

Examen de Matemáticas 2º Bachillerato (CS)

Abril 2008

Problema 1 (3 puntos) En una muestra aleatoria de 256 individuos se ha obtenido una edad media de 17,4 años. Se sabe que la desviación típica de la población normal de la que procede esa muestra es de 2 años.

1. Obtenga un intervalo de confianza al 95 % para la edad media de la población.
2. ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra para que el correspondiente intervalo de confianza, al 90 %, tenga una amplitud a lo sumo de 0,5?

(Andalucía Junio-2007)

Solución:

1.

$$IC = \left(\bar{x} - z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

de confianza = 95 % $\implies z_{\alpha/2} = 1,96$

$$IC = \left(17,4 - 1,96 \frac{2}{\sqrt{256}}, 17,4 + 1,96 \frac{2}{\sqrt{256}} \right) = (17,155, 17,645)$$

2. $z_{\alpha/2} = 1,645$, el tamaño del intervalo es igual a $2E = 0,5$

$$\text{Error: } E = z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$0,25 = 1,645 \frac{2}{\sqrt{n}} \implies n = 173,1856$$

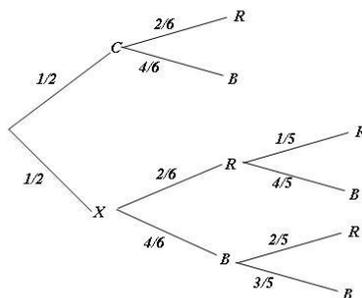
El tamaño muestral tiene que ser superior o igual a 174 para conseguir un error que no supere 0.25.

Problema 2 (2 puntos) En una urna hay cuatro bolas blancas y dos rojas. Se lanza una moneda, si sale cara se extrae una bola de la urna y si sale cruz se extraen sin reemplazamiento, dos bolas de la urna.

1. Calcule la probabilidad de que se hayan extraído dos bolas rojas.
2. Halle la probabilidad de que no se haya extraído ninguna bola roja.

(Andalucía Junio-2007)

Solución:



1.

$$P(XRR) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{30}$$

2.

$$P(\text{ninguna roja}) = P(C, B) + P(XBB) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6} + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{8}{15}$$

Problema 3 (2 puntos) La baraja española consta de 10 cartas de oros, 10 de copas, 10 de espadas y 10 de bastos. Se extraen dos cartas. Calcule razonadamente la probabilidad de que al menos, una de las dos cartas sea de espadas en los siguientes supuestos

1. Si se extraen las cartas con reemplazamiento.
2. Si se extraen las cartas sin reemplazamiento.

(Andalucía Junio-2007)

Solución:

1.

$$P(\text{al menos una E}) = P(EE) + P(E, \text{cualquiera}) + P(\text{cualquiera}, E) =$$

$$\frac{10}{40} \cdot \frac{10}{40} + \frac{10}{40} \cdot \frac{30}{40} + \frac{30}{40} \cdot \frac{10}{40} = \frac{7}{16}$$

2.

$$P(\text{al menos una E}) = P(EE) + P(E, \text{cualquiera}) + P(\text{cualquiera}, E) =$$

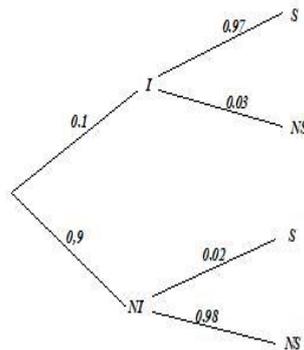
$$\frac{10}{40} \cdot \frac{9}{39} + \frac{10}{40} \cdot \frac{30}{39} + \frac{30}{40} \cdot \frac{10}{39} = \frac{23}{52}$$

Problema 4 (3 puntos) La probabilidad de que haya un incidente en una fábrica que dispone de alarma es 0,1. La probabilidad de que suene ésta, si se ha producido algún incidente, es de 0,97 y la probabilidad de que suene si no ha sucedido ningún incidente es 0,02.

1. Calcula la probabilidad de que no suene la alarma.
2. En el supuesto de que haya funcionado la alarma, ¿cuál es la probabilidad de que no haya habido ningún incidente?

(Comunidad Valenciana Junio-2007)

Solución:



1.

$$P(S) = P(S|I)P(I) + P(S|NI)P(NI) = 0,1 \cdot 0,03 + 0,9 \cdot 0,02 = 0,019$$

2.

$$P(NI|S) = \frac{P(S|NI)P(NI)}{P(S)} = \frac{0,02 \cdot 0,9}{0,1 \cdot 0,03 + 0,9 \cdot 0,02} = 0,157$$

Problema 5 (2 puntos) El número de personas que acuden todos los días al Parque del Retiro en Madrid, sigue una distribución normal de media 20.000 personas con una distribución típica de 4.000 al día. Con una muestra de 100 días obtenemos una media \bar{X} de personas, que acuden a este parque.

1. ¿Cuáles son la media y la varianza de \bar{X} ?
2. ¿Cuál es la probabilidad de que la media de personas, que acuden al parque esté comprendida entre 19.000 y 21.000 personas?

Solución:

1.

$$X \equiv N(20000, 4000) \implies \bar{X} \equiv N(20000, 400) \\ \bar{X} = 20000, \quad Var(\bar{X}) = 400^2 = 160000$$

2.

$$P(19000 \leq \bar{X} \leq 21000) = P(-2,5 \leq Z \leq 2,5) = \\ P(Z \leq 2,5) - P(Z \leq -2,5) = P(Z \leq 2,5) - 1 + P(Z \leq -2,5) = 0,9876$$