(\frac{2}{x-2}\right) = \left(\frac{2}{x-2}\right)^2 - \frac{2}{x-2} = \frac{4}{(x-2)^2} - \frac{2}{x-2} = \frac{-2x+8}{x^2-4x+4}$$

$$\text{b) } (g \circ f)(x) = g[f(x)] = g(x^2 - x) = \frac{2}{x^2 - x - 2}$$

$$\text{c) } y = \frac{2}{x-2} \Rightarrow x = \frac{2}{y-2} \Rightarrow x(y-2) = 2 \Rightarrow xy - 2x = 2 \Rightarrow xy = 2 + 2x \Rightarrow y = \frac{2+2x}{x}$$

$$g^{-1}(x) = \frac{2+2x}{x}$$

6.- La gráfica a) corresponde a la función 3) y su dominio es $\mathbb{R} - \{-2\}$

La gráfica b) corresponde a la función 4) y su dominio es $\mathbb{R} - \{2\}$

La gráfica c) corresponde a la función 2) y su dominio es $\mathbb{R} - \{0\}$

La gráfica d) corresponde a la función 1) y su dominio es $\mathbb{R} - \{0\}$