

Funciones exponenciales, logarítmicas y trigonométricas

Las funciones exponencial y logarítmica

1. Calcula, aplicando la definición de logaritmo, el valor de:

a) $\log_9 81$ b) $\log_2 \sqrt{128}$ c) $\log_4 \frac{1}{16}$ d) $\log_5 \sqrt[4]{125}$

[sol] a) 2. b) 7/2. c) -2 d) 3/4

2. Sabiendo que $\log 2 = 0,3010$, halla (sin calculadora) el valor de:

a) $\log 20$ b) $\log 200$ c) $\log 0,0002$ d) $\log 3200$

[sol] a) 1,3010. b) 2,3010; c) -3,699; d) 3,505

3. Sabiendo que $\log 3 = 0,4771$, halla (sin calculadora) el valor de:

a) $\log 0,3$ b) $\log 30000$ c) $\log(1/9)$ d) $(\log 9)^2 +$

[sol] a) -0,5229 b) 4,4771 c) -0,9542 d) 0,9105

4. A partir de los valores de logaritmo de 2 y de 3, halla:

a) $\log 6$ b) $\log 75$ c) $\log(0,36)$ d) $\log 4500$

[sol] a) 0,7781; b) 1,8751; c) -0,4438; d) 3,6532

5. Utilizando la fórmula del cambio de base, halla:

a) $\log_2 100$ b) $\log_5 500$ c) $\log_8 320000$ d) $\log_3 0,3$

[sol] a) 6,6439; b) 3,8614; c) 6,0959; d) -1,0959 (todos redondeados)

6. Con ayuda de la calculadora, representa gráficamente las funciones:

a) $f(x) = 1,1^x$ b) $y = (0,8)^x$

7. Halla el dominio de definición de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 10^{x-2}$ b) $f(x) = 10^{1/(x-2)}$ c) $f(x) = 10^{\sqrt{x-2}}$
d) $y = \log(x+3)$ e) $y = \log(x^2 + 3)$ f) $y = \frac{1}{\log(x+3)}$

[sol] a) \mathbf{R} ; b) $\mathbf{R} - \{2\}$; c) $[2, \infty)$; d) $(-3, \infty)$; e) \mathbf{R} ; f) $(-3, \infty) - \{-2\}$

Ecuaciones exponenciales y logarítmicas

8. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $x = 15,2^{1,1}$ b) $x = 1,001^{100}$ c) $0,5 = 5^{2x}$ d) $3 = x^{2,5}$
e) $x^{3,5} = 3,5$ f) $5^{2x} = 625$ g) $3 \cdot x^3 = 375$ h) $5^{3x+2} = 15625$

[sol] a) 19,954; b) 1,105; c) -0,215; d) $\sqrt[2,5]{3} = 1,552$; e) 1,4302.; f) 2; g) 5; h) 4/3.

9. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $4^{1-3x} = 2^{x-2}$ b) $3^x - 3^{-x} = \frac{80}{9}$ c) $3^x - 3^{x-1} + 3^{x-2} = 21$
d) $9^x - 8 \cdot 3^{x+1} - 81 = 0$ e) $4^x - 50 \cdot 2^x = 9984$ f) $25^x - 100 \cdot 5^x = 3125$

[sol] a) 4/7; b) -2 y 2. c) 3; d) 3; e) 7; f) 0,192645 y 3

10. Resuelve:

a) $e^{2x-2} = 1$ b) $e^{-10x} = 4$ c) $xe^{x-3} = 0$
d) $xe^x - x = 0$ e) $(x^2 - 2x + 1)e^x = 0$ f) $1 + 2e^x = 2$

[sol] a) 1; b) -0,138629; c) 0; d) 0; e) 1; f) -0,6931.

11. Halla el valor de x en las siguientes ecuaciones:

a) $\log_6 x = 3$ b) $\log_5 x = 2,5$ c) $\log_7 3x = -0,2$ d) $\log x = -4$
e) $\ln x = 3,2$ f) $\log_2 \left(\frac{1}{32} \right) = x$ g) $\log_7 8 = x$ h) $\log_{16} 4 = x$

[sol] a) 216; b) 55,9; c) 0,226; d) 0,0001; e) 24,53; f) -5; g) 1,0686; h) 1/2

12. Resuelve:

a) $\log_6 140 = x$ b) $\log_x 100 = -2$ c) $\log_2 8x = 7$ d) $4\log_2(2x+1) = 16$

[sol] a) 2,7580; b) 1/10; c) 16; d) 15/2.

13. Resuelve las ecuaciones:

a) $3 + \log(x + 1000) = 7$ b) $\log(x + 6) - 2 \cdot \log(x - 3) = 1$
c) $\log(2x + 2) - \log(x - 3) = 1$ d) $\log(3^{2x-2} + 7) = 2\log(3^{x-1} + 1)$

[sol] a) 9000; b) 4; c) 4; d) 2.

Aplicaciones de exponenciales y logaritmos

14. ¿Durante cuánto tiempo debes mantener 10000 euros en un banco, a una tasa del 6,1 % anual, si quieres duplicar tu capital?:

a) A interés compuesto anual. b) Si los intereses se abonan mensualmente.

[sol] 11,7 años; b) 11,4 años.

15. Supongamos que un automóvil deprecia su valor en un 15 % anual.

a) Si nuevo costó 24000 €, ¿cuánto valdrá a los 6 años?

b) ¿Cuántos años deben pasar para que su valor sea inferior a 5000 euros?

[sol] a) 9.051,59 €. b) 8,53 años

16. Admitamos que el sueldo de los funcionarios experimenta una subida anual del 3,5 %, desde el año 2000. Si un funcionario ganaba 1600 euros mensuales a comienzos del año 2000, ¿cuánto tardará en ganar el doble? [sol] 20,15 años.

17. Una población de conejos aumenta anualmente en un 50 %. Si en el momento inicial hay 100 conejos:

a) ¿Cuántos habrá dentro de 8 años?

b) ¿Cuánto tiempo debe transcurrir para que su número sea de 30000?

[sol] a) 2.562. b) 14,07 años

18. [PAU] Hace cuatro años que se repobló una zona con 100 ejemplares de una nueva especie de pinos. Actualmente hay 25.000 ejemplares. Se estima que el número N de pinos viene dado en función del tiempo, t , por la función $N = Ae^{Bt}$, donde A y B son dos constantes. El tiempo t se considera expresado en años desde el momento de la repoblación. ¿Cuánto tiempo se ha de esperar para que haya 200.000 ejemplares? [sol] 5,5 años.

Funciones trigonométricas y aplicaciones

19. Halla el periodo de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 4\operatorname{sen}x$; b) $f(x) = 4x + \operatorname{sen}x$ c) $f(x) = 4 - \operatorname{sen}x$

¿En qué puntos cortan esas funciones al eje OX?

[sol] a) 2π , $x = k\pi$; b) No es periódica; $x = 0$; c) 2π .

20. Halla el periodo de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 4 + 2\cos x$ b) $f(x) = \cos \frac{x}{2}$ c) $f(x) = \cos 2x$

¿En qué puntos cortan esas funciones al eje OX?

[sol] a) 2π ; b) 4π ; $x = \pi + 2k\pi$; c) π ; $x = \pi/4 + k\pi/4$.

21. Halla el periodo de las siguientes funciones:

a) $f(x) = 1 - \operatorname{tag}x$ b) $f(x) = \operatorname{tag} 2x$ c) $f(x) = \operatorname{tag} \pi x$

¿En qué puntos cortan esas funciones al eje OX?

[sol] a) π ; $x = \pi/4 + k\pi$; b) $\pi/2$; c) 1; $x = k$.

22. A partir de la gráfica de $y = \operatorname{sen} x$, dibuja la gráfica de:

a) $f(x) = 2\operatorname{sen} x$ b) $f(x) = 2 - \operatorname{sen} x$ c) $f(x) = \operatorname{sen}(x - 2)$

23. A partir de la gráfica de $y = \operatorname{cos} x$, dibuja la gráfica de:

a) $f(x) = -2\operatorname{cos} x$ b) $f(x) = 1 + \operatorname{cos} 2x$ c) $f(x) = \operatorname{cos}(x - \pi)$