1º.- a) Comprobar que los vectores $\vec{a}$, $\vec{b}$, y $\vec{c}$ son linealmente independientes

$$\vec{a} = [3i - 2j + 2k] + [2i + j - k]$$
$$\vec{b} = [3i - 2j + 2k] - [2i + j - k]$$
$$\vec{c} = [3i - 2j + 2k] \times [2i + j - k]$$

**Solución:**

$$\vec{a} = [5, -1, 1] \quad , \vec{b} = [1, -3, 3] \text{ y } \vec{c} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 3 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = [0, 7, 7]$$

$\begin{vmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 3 \\ 0 & 7 & 7 \end{vmatrix} = 98 \neq 0$ , luego los vectores son linealmente independientes; por lo que pueden formar una base en $V^3$.

b) Calcular las coordenadas del vector $6i + 3j + 11k$ en el sistema de coordenadas formado por los vectores $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$

**Solución:**

Si $[x, y, z]$ son las coordenadas del vector $[6, 3, 11]$ en la base $\{\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}\}$, podemos escribir:

$$[6, 3, 11] = x[5, -1, 1] + y[1, -3, 3] + z[0, 7, 7]$$

o lo que es lo mismo:

$$\left.\begin{array}{l} 5x + y = 6 \\ -x - 3y + 7z = 3 \\ x + 3y + 7z = 11 \end{array}\right\} \text{ que resolviendo obtenemos } \left\{\begin{array}{l} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{array}\right. \text{ que son las coordenadas}$$

buscadas

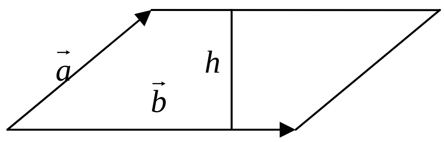
2º.- a) Calcular el área del paralelogramo limitado por los vectores $\vec{a} = 4i + 3j$ y $\vec{b} = 3i + 4j$

**Solución:**

El área del paralelogramo limitado por dos vectores es el módulo del producto vectorial de los mismos, luego:

$$\left| \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{vmatrix} \right| = |7k| = 7 \text{ unidades de área}$$

b) Calcula la altura sobre el vector $\vec{b}$ del paralelogramo anterior:




Dado que el área del paralelogramo es $base \times altura$, tenemos:

$$S = |\vec{b}| \cdot h \Rightarrow h = \frac{S}{|\vec{b}|} = \frac{7}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{7}{5} \text{ unidades de longitud}$$