



El paisaje de los números:

Primos, perfectos y amigos



Vipond JM. Símbolo pitagórico en los acantilados de Cartagena (Murcia).



GOBIERNO
DE ESPAÑA

MINISTERIO
DE EDUCACIÓN

INDICE

Prólogo	1
Instrucciones para el uso de este cuaderno.....	2
Texto 1.	3
Actividades	4
Texto 2. El hombre que calculaba	8
Actividades	10
Texto 3. Los átomos de la aritmética	13
Actividades	15

SIGNIFICADO DE LOS ICONOS:

Identificación de materias por colores:



Identificación por niveles:



Otros iconos:



Prólogo

Los paisajes matemáticos no tienen árboles, ni nubes... Están formados por otro tipo de cosas: signos, formas, ideas, diagramas...

Un paisaje resulta tanto más interesante cuanto menos previsible sea. Al salir a pasear por él, al contemplar el panorama, el observador desea descubrir cosas bellas y sorprendentes. ¿Puede un paisaje matemático ofrecer belleza y asombro? ¿Quedará algo nuevo para descubrir...?

En este cuadernillo, te dibujamos, en unas pocas pinceladas, un paisaje lleno de números. Es el paisaje de la Aritmética: un campo de conocimiento que ha fascinado a los grandes matemáticos desde Antigüedad hasta nuestros días.

Pero, ¡atención!: no hablamos de *hacer cuentas* con propósitos prácticos, sino de estudiar las propiedades de los números en sí mismos. ¡Ahí están las verdaderas matemáticas!

A través de las lecturas y actividades, nos iremos fijando con cierto detalle en la parte del paisaje que ocupan los *números primos*, junto con otros números curiosos, profundizando en los territorios de la divisibilidad. Los grandes sabios de la Historia se sintieron intrigados por los problemas acerca de estos números, algunos de los cuales aún siguen sin resolverse...

Descubre toda la belleza que atesoran estos números. ¡Un paseo por este paisaje es una auténtica aventura que no te puedes perder!

INSTRUCCIONES PARA EL USO DE ESTE CUADERNO

En este cuaderno se incluyen unos textos y preguntas o actividades sobre ellos que tendrás que ir resolviendo. Las respuestas no siempre las hallarás en los textos que te ofrecemos. También tendrás que buscarla en libros y en internet.

Cuando estés en la biblioteca, recuerda que la información que necesitas la puedes encontrar en libros de ciencias, en el número 5 de la CDU (en concreto, el 51 corresponde a Matemáticas y el 511 a la parte de geometría), o en libros sobre biografías, en el número 929.

Si utilizas un libro, una enciclopedia, el artículo de una revista o una dirección de internet no te olvides de indicar su reseña bibliográfica. Hazlo de la siguiente manera: (normas aconsejadas por CEDRO)

Libro

APELLIDO DEL AUTOR. Inicial/es del nombre. (año de publicación)
Título. Lugar de publicación: Editorial
BALBUENA. L. (2008). *Cuentos del cero*. Tres Cantos (Madrid): Nivola

Artículo de una enciclopedia

Título del artículo. *Título de la enciclopedia*. Lugar de publicación: Editorial, año de publicación, volumen de la enciclopedia, número de la primera página del artículo-número de la última página del artículo.

Teorema. *Diccionario Anaya de la lengua*. Madrid: Anaya, 2002. pag. 1069

Artículo de una revista

APELLIDO DEL AUTOR. Inicial/es del nombre. (año de publicación)
"Título del artículo". *Título de la revista*, número de la revista, número de la primera página del artículo- número de la última página del artículo.

ALVAREZ F. (1992) "Cálculos divertidos" *Cuadernos de Pedagogía*, 166, pag. 13-15

Dirección de internet

Dirección de internet. Consulta: fecha

<http://www.divulgamat.net>. Consulta: 27 de marzo de 2009.

TEXTO I

Vas a realizar algunas actividades a partir de la lectura de un texto del divulgador científico Isaac Asimov, Te pedimos, en primer lugar, que leas con atención el texto. Después de leerlo, tendrás que responder a un cuestionario. Más adelante, podrás realizar otros trabajos de ampliación de conocimientos.

TÍTULO:

“ Los números que no tienen factores (tales como 2, 3, 5, 7, 11, 13,... y así sucesivamente) son llamados *números primos* o simplemente *primos*, derivándose este nombre de una palabra latina que significa primero.

Para la gente que ve valores misteriosos en los números parecería como si los números primos pudieran haber existido primero, mientras que los números compuestos pudieran haber sido contruidos después, sacándolos de los primos. En otras palabras, una vez que existieron los números 2, 3, 5, pudo formarse el 60 por multiplicación de $2 \times 2 \times 3 \times 5$.

Podría parecer que conforme iba uno ascendiendo en la escala de los números desaparecería la posibilidad de encontrar números primos, pero esto no es cierto. Euclides, matemático griego, descubrió hace 2.200 años que no existe el número primo más alto.

Los griegos se entretenían jugando con los factores. Por ejemplo, sumaban los factores de los números (incluyendo el número 1, pero excluyendo el propio número) para ver qué pasaba.

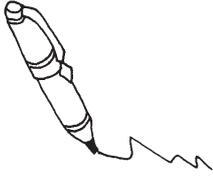
Algunas veces, los factores de un número sumaban menos que el propio número. Por ejemplo, los factores de 10 sumaban sólo 8 (en efecto: $1+2+5 = 8$). Al número 10 los llamaban por esto un *numero deficiente*.

Los factores de 12, en cambio, suman 16 (efectivamente: $1+2+3+4+6 = 16$); por esto, al número 12 lo llamaban *número abundante*.

Sin embargo, los factores de 6 (que son 1, 2 y 3) suman 6; y los de 28 (que son 1, 2, 4, 7 y 14) suman 28. Los griegos llamaban a éstos *números perfectos*.

Los factores de 220 (es decir, 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110) suman 284. Curiosamente, los factores de 284 suman 220. Se dice que 220 y 284 son *números amigos*”.

ASIMOV I. (1979) *El reino de los números*. México: Diana.



Método: modo ordenado y sistemático de proceder para llegar a un resultado.

ACTIVIDADES

PREGUNTA 1

Enumera todas las palabras matemáticas que encuentres en este texto.

PREGUNTA 2

¿Cuáles de las siguientes palabras NO son sinónimos de *factor*?:

- A) Múltiplo.
- B) Dividendo.
- C) Divisor.
- D) Cociente.

PREGUNTA 3

Explica un método* para hallar todos los factores de un número.

PREGUNTA 4

En el texto se incluye un ejemplo de *descomposición de un número en factores primos*. Transcríbelo, y describe un método para hallar dicha descomposición en un número cualquiera.

PREGUNTA 5

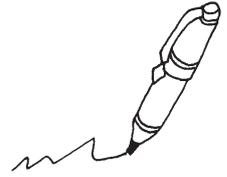
¿Cuál es tu idea de *número primo*? ¿Coincide con la definición que da el autor de este texto? ¿Por qué se les llama así?

PREGUNTA 6

En el texto se menciona a un matemático de la Grecia clásica. ¿De quién se trata? ¿Qué importante descubrimiento hizo acerca de los números primos?

PREGUNTA 7

Resume en unas cinco líneas lo que sepas acerca de los griegos y sus descubrimientos matemáticos. Puedes buscar información en la biblioteca, y citar, al menos dos personajes de esta época que trataron problemas relacionados con la Aritmética. Contrasta tu respuesta con las de otros compañeros y compañeras de clase.

**PREGUNTA 8**

Revisa el texto, y escribe una definición de:

A) Número deficiente.

B) Número abundante.

C) Número perfecto.

D) Números amigos.

PREGUNTA 9

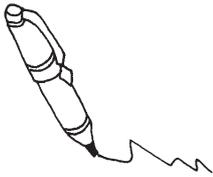
Este texto contiene, básicamente, dos tipos de información: por un lado, explicaciones de conceptos matemáticos, y, por otro lado, descripciones de hechos históricos. Señala qué tipo de información predomina en cada párrafo.

PREGUNTA 10

¿Qué tipo de formas verbales aparecen en cada párrafo? ¿Tiene alguna relación con la distinción realizada en la cuestión anterior?

PREGUNTA 11

Pon título a este texto.



PARA SABER MÁS:

Actividad I: En busca de Números perfectos.

En el texto se incluyen varios ejemplos de números *deficientes*, *abundantes* y *perfectos*. La propuesta que aquí te hacemos consiste en investigar otros números para clasificarlos en alguna de esas categorías. Para ello, puedes completar la siguiente tabla:

Número	Suma de sus factores (excluyendo a él mismo)	Categoría
2	1	DEFICIENTE
3		
4		
5		
6	$1+2+3=6$	PERFECTO
7		
8		
9		
10	$1+2+5=8$	DEFICIENTE
11		
12	$1+2+3+4+6=16$	ABUNDANTE
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
...		

A la vista de los resultados de esta tabla ¿qué conclusión sacarías? ¿Son los números perfectos muy habituales, o más bien raros? ¿Y los abundantes? ¿Y los deficientes?

En esta tabla, descubrirás los números perfectos menores o iguales a 24. Existe una fórmula matemática que permite encontrar números perfectos. Pide a tu profesor o profesora que te ayude a encontrarla consultando libros de la biblioteca. Aplicando dicha fórmula, con ayuda de calculadora, podrás hallar sin dificultad otros números perfectos. Calcula, por lo menos, los dos siguientes.

Presenta tu trabajo en forma de cartulina-mural, incluyendo tu tabla clasificatoria de números, la fórmula generadora de números perfectos y dos ejemplos de números calculados con esa fórmula.

Importante: cita tus fuentes de información.

Actividad 2: ¿Quién era Euclides?

El griego Euclides, mencionado en el texto, es autor de un libro muy importante en la historia de las matemáticas. Descúbrelo, buscando información en la biblioteca, en Internet, etc. Investiga acerca de la biografía y los descubrimientos matemáticos de este personaje. Debes consultar, al menos, dos fuentes distintas.

Basándote en la información encontrada, escribe un relato de ficción sobre este personaje, de unas treinta líneas de extensión. Imagina una escena, una aventura... No te olvides de citar tus fuentes.



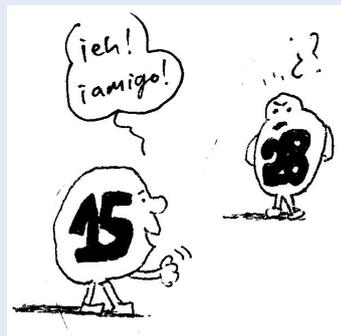
Actividad 3: Entretenimientos numéricos en la Grecia clásica.

Investiga otros aspectos sobre los números que interesaban a los griegos de la época de Euclides (o anteriores a él). Centra tus investigaciones en los matemáticos cuyos nombres han surgido de las respuestas de toda la clase a la pregunta 7 del cuestionario. Busca información de dos fuentes distintas, por lo menos. No olvides citarlas. Confecciona una cartulina-mural, presentando, junto a cada personaje, una frase o dibujo que ilustre su contribución al estudio de los números. Deberías incluir cinco personajes como mínimo.

Actividad 4: Buscando nuevos amigos.

Al final del texto se da un ejemplo de pareja de números amigos. Transcríbelo. Comprueba que, efectivamente, lo son, realizando las sumas de sus divisores.

¿Es fácil hallar parejas de números amigos? Te adelantamos que la respuesta es no. Sin embargo, te sugerimos que busques información sobre estas parejas, y presentes un trabajo acerca de ellas. Pide a tu profesor o profesora que te oriente acerca de qué tipo de libros te conviene consultar.



De paso: ¿por qué el número 28 en esta viñeta tiene esa “cara de pocos amigos”? Estas parejas de números eran consideradas en tiempos antiguos como talismanes del buen amor: cuando una pareja de enamorados se regalaba objetos con esos números inscritos su amor tendría futuro... Esto, tal vez, te sugiera alguna idea para completar tu trabajo. Elige el formato que te parezca apropiado para presentar tu trabajo: informe escrito o cartulina-mural. Incluye tus comentarios a la viñeta y, por supuesto, cita tus fuentes.

TEXTO 2

El siguiente texto forma parte de un cuento, ambientado en el Islam, que narra las aventuras de un viajero persa llamado Beremiz, el cual asombra a príncipes y consejeros con sus habilidades matemáticas. El texto es un extracto del capítulo en que el protagonista dialoga con un historiador acerca de un importante sabio de la Grecia antigua.

Al texto le siguen una serie de cuestiones, algunas de las cuales te obligarán a consultar la información contenida en el texto anterior de este cuadernillo. También te será útil la consulta de libros en la biblioteca, en Internet, etc.

CAPÍTULO XVII

El hombre que calculaba

“El sabio historiador dirigió estas preguntas a Beremiz:

-¡En nombre de Allah, Clemente y Misericordioso! ¡Se engañan aquellos que aprecian el valor de un matemático por la mayor o menor habilidad con que realiza las operaciones o aplica las reglas banales del cálculo! A mi manera de ver, el verdadero geómetra es el que conoce con absoluta seguridad el desarrollo y el progreso de la Matemática a través de los siglos. Estudiar la Historia de las Matemáticas es homenajear a los ingenios maravillosos que enaltecieron y dignificaron a las antiguas civilizaciones, que por esfuerzo e ingenio lograron desvelar algunos de los misterios más profundos de la inmensa Naturaleza, consiguiendo, a través de la ciencia, elevar y mejorar la miserable condición humana. Además alcanzamos, por medio de las páginas de la Historia, honrar a los gloriosos antepasados que trabajaron en la formación de la Matemática y conservamos el nombre de las obras que dejaron. Quiero, entonces, preguntar al calculador sobre un hecho de la Historia de la Matemática: ¿quién fue el célebre geómetra que se suicidó al no poder mirar al cielo?

Beremiz meditó unos instantes y dijo:

-Fue Eratóstenes matemático de Cirenaica*, al principio fue educado en Alejandría* y luego en la Escuela de Atenas donde aprendió las doctrinas de Platón.

Completó la respuesta de esta manera:

-Eratóstenes fue elegido para dirigir la gran Biblioteca de la Universidad de Alejandría, cargo que ejerció hasta su muerte. Además de tener envidiables conocimientos científicos y literarios que lo distinguieron entre los mayores sabios de su tiempo, Eratóstenes era poeta, orador, filósofo y un completo atleta. Alcanza con decir que obtuvo el título de vencedor del *pentatlón*, las cinco pruebas máximas

Cirenaica: región del norte de África, vecina a Egipto, colonizada por los griegos desde el siglo VII a.C. hasta el I a.C., que se convirtió en provincia romana.

Alejandría: ciudad de la costa mediterránea africana, cercana al delta del Nilo, fundada por el conquistador griego Alejandro Magno en el siglo IV a.C.

de los Juegos Olímpicos. Grecia se encontraba entonces en el período áureo de su desarrollo científico y literario. Era la patria de los *aedos*, poetas que declamaban con acompañamiento musical en los banquetes y en las reuniones de los reyes y de los grandes jerarcas.

Es necesario aclarar que entre los griegos de mayor cultura y valor, el sabio Eratóstenes era considerado un hombre extraordinario que tiraba la jabalina, escribía poemas, vencía a los grandes corredores, y resolvía problemas astronómicos. Eratóstenes legó a la posteridad varias obras.

Al rey Ptolomeo III de Egipto le presentó una tabla de números primos hechos sobre una plancha metálica en la que los números múltiplos estaban marcados con un pequeño agujero. Se dio por eso el nombre de *Criba de Eratóstenes* al proceso de que se servía el sabio astrónomo para formar su tabla.

Como consecuencia de una enfermedad en los ojos, que contrajo a orillas del Nilo durante un viaje, Eratóstenes quedó ciego. Él, un apasionado de la Astronomía, se encontró impedido de mirar el cielo y la belleza incomparable del firmamento en las noches estrelladas.

La luz azulada de *Al-Schira** nunca podría vencer la nube negra que cubría sus ojos. Abrumado por esta desgracia, el sabio y atleta se suicidó dejándose morir de hambre, encerrado en su biblioteca.

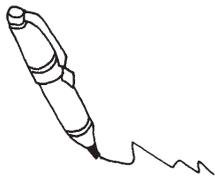
El sabio historiador se dirigió hacia el Califa* y dijo tras breve silencio:

-Estoy satisfecho con la brillante exposición histórica realizada por el sabio calculador persa. El único geómetra célebre que se suicidó fue el griego Eratóstenes, poeta, astrónomo y atleta, amigo fraternal de Arquímedes de Siracusa (...).”

Al-Schira: nombre que dan los árabes a la estrella Sirius.

Califa: jefe supremo musulmán que ejercía el poder civil y religioso en todo el imperio islámico.

Tahan, M. (2003). *El hombre que calculaba*. Buenos Aires: Pluma y papel, ediciones de Goldfinger S.A. págs. 197-200.



ACTIVIDADES

PREGUNTA 1

El personaje principal de este relato es un matemático griego. ¿Cómo se llama? ¿Hizo alguna aportación a los conocimientos sobre los números? Transcribe el párrafo en el que se informa sobre este hecho particular.

PREGUNTA 2

¿Qué formas verbales aparecen en este texto con más frecuencia? Compara tu respuesta a esta pregunta con la respuesta a la pregunta 10 del cuestionario del *texto 1*.

¿Qué otras diferencias aprecias entre ambos textos? ¿Se puede decir que los dos textos son del mismo tipo?

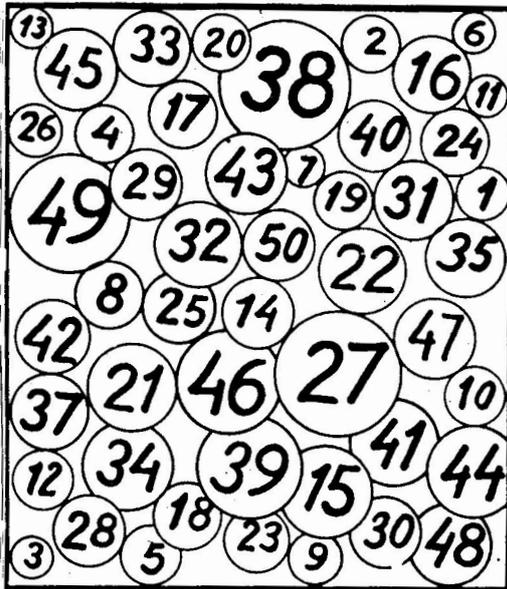
PREGUNTA 3

En relación con el personaje griego del que versa el texto, señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

- A) Por sus éxitos como atleta olímpico, fue premiado con un cargo de bibliotecario en la Escuela de Atenas. V F
- B) Escribió libros de Astronomía, ciencia que le fascinaba. V F
- C) Vivió y desarrolló su obra en una época en que la ciencia griega estaba en decadencia. V F
- D) Escribía poemas, que declamaba en reuniones con gente importante. V F

PREGUNTA 4

Sin llamar a Eratóstenes, resuelve este pasatiempo.



¿Cuántos
primos había aquí...?



¡llama a
Eratóstenes!

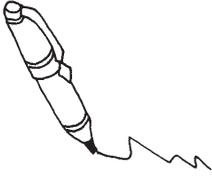
Vipond J. M. (Basado en ALVAREZ F. (1992). *Cálculos divertidos*. Cuadernos de Pedagogía, 166, pag. 14)

PREGUNTA 5

En el texto se alude a otros dos personajes importantes en la Historia de las matemáticas. Nómbralos. ¿Conoces alguna contribución hecha por ellos al estudio de las propiedades de los números?

PREGUNTA 6

¿Cuál crees tú que es la "moraleja" de esta historia?



PARA SABER MÁS.

Actividad 1: La biblioteca de Alejandría.

La ciudad de Alejandría fue considerada durante muchos siglos como la capital cultural del mundo antiguo. Investiga sobre este tema, y elabora un informe de unas 30 líneas. En particular, busca información de varias fuentes, acerca de la Biblioteca de Alejandría, de la que, en su día, fue director Eratóstenes. Averigua qué otros matemáticos estudiaron en esa Biblioteca. Cita por lo menos cuatro.

Tu informe debe comenzar situando a Alejandría en el mapa, e indicando la época en que se produjo el máximo apogeo cultural de esta ciudad.

Al final del informe, cita tus fuentes.

TEXTO 3

Este tercer texto es un extracto de un libro sobre los números primos, concretamente de un capítulo titulado *Los átomos de la aritmética*. Dicho título es una figura literaria, cuyo nombre quizá conozcas. Leyendo el texto sabrás qué quiere decir el autor cuando emplea esta figura. Y, de paso, conocerás nuevos aspectos interesantes sobre los números primos. Responde a las preguntas del cuestionario, y realiza alguna de las propuestas de ampliación finales.

Los átomos de la aritmética

“La prueba más antigua del conocimiento de los humanos sobre las propiedades especiales de los números primos es un hueso que data del 6500 a.C. El hueso, llamado de Ishango, se descubrió en 1960 en las montañas de África Ecuatorial. Tiene grabadas tres columnas con cuatro series de muescas*. En una de las columnas encontramos 11, 13, 17, 19 muescas, es decir, la lista de los números primos comprendidos entre 10 y 20. También las otras columnas parecen tener significados de naturaleza matemática. No está claro si este hueso, que se conserva en el Instituto Real de las Ciencias Naturales de Bruselas, representa realmente uno de los primeros intentos que hicieron nuestros antepasados para entender los números primos o si se trata de una selección de números que resultan primos por casualidad. Sin embargo, no podemos excluir la posibilidad de que se trate de la primera incursión humana en los números primos.

Algunos sostienen que la civilización china fue la primera en oír el tamtam de los números primos. Los chinos atribuían características femeninas a los números pares y masculinas a los impares, pero además de esa nítida separación, consideraban afeminados los impares que no son primos, como el 15. Hay pruebas de que, antes del 1000 a.C., los chinos habían ideado un método muy concreto para comprender qué hace especiales a los números primos entre todos los números. Si tomamos 15 alubias podemos distribuirlas en un rectángulo perfecto compuesto por tres columnas de cinco alubias. En cambio, si tomamos 17 alubias sólo podremos construir un rectángulo de una fila de 17 alubias. Para los chinos, los números primos eran números viriles, que resistían cualquier intento de descomponerlos en producto de números menores.

Si bien a los antiguos griegos también les gustaba atribuir cualidades sexuales a los números, fueron ellos los que descubrieron, en el siglo IV a.C., la fuerza real de los números primos como elementos básicos para la construcción de todos los demás. Comprendieron que todo número puede ser construido multiplicando entre sí números primos. Aunque se equivocaron al creer que el fuego, el aire, el agua y la tierra constituían la base de la materia*, acertaron al identificar los átomos de la aritmética. Durante siglos los químicos intentaron en vano identificar los elementos constitutivos básicos de su disciplina, hasta que la búsqueda iniciada por los antiguos griegos culminó en la tabla periódica de los elementos de Dimitri

Muesca: corte de forma semicircular que se hace en un objeto con distintos propósitos.

Materia: La idea de toda la materia podía explicarse combinando los cuatro elementos básicos: fuego, aire, agua y tierra data del siglo V a.C., cuando fue formulada por el filósofo griego Empédocles. Esta idea está descartada por la ciencia actual, que se basa en la teoría atómica.

Mendeleyev: científico ruso que en 1869 publicó la tabla periódica, que clasificaba los elementos químicos.

Cedazo: utensilio que se usa para separar las partes finas y gruesas de una materia y que está formado por una malla metálica muy fina o rejilla que está sujeta a un aro de madera.

Gauss: importante matemático alemán nacido en 1777; siendo muy joven se interesó por la Astronomía, y predijo mediante cálculos estadísticos la órbita de un asteroide.

Escrutar: examinar o analizar con mucha atención.

Mendeleyev*. En cambio, a pesar de disfrutar de la ventaja de la identificación por los griegos de los elementos básicos de la aritmética, los matemáticos todavía se debaten en sus intentos por descubrir su tabla de los números primos.

Hasta donde sabemos fue Eratóstenes, gran bibliotecario del importantísimo centro cultural de la Grecia antigua que fue Alejandría, el primero en producir tablas de números primos. Como una especie de antiguo Mendeleyev de la matemática, en el siglo III a.C., Eratóstenes ideó un procedimiento razonablemente sencillo para determinar qué números eran primos entre los comprendidos, por ejemplo, entre 1 y 1.000. Para empezar, escribía la secuencia entera de números; a continuación tomaba el menor primo, es decir, 2, y a partir de él tachaba de la lista un número de cada dos: como son divisibles entre 2, todos los tachados no son primos. Entonces pasaba al siguiente número no tachado, es decir 3, y a partir de él tachaba de la lista un número de cada tres: como todos esos números son divisibles entre 3, no son primos. Continuaba el proceso tomando el siguiente número no tachado y suprimiendo de la lista todos sus múltiplos. Con este proceso sistemático construyó tablas de números primos, y este método recibió el nombre de *criba de Eratóstenes*: cada nuevo número primo crea una “criba”, un cedazo* que Eratóstenes utiliza para eliminar una parte de los números que no son primos. En cada nueva fase del proceso las dimensiones de la malla cambian y, cuando Eratóstenes llega a 1.000, los únicos números supervivientes del proceso de selección son los primos.

Cuando Gauss* era un jovencito recibió como regalo un libro que contenía varios millares de números primos que probablemente se había construido utilizando los antiguos cedazos numéricos. Para Gauss aquellos números aparecían desordenadamente. Predecir la órbita elíptica de Ceres había sido ya suficientemente difícil, pero el reto de los números primos tenía más en común con la empresa casi imposible de analizar la rotación de cuerpos celestes del tipo de Hiparión, uno de los satélites de Saturno, que tiene forma de hamburguesa. A diferencia de nuestra Luna, Hiparión no es en absoluto estable desde el punto de vista gravitacional, y por esa razón gira caóticamente sobre sí mismo. De todos modos, por más que la rotación de Hiparión o las órbitas de algunos asteroides sean caóticas, por lo menos sabemos que su comportamiento viene determinado por la atracción gravitacional del Sol y de los planetas; en cuanto los números primos, no tenemos ni la más ligera idea de qué fuerzas los atraen o los repelen. Cuando escrutaba* sus tablas numéricas, Gauss no conseguía determinar ninguna regla que le indicara cuánto tenía que saltar para hallar el siguiente número primo. ¿Podría ser que los matemáticos debieran resignarse a aceptar que esos números han sido elegidos al azar por la naturaleza, que hubieran sido fijados como estrellas en el cielo nocturno, sin pies ni cabeza? Gauss no podía aceptar semejante idea: la motivación primaria en la vida de un matemático es determinar estructuras ordenadas, descubrir y explicar las reglas que están en los cimientos de la naturaleza, prever qué sucederá a continuación.

SAUTOY Marcus du. (2003). *La Música de los números primos*. Barcelona: Acanalado Quaderns Crema S.A. páginas 42-45.

ACTIVIDADES

PREGUNTA 1

¿Cuál de las siguientes aseveraciones te parece correcta (puede haber varias)?:

- A) Los números primos surgen en la Grecia antigua; antes, no se conocían.
- B) Para los griegos, los números primos eran los elementos básicos de la materia, junto con el aire, el agua y el fuego.
- C) Para Gauss, los primos eran un lío: *no tenían ni pies ni cabeza*.
- D) Aunque los primos probablemente se conocen desde hace unos 8500 años, la idea de que a partir de ellos se construyen los demás es de hace unos 2500 años.

PREGUNTA 2

Eratóstenes, a quien ya conoces por el texto 2, es también mencionado en este texto. Compara la información de ambos textos sobre las investigaciones matemáticas de este personaje, y señala:

- Un dato que figure en este texto, pero no en el anterior.

- Un dato del texto anterior que no figura en éste.

- Un dato que figure en ambos textos.

PREGUNTA 3

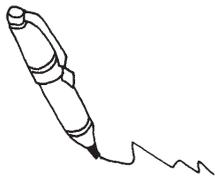
¿Qué nombre recibe el método de Eratóstenes para descubrir números primos? Explica en un par de líneas en qué consiste ese método*.

Método: modo ordenado y sistemático de proceder para llegar a un resultado.

PREGUNTA 4

Supón que te piden averiguar si un número cualquiera, por ejemplo el 1073, es número primo o no. Si no obtienes la respuesta a simple vista, podrías resolver el enigma consultando los viejos documentos de Eratóstenes para cotejar si está o no en su lista... Pero quizá sea más cómodo recurrir a las nuevas tecnologías, y sacar partido a tu calculadora de bolsillo. Explica un método para desenmascarar a un número primo con la ayuda de la calculadora; ilustra su aplicación al caso del 1073; aplica también el método al número 1301.





PREGUNTA 5

El método anterior, ¿sería práctico con números muy altos?

PREGUNTA 6

Explica el sentido de la frase que da título a este texto. ¿De qué figura literaria se trata?

PREGUNTA 7

El texto contiene otra figura literaria en una alusión a Eratóstenes. Búscala y explica su sentido.

PREGUNTA 8

A tenor de las conclusiones que se pueden extraer de éste y los anteriores textos, señala cuáles de las siguientes características corresponden a la actividad matemática:

- a) Busca estructuras ordenadas. SI NO
- b) Valora sobre todo la habilidad para efectuar cálculos. SI NO
- c) Está guiada por el afán de explicar propiedades generales a partir de unas pocas propiedades básicas. SI NO
- d) Se interesa por los misterios del Universo. SI NO

PREGUNTA 9

Te proponemos un juego, para el que deberás consultar información de los demás textos de este cuaderno, y también de otras fuentes. Consiste en emparejar cada cuadro de la izquierda con una de las frases de la derecha. Debajo de cada personaje, indica el siglo en que vivió.

ERATÓSTENES	Creían que todo podía explicarse mediante números
PITAGÓRICOS	Buscaba reglas en la lista de primos, para prever dónde aparecerán
CIVILIZACIÓN CHINA ANTIGUA	Asombró a un rey egipcio con sus tablas de primos hasta el 1000
EUCLIDES	Demostró que existen infinitos números primos.
GAUSS	Veían en los números primos cualidades masculinas

PARA SABER MÁS:**Actividad 1: La criba de Eratóstenes.**

En este texto, así como en el texto 2, se hace referencia al procedimiento conocido como *Criba de Eratóstenes*. Te proponemos realizar un trabajo sobre este tema. ¿Para qué sirve? ¿En qué consiste...? Hasta qué números llegó Eratóstenes? Investiga en otras fuentes, aparte de los textos de este cuaderno.

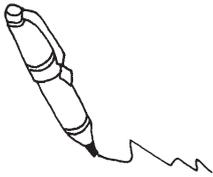
Vas a confeccionar la lista de números primos del 1 al 100. Naturalmente, debes usar la famosa criba de Eratóstenes; te ayudará disponer los números de la siguiente manera:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Sobre este borrador, ensaya la criba con lápiz. Después toma una cartulina mediana, y traza este mismo cuadro de números en grande, con rotulador negro grueso. Usa rotuladores gruesos de otros colores para ir tachando los que no proceden... Resalta con fosforito los *supervivientes* de la criba: ¡esos son los números primos!

Presenta la cartulina mural incluyendo: una breve explicación introductoria, el cuadro de números ya finalizado, y la cita de las fuentes consultadas.





Actividad 2: La distribución de los primos

De la lectura se desprende que al matemático Gauss le inquietaba la dificultad de encontrar pautas en la lista de primos. De hecho, dedicó buena parte de sus investigaciones a este tema, elaborando tablas y gráficas de la distribución estadística de números primos, y buscando posibles relaciones con conceptos o fórmulas matemáticas.

Te proponemos emular los esfuerzos de Gauss, aunque sea a nivel sencillo, representando gráficamente la distribución de primos hasta cien. Para ello, deberás seguir las indicaciones siguientes:

- ¿Cuántos primos hay menores que diez? La respuesta es fácil: comprueba que son sólo 4 (recuerda que no contamos el 1). ¿Y primos menores que 20?. Bien: teníamos 4 ya contados en la respuesta anterior, a los que añadimos ahora otros 4 (compruébalo), lo que hace un total de 8. ¿Y menores que 30?. Haz el recuento... Sigue planteándote preguntas de este estilo, y recoge tus respuestas en una tabla como la siguiente:

	Frecuencia	Frecuencia acumulada
Primos menores que 10	4	4
Primos entre 10 y 19	4	8
Primos entre 20 y 29		
Primos entre 30 y 39		
Primos entre 40 y 49		
Primos entre 50 y 59		
Primos entre 60 y 69		
Primos entre 70 y 79		
Primos entre 80 y 89		
Primos entre 90 y 99		

- Elabora, a partir de esta tabla, un gráfico de frecuencias acumuladas:
- ¿Observas alguna tendencia en esta gráfica? ¿Se ajusta a algún modelo?

Naturalmente, Gauss no se conformó con estudiar los primos hasta el cien: llegó a cantidades mucho más altas. Busca más información sobre los trabajos de Gauss en este tema. Consulta varias fuentes.

Presenta un informe con tu gráfica, y un breve párrafo (no más de diez líneas) sobre la obra de Gauss.

Actividad 3: Problemas abiertos.

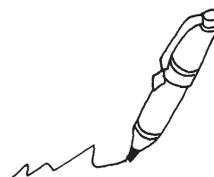
A pesar de que realizó importantes avances, en realidad Gauss no consiguió poner orden en la lista de primos. Hasta muy recientemente, el problema la distribución de los primos ha permanecido *abierto*. La solución al mismo requiere conocer la llamada *hipótesis de Riemann*¹, y para entenderla hay que estudiar matemáticas avanzadas, por lo que no te vamos a pedir un trabajo sobre este tema en particular (¡todo a su tiempo!).

No obstante, sería interesante que buscaras información en internet o consultando bibliografía acerca de otros problemas abiertos relacionados con los números que han surgido a lo largo de las lecturas incluidas en este cuadernillo. Te sugerimos algunas ideas para orientar tu búsqueda:

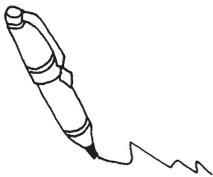
- *Christian Goldbach*
- *Primos gemelos*
- *Números Perfectos impares*
- *Números de Mersenne...*
- *Pierre de Fermat*

Puedes resumir tu investigación presentando una cartulina-mural, en la que se enuncien los problemas abiertos que hayas encontrado. Puedes agregar alguna nota en torno a algún matemático relacionado con el problema, ilustraciones...

No olvides citar tus fuentes.



1. La hipótesis de Riemann es precisamente el tema principal del libro del cual se ha extractado el texto que acabas de leer; un libro que podrás leer con provecho unos pocos cursos más adelante..



Actividad 4: Nacimiento de la aritmética.

En el texto se menciona el *hueso de Ishango* como prueba de que hace más de ocho milenios que se conocen los números primos. Pero si queremos saber cuánto tiempo hace que el ser humano conoce los números en general (es decir, cuándo aprendió a contar) es preciso remontarse mucho más atrás. Éste es el tema que te proponemos investigar: los orígenes de la aritmética.

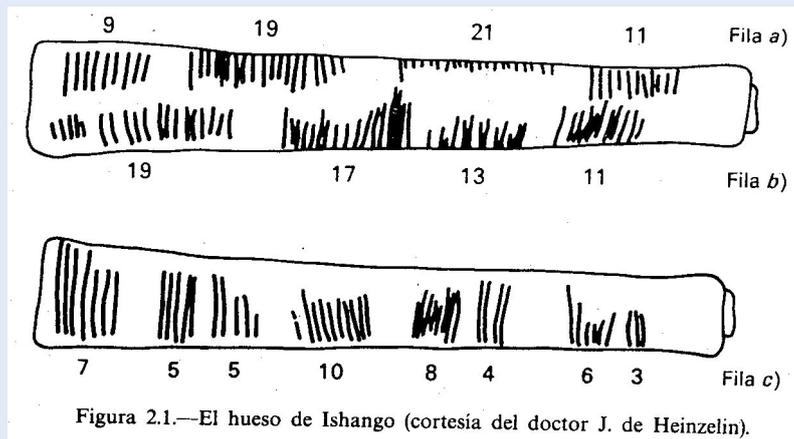


Ilustración de GHEVERGHESE G. (1996). *La cresta del pavo real*. Madrid: Pirámide. Pag 53.

Consulta bibliografía, navega por internet, etc., para obtener información sobre cuándo y dónde surgieron los primeros balbuceos numéricos del Hombre. Busca al menos dos fuentes, citándolas en tu trabajo. Tal vez descubras la razón por la cual es tan natural que los distintos pueblos y civilizaciones a lo largo de la Historia empleen un sistema de numeración de base 10 (aunque hay otras bases también muy naturales).

Te sugerimos que escribas un cuento breve (de cincuenta a cien líneas) inspirado en los resultados de tu investigación.

Actividad 5: Pasatiempos chinos con números.

Mucho antes de que los pitagóricos entraran en escena, ya los chinos eran unos tremendos aficionados a los juegos y pasatiempos en torno a los números. En el texto se alude a la distinción que hacían entre números masculinos y femeninos.

Investiga sobre otros pasatiempos chinos basados en el manejo de las propiedades de los números. Tendrás que buscar información de al menos dos fuentes (libros, internet, etc).

Presenta una cartulina-mural que recoja tus hallazgos, con ejemplos e ilustraciones. Cita tus fuentes.

Bibliocañada, la aventura continúa.
*Materiales para la lectura
y el uso de la biblioteca escolar*

Fernando Botía López
Remedios de los Reyes García-Candel
Basilisa López García
Concepción Martínez Palazón
María Ortuño Muñoz
Cristina Sánchez Martínez
José Miguel Vipond

Depósito Legal: MU-264/2009

Estos materiales se han realizado gracias a la subvención del Ministerio de Educación, Política Social y Deporte (Orden ECI754/2008, de 10 de marzo, por la que se conceden ayudas para la elaboración de materiales para facilitar la lectura en las diferentes áreas y materias del currículo y para la realización de estudios sobre la lectura y las bibliotecas escolares, convocadas por Orden ECI/2.687/2007, de 6 de septiembre).



INSTITUTO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA
Cañada de las Eras

