MÚLTIPLOS DE UN NÚMERO

Un número es múltiplo de otro si se obtiene multiplicando este número por otro número natural.

Ejemplo: 12 es múltiplo de 3 porque 3 x 4 = 12.

Un número natural es múltiplo de otro si la división entre ellos es una **división exacta (**resto cero).

Ejemplo: 12 es múltiplo de 3 porque la división 12 : 3 = 4.

Para indicar abreviadamente que un número es múltiplo de otro lo escribimos así: **M(a)=** {…………….}

Ejemplo: M(3) = { 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42…}

- El CERO es el múltiplo común de todos los números naturales.

DIVISORES DE UN NÚMERO.

Un número es divisor de otro si, al dividir el segundo por el primero, el resto de la división es cero.

Ejemplo: 5 es divisor de 25 porque 25: 5 = 5 R = 0 división EXACTA

2 no es divisor de 15 porque la división 15 : 2 no es exacta.

Para indicar abreviadamente que un número es divisor de otro lo escribimos así: D(a) = { ………….}

Ejemplo: 5 = D (25), se lee 5 es divisor de 25.

- El UNO es el divisor común de todos los números naturales.

OBTENCIÓN DE LOS DIVISORES DE UN NÚMERO

Para obtener los divisores de un número se divide éste entre 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7… hasta llegar a una división que **sea exacta** en la que el **valor del cociente y del divisor coincida**, de esta forma conseguiremos todos los divisores de un número sin tener que hacer todas las divisiones.

Ejemplos:
Los divisores de 12 son: D(12) = { **1**, 2, 3, 4, 6, **12** }

12 : **1** = **12** (D. exacta)
12 : **2** = **6** (D. exacta)
12 : **3** = 4 (D. exacta)
12 : **4** = 3 (D. exacta) Coinciden el divisor y el cociente (paramos).

Si te das cuenta cuando dividimos 12 entre 3 y 12 entre 4 los cocientes coinciden con los divisores y de esta forma no sería necesario seguir dividiendo entre más números.

Los divisores de 35 son: D(35) = { **1**, 5, 7,**35** }

35 : 1 = 35 (D. exacta)
35 : ~~2 = (D. entera)~~
35 : ~~3~~ = ~~(D. entera)~~
35 : 4 = ~~(D. entera)~~
35 : 5 = 7 (D. exacta)
35 : ~~6~~ = ~~(D. entera)~~ Coinciden el divisor y el cociente (paramos)
35 : 7 = 5 (D. exacta)

Si te das cuenta cuando dividimos 35 entre 5 y 35 entre 7 los cocientes coinciden con los divisores y de esta forma no sería necesario seguir dividiendo entre más números.

NÚMEROS PRIMOS

Un número natural distinto de 1 es un **número primo** si **sólo tiene dos divisores, él mismo y la unidad.**

Ejemplos: 3 es un número primo porque sus únicos divisores son 1 y 3.

7 es un número primo porque sus únicos divisores son 1 y 7.

NÚMEROS COMPUESTOS

Un número natural es un **número compuesto** si tiene **otros divisores además de él mismo y la unidad (tiene tres o más).**

Ejemplos: 4 es un número compuesto porque sus divisores son 1, 2 y 4.
12 es un número compuesto porque sus divisores son 1, 2, 3, 4, 6 y 12.

Ejercicio práctico

Construye la tabla de los números primos menores que 100.

Para ello, sigue estos pasos:

1º A partir del 2, tacha los múltiplos de 2.

2º A partir del 3, tacha los múltiplos de 3.

3º A partir del 5, tacha los múltiplos de 5.

4º A partir del 7, tacha los múltiplos de 7.

5º A partir del 11, tacha los múltiplos de 11.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- ¿Qué observas al aplicar el paso 5º?

- ¿Cuántos números primos hay menores que 100?

- ¿Cuáles son esos números primos?

CÓMO AVERIGUAR SI UN NÚMERO ES PRIMO

Para averiguar si un número es primo o compuesto, se divide por la serie de números primos 2, 3, 5, 7, 11,... hasta llegar a una división cuyo cociente sea igual o menor que el divisor. Si todas las divisiones tienen el resto distinto de cero, el número propuesto es un número primo.

Ejemplo: Vamos a comprobar si el número 101 es un número primo.

- 101 no es divisible por 2.
- 101 no es divisible por 3.
- 101 no es divisible por 5.

Ahora probamos por 7.

- 1 0 1 ⌊ 7 — 101 no es divisible por 7.
3 1   1 4 — Como 14 > 7, hay que seguir probando.
3

- 1 0 1 ⌊ 11 — 101 no es divisible por 11.
0 2   9 — Como 9 < 11, el número 101 es un número primo.

CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

a)Divisibilidad por 2.

Un número es divisible por 2 si termina en 0 o en cifra par (2, 4, 6 y 8).

Ejemplo: 48 es divisible por 2 porque termina en 8 (cifra par)
50 es divisible por 2 porque termina en 0.

b)Divisibilidad por 5.

Un número es divisible por 5 si termina en 0 o en 5.

Ejemplo: 95 es divisible por 5 porque termina en 5.
70 es divisible por 5 porque termina en 0.

c)Divisibilidad por 3.

Un número es divisible por 3 cuando **la suma de sus cifras** es múltiplo de 3.

Ejemplos: 42 es divisible por 3 porque la suma de sus cifras (4 + 2 = 6) es un múltiplo de 3.

***UN NÚMERO PUEDE SER DIVISIBLE POR VARIOS NÚMEROS A LA VEZ.**

Ejemplo: 60. Es divisible a la vez por 2, 3 y 5.

DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN PRODUCTO DE FACTORES PRIMOS

Para descomponer un número, por ejemplo 36, en producto factores primos se siguen estos pasos:

1º Se escribe el número a la izquierda de una raya vertical y a su derecha el menor número primo **(2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ...)** por el cual dicho número sea divisible. El cociente obtenido se coloca debajo del número propuesto (36).

2º Se procede como en el paso anterior con el cociente obtenido (18), y así sucesivamente hasta llegar a un cociente igual a 1.

El número es igual al producto de los factores primos obtenidos.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad 36 = 2^2 \times 3^2$$

MÁXIMO COMÚN DIVISOR (m.c.d.)

El máximo común divisor **(m.c.d)** de dos o más números **es el mayor de los divisores comunes.**

Para hallar el máximo común divisor de dos o más números, por ejemplo, m.c.d.(12 y 18), se siguen estos pasos:

1º Se descompone cada número en producto de factores primos.

2º Se escogen las **bases comunes** a todos los números, elevadas **al menor** exponente.

3º El producto de estas bases **comunes elevadas al menor exponente** es el máximo común divisor de los números dados.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 12 = 2^2 \times 3 \\ 18 = 2 \times 3^2 \end{array}$$

m.c.d.(12, 18) = $2 \times 3 = 6$

***Cuando no hay factores o bases comunes el m.c.d. es el UNO.**

MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO (m.c.m.)

El mínimo común múltiplo **(m.c.m.)** de dos o más números **es el menor múltiplo común distinto de cero.**

Para hallar el mínimo común múltiplo de dos o más números, por ejemplo, m.c.m.(30 y 45), se siguen estos pasos:

1º Se descompone cada número en producto de factores primos.

2º Se escogen las **bases comunes y no comunes elevadas al mayor** exponente.

3º El producto de estas **bases comunes y no comunes elevados al mayor exponente** es el mínimo común múltiplo de los números dados.

$$\begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$30 = 2 \times 3 \times 5$

$45 = 3^2 \times 5$

m.c.m.(30, 45) = $2 \times 3^2 \times 5 = 90$

EJERCICIOS DE REPASO

1º Escribe cuatro múltiplos de 7 mayores que 63.

2º Rodea los múltiplos de 5 que **no** son de 2:

25, 2, 10, 20, 45, 12, 8, 9, 345, 65.

3º De los números que aparecen a continuación;

50 – 44 – 25 – 30 – 18 – 24 – 36 – 12

Indica los que son múltiplos de:

a) De 3
b) De 2
c) De 5
d) De 6

4º El número 54 786 ¿es múltiplo de 45? Razona la respuesta

5º Rodea los números que son divisores de 24. ¿Qué tienen en común?

3 – 10 – 4 – 6 – 1 – 5 – 9 – 48 – 24

6º El número 25 es divisor de 725 y 854. ¿Razona la respuesta?

7º Halla todos los divisores de:

D(24)=

D(30)=

D(36)=

8º Clasifica los siguientes números es primos y compuestos:

2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 – 16 – 17 – 18

Primos=

Compuestos=

9º Escribe todos los números primos que hay entre el 20 y 50.

10º El número 47 es primo. Sin hacer operación alguna escribe sus divisores.

11º Rodea los números que son divisibles por 3.

159 – 245 – 60 – 9 – 4 251 – 755 – 201 – 203

12º De los siguientes números, sin hacer la división, indica cuales son divisibles por 2, 3 y 5. Recuerda que un número puede ser divisible a la vez por varios.

514: 2 350:

125: 730:

180: 275:

13º Escribe la cifra que falta en cada apartado para que se cumpla:

a) 3.45 ☐ sea divisible por 5

b) 2.87 ☐ sea divisible por 2

c) 8.6 ☐ 5 sea divisible por 3

d) 6.11 ☐ sea divisible por 2 y 3 a la vez

14º Descompón los siguientes números en producto de factores primos:

12 36 48 21

162 150 250 124

15º Calcula el máximo común divisor (m.c.d) de las siguientes parejas de números:

m.c.d. (45 y 72)

m.c.d. (150 y 300)

m.c.d. (180 y 240)

m.c.d. (125 y 250)

m.c.d. (225 y 105)

m.c.d. (12, 48 y 81)

16º Calcula el mínimo común múltiplo (m.c.m) de las siguientes parejas de números:

m.c.m. (50 y 60)

m.c.m. (125 y 75)

m.c.m. (125 y 180)

m.c.m. (216 y 102)

m.c.m. (10, 20 y 30)

m.c.m. (15, 25 y 45)

m.c.m (130, 230 y 430)