Examen de Matemáticas 2ºBachillerato(CS)

Mayo 2016

Problema 1 *(2 puntos)*Sean A y B sucesos de un experimento aleatorio tales que $P(A\cap B) = 0,3$; $P(A\cap \overline{B}) = 0,2$; $P(B) = 0,7$. Calcúlense:

a) $P(A\cup B)$:

b) $P(B|\overline{A})$.

Nota: $\overline{S}$ denota al suceso complementario del suceso S.

Solución:

a)

$$\left\{\begin{array}{l} P(A\cup B) = P(A) + P(B) - P(A\cap B)\\ P(A\cap \overline{B}) = P(A) - P(A\cap B)\end{array}\right. \Longrightarrow$$

$$P(A\cup B) = P(A\cap \overline{B}) + P(B) = 0,2 + 0,7 = 0,9$$

b) $P(A) = P(A\cap \overline{B}) + P(A\cap B) = 0,2 + 0,3 = 0,5$

$$P(B|\overline{A}) = \frac{P(B\cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \frac{P(B) - P(A\cap B)}{1 - P(A)} = \frac{0,7 - 0,3}{1 - 0,5} = 0,8$$

Problema 2 *(2 puntos)* El tiempo diario que los adultos de una determinada ciudad dedican a actividades deportivas, expresado en minutos, se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 20$ minutos.

a) Para una muestra aleatoria simple de 250 habitantes de esa ciudad se ha obtenido un tiempo medio de dedicación a actividades deportivas de 90 minutos diarios. Calcúlese un intervalo de confianza al 95 % para μ.

b) ¿Qué tamaño mínimo debe de tener una muestra aleatoria simple para que el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral sea menor que 1 minuto con el mismo nivel de confianza del 90 %?

Solución:

a) $z_{\alpha/2} = 1,96$, $\overline{X} \approx N\left(\mu; \frac{20}{\sqrt{250}}\right) = N(\mu; 1,265)$:

$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,96\frac{20}{\sqrt{250}} = 2,07$$

$$IC = (\overline{X} - E, \overline{X} + E) = (87,93; 92,07)$$

b) $z_{\alpha/2} = 1,645$

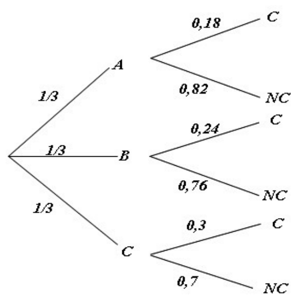
$$E = z_{\alpha/2}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Longrightarrow 1 = 1,645\frac{20}{\sqrt{n}} \Longrightarrow n \simeq 1082,41 \Longrightarrow n = 1083$$

Problema 3 *(2 puntos)* En un polígono industrial se almacenan 30000 latas de refresco procedentes de las fabricas A, B y C a partes iguales. Se sabe que en 2016 caducan 1800 latas de la fábrica A, 2400 procedentes de la B y 3000 que proceden de la fábrica C.

a) Calcúlese la probabilidad de que una lata elegida al azar caduque en 2016.

b) Se ha elegido una lata de refresco aleatoriamente y caduca en 2016, ¿cuál es la probabilidad de que proceda de la fábrica A?

Solución:



a)

$$P(C) = P(C|A)P(A)+P(C|B)P(B)+P(C|C)P(C) = \frac{1}{3}\cdot 0,18+\frac{1}{3}\cdot 0,24+\frac{1}{3}\cdot 0,3 = 0,24$$

b)

$$P(A|C) = \frac{P(C|A)P(A)}{P(C)} = \frac{\frac{1}{3}\cdot 0,18}{0,24} = 0,25$$

Problema 4 *(2 puntos)* El precio (en euros) del metro cuadrado de las viviendas de un determinado municipio se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media μ desconocida y desviación típica $\sigma = 650$ euros.

a) Se toma una muestra aleatoria simple y se obtiene un intervalo de confianza (2265,375; 2424,625) para μ, con un nivel de confianza del 95 %. Calcúlese la media muestral y el tamaño de la muestra elegida.

b) Tomamos una muestra aleatoria simple de tamaño 225. Calcúlese el error máximo cometido en la estimación de μ por la media muestral con un nivel de confianza del 99 %.

Solución:

$$N(\mu; 650)$$

a) $\sigma = 650$ y $z_{\alpha/2} = 1{,}96$

$$\left\{\begin{array}{l} \overline{X} - E = 2265,375 \\ \overline{X} + E = 2424,625 \end{array}\right. \Longrightarrow \left\{\begin{array}{c} \overline{X} = 2345 \\ E = 79,625 = 1,96\frac{650}{\sqrt{n}} \Longrightarrow n = 256 \end{array}\right.$$

b) Tenemos $z_{\alpha/2} = 2,575$:

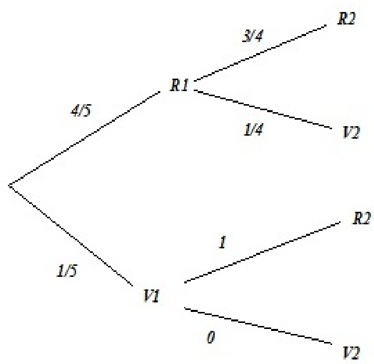
$$E = 2,57\frac{650}{\sqrt{225}} = 111,5833$$

Problema 5 *(2 puntos)* En una bolsa hay cuatro bolas rojas y una verde. Se extraen de forma consecutiva y sin reemplazamiento dos bolas. Calcúlese la probabilidad de que:

a) Las dos bolas sean del mismo color.

b) La primera bola haya sido verde si la segunda bola extraída es roja.

Solución:



a)

$$P(mismo\ \ color) = P(R1)P(R2|R1)+P(V1)P(V2|V1) = \frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\cdot 0 = \frac{3}{5}$$

b)

$$P(V1|R2) = \frac{P(R2|V1)P(V1)}{P(R2)} = \frac{1\cdot\frac{1}{5}}{\frac{4}{5}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{5}\cdot 1} = \frac{1}{4}$$