Junio 2013. Pregunta 4A.- Los electrones emitidos por una superficie metálica tienen una energía cinética máxima de 2,5 eV para una radiación incidente de 350 nm de longitud de onda, Calcule:

a) El trabajo de extracción de un mol de electrones en julios.
b) La diferencia de potencial mínima (potencial de frenado) requerida para frenar los electrones emitidos.

Datos: Constante de Planck, $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J s; Número de Avogadro, $N = 6{,}02\times10^{23}$ mol^{-1}; valor absoluto de la carga de un electrón, $e = 1{,}6\times10^{-19}$ C;

Solución.

a. Aplicando la ecuación del efecto fotoeléctrico se despeja el trabajo de extracción.

$$h\cdot f = W_e + E_c \qquad W_e = h\cdot f - E_c$$

$$W_e = h\cdot\frac{c}{\lambda} - E_c = 6{,}63\times10^{-34}\cdot\frac{3\times10^8}{350\times10^{-9}}\,\mathrm{J} - 2{,}5\,\mathrm{eV}\,\frac{1{,}6\times10^{-19}\,\mathrm{J}}{1\,\mathrm{eV}} = 1{,}68\times10^{-19}\,\mathrm{J}$$

$$W_e = 1{,}68\times10^{-19}\,\frac{\mathrm{J}}{e^-}\cdot\frac{6{,}02\times10^{23}\,e^-}{\mathrm{mol}} = 1{,}01\times10^5\,\mathrm{J\,mol^{-1}}$$

b. Potencial de frenado: $E_c = e\cdot V_o$

$$V_o = \frac{E_c}{e} = \frac{2{,}5\cdot1{,}6\times10^{-19}\,\mathrm{J}}{1{,}6\times10^{-19}\,\mathrm{C}} = 2{,}5\,\mathrm{v}$$

Modelo 2013. Pregunta 5B.- Una radiación monocromática de longitud de onda $\lambda = 10^{-7}$ m incide sobre un metal cuya frecuencia umbral es 2×10^{14} Hz. Determine:

a) La función de trabajo y la energía cinética máxima de los electrones.
b) El potencial de frenado.

Dato: Constante de Planck $h = 6{,}62\times10^{-34}$ J s

Solución.

a. La función de trabajo es la energía mínima que debe proporcionarse a un electrón para liberarlo de la superficie de una sustancia determinada. La función de trabajo fotoeléctrica es $\phi = h\cdot f_o$ dónde h es la constante de Planck y f_o es la frecuencia mínima (frecuencia umbral) del fotón, requerida para producir la emisión fotoeléctrica.

$$\phi_o = h\cdot f_o = 6{,}63\times10^{-34}\cdot 2\times10^{14} = 1{,}33\times10^{-19}\ \mathrm{J}$$

La energía cinética máximo de los electrones se obtiene haciendo un balance de energía. Energía Radiación = Trabajo de extracción (función de trabajo) + Energía cinética de los electrones

$$h\cdot f = \phi_o + E_c(\text{máx})$$

$$h\cdot\frac{c}{\lambda} = \phi_o + E_c(\text{máx}) \qquad E_c(\text{máx}) = h\cdot\frac{c}{\lambda} - \phi_o$$

$$E_c(\text{máx}) = 6{,}63\times10^{-34}\cdot\frac{3\times10^8}{10^{-7}} - 1{,}33\times10^{-19} = 1{,}86\times10^{-18}\,\mathrm{J}$$

b. El potencial de frenado corresponde es el mínimo potencial que se ha de aplicar entre los dos electrodos para frenar los electrones emitidos por el metal, se halla a partir de la energía cinética con la que salen los electrones del metal por electrón.

$$E_c = e\cdot V_{frenado}$$

$$V_{frenado} = \frac{E_c}{e} = \frac{1{,}86\cdot10^{-18}}{1{,}6\times10^{-19}} = 11{,}6\ \mathrm{V}$$

Septiembre 2012. Pregunta 5A.- El trabajo de extracción de un material metálico es 2,5 eV. Se ilumina con luz monocromática y la velocidad máxima de los electrones emitidos es de $1,5\times10^{6}$ m s^{-1}. Determine:

- **a)** La frecuencia de la luz incidente y la longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones emitidos.
- **b)** La longitud de onda con la que hay que iluminar el material metálico para que la energía cinética máxima de los electrones emitidos sea de 1,9 eV.

Datos: Constante de Planck, h = $6,63\times10^{-34}$ J s; Valor absoluto de la carga del electrón, e= $1,6\times10^{-19}$ C ;
Masa del electrón, me = $9,11\times10^{-31}$ kg; Velocidad de la luz en el vacío, c = 3×10^{8} m s^{-1}

Solución.

a. Se define trabajo de extracción como la energía que hay que aplicar a un metal para extraer un e^{-} en reposo (no incluye la energía cinética asociada a la velocidad de él).

$$W = 2'5\,\text{eV}\,\frac{1'6\times10^{-19}\,\text{J}}{1\text{eV}} = 4\times10^{-19}\,\text{J}$$

La energía necesaria para extraer a un e^{-} de un metal a una determinada velocidad, se descompone en dos sumandos

$$E = W_e + E_c$$

Si la energía utilizada es en forma de radiación luminosa, y teniendo en cuenta la definición de energía cinética:

$$h\cdot\nu = W_e + \frac{1}{2}m\cdot v^2$$

Despejando de la igualdad, se despeja la frecuencia (ν) de la luz incidente.

$$\nu = \frac{W_e + \frac{1}{2}m\cdot v^2}{h} = \frac{4\times10^{-19} + \frac{1}{2}\cdot 9,11\times10^{-31}\cdot\left(1,5\times10^{6}\right)^2}{6,63\times10^{-34}} = 2,15\times10^{15}\,\text{Hz}$$

Se define la longitud de onda de De Broglie como:

$$\lambda_B = \frac{h}{mv} = \frac{6,63\cdot10^{-34}}{9,11\times10^{-31}\cdot 1,5\times10^{6}} = 4,85\times10^{-10}\,\text{m}$$

b. De igual forma que en el apartado anterior, pero en este caso se pide calcular la longitud de onda conocido el trabajo de extracción y la energía cinética de los electrones emitidos.

$$E = W_e + E_c$$

$$\left.\begin{array}{l} E = h\cdot\nu \\ \nu = \dfrac{c}{\lambda} \end{array}\right\} : E = h\cdot\frac{c}{\lambda} \;\Rightarrow\; h\cdot\frac{c}{\lambda} = W_e + E_c$$

$$\lambda = \frac{h\cdot c}{W_e + E_c} = \frac{6,63\times10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}\cdot 3\times10^{8}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}}{(2,5+1,9)\text{eV}\cdot 1,6\times10^{-19}\,\text{J}/\text{eV}} = 2,83\times10^{-7}\,\text{m}$$

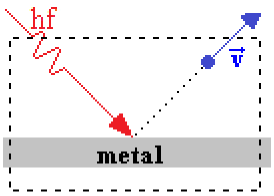
Modelo 2012. Pregunta 4A.- Al iluminar con luz de frecuencia $8,0\times10^{14}$ Hz una superficie metálica se obtienen fotoelectrones con una energía cinética máxima de $1,6\times10^{-19}$ J.

- **a)** ¿Cuál es la función de trabajo del metal? Exprese su valor en eV.
- **b)** Determine la longitud de onda mínima de los fotones que producirían fotoelectrones en dicho material.

Datos: *Constante de Planck h* = $6,63\times10^{-34}$ J s; *velocidad de la luz en el vacío c* = $3,00\times10^{8}$ m/s; *valor absoluto de la carga del electrón e*= $1,6\times10^{-19}$ C.

Solución.

Nota: El apartado b de la pregunta no está correctamente enunciado, la longitud de onda y la energía son inversamente proporcionales, por lo tanto entendemos que lo que se pide es la longitud de onda máxima de los fotones que producirán fotoelectrones.



a. Si se hace un balance de energía, se debe cumplir el principio de conservación, la energía asociada a la radiación se transforma en trabajo de extracción de los fotoelectrones y en energía cinética de estos.

$$E_R = W_e + E_c$$
$$hf = W_e + E_c$$
$$W_e = hf - E_c = 6{,}63\times10^{-34}\cdot 8\times10^{14} - 1{,}6\times10^{-19} = 3{,}7\times10^{-19}\,\text{J}$$

Para expresarlo en electrón voltio, se divide por el factor de conversión, que es la carga del electrón en valor absoluto.

$$W_e = \frac{3{,}7\times10^{-19}\,\text{J}}{1{,}6\times10^{-19}\,\text{J}/\text{eV}} = 2{,}3\,\text{eV}$$

b. Para resolver este apartado se parte de un supuesto teórico: *los fotoelectrones emitidos se emiten velocidad nula*, y por tanto toda la energía de la radiación se transforma en trabajo de extracción.

$$E_R = W_e : \; hf = W_e : \; f = \frac{W_e}{h} = \frac{3{,}7\times10^{-19}\,\text{J}}{6{,}63\times10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}} = 5{,}58\times10^{14}\,\text{s}^{-1}$$

Conocida la frecuencia de la radiación luminosa se calcula su longitud de onda.

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3\times10^{8}\,\text{m s}^{-1}}{5{,}58\times10^{14}\,\text{s}^{-1}} = 5{,}4\times10^{-7}\,\text{m}$$

Para que se produzca emisión de electrones, la longitud de onda de la radiación debe ser inferior a $5{,}4\times10^{-7}\,\text{m}$.

Septiembre 2011. Cuestión 3A.- Una radiación de luz ultravioleta de 350 nm de longitud de onda incide sobre una superficie de potasio. Si el trabajo de extracción de un electrón para el potasio es de 2 eV, determine:

a) La energía por fotón de la radiación incidente, expresada en electrón-voltios
b) La velocidad máxima de los electrones emitidos.

Datos: *Constante de Planck $h = 6{,}63\cdot10^{-34}$ J·s; velocidad de la luz en el vacío $c = 3{,}00\cdot10^{8}$ m/s ; valor absoluto de la carga del electrón $e= 1{,}60\cdot10^{-19}$ C; masa del electrón $m=9{,}11\cdot10^{-31}$ kg.*

Solución.

a. La energía de cada fotón del haz es:

$$E = h\cdot\nu = h\cdot\frac{c}{\lambda} = 6{,}63\times10^{-34}\cdot\frac{3\times10^{8}}{350\times10^{-9}} = 5{,}683\times10^{-19}\,\text{J}$$
$$E = 5{,}683\times10^{-19}\,\text{J}\cdot\frac{1\,\text{eV}}{1{,}6\times10^{-19}\,\text{J}} = 3{,}55\,\text{eV}$$

b. La energía cinética máxima de los electrones es la diferencia entre la energía de la radiación y el rabajo de extracción.

$$E_c = E - W = 5{,}683\times10^{\acute{}-19} - 2\cdot1{,}6\times10^{-19} = 2{,}483\times10^{-19}\,\text{J}$$

Conocida la energía cinética máxima, se calcula la máxima velocidad de os electrones emitidos.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \qquad v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot2{,}483\times10^{-19}}{9{,}11\times10^{-31}}} = 7{,}38\times10^{5}\,\text{m}/\text{s}$$

Septiembre 2010 F.M. Cuestión 3A.- Se ilumina un metal con luz correspondiente a la región del amarillo, observando que se produce efecto fotoeléctrico. Explique si se modifica o no la energía cinética máxima de los electrones emitidos:

a) Si iluminando el metal con la luz amarilla indicada se duplica la intensidad de la luz.
b) Si se ilumina el metal con luz correspondiente a la región del ultravioleta.

Solución.

a. Si se duplica la intensidad de la luz amarilla se duplica el número de fotones que inciden sobre el metal, pero no se modifica la energía de estos, por lo tanto no varía la energía cinética de los electrones emitidos por el metal, la cual solo depende de la energía asociada a los fotones incidentes, no del número de ellos.

b. La longitud de onda de la luz ultravioleta es menor que la de la luz amarilla.
$\lambda(\text{Ultravileta}) < \lambda(\text{Amarillo})$

$$\left.\begin{array}{r} E = h \cdot \nu \\ \nu = \dfrac{c}{\lambda} \end{array}\right\} : E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Teniendo en cuenta que la energía de una radiación es inversamente proporcional a la longitud de onda, a menor longitud de onda, mayor energía de la radiación incidente y por tanto mayor energía cinética de los electrones emitidos, por lo tanto al iluminar el metal con luz ultravioleta (de menor longitud de onda y por tanto mayor energía), los electrones emitidos tendrán mayor energía cinética,

$$E_c\left(e^- \text{ emitidos}\right) = E(\text{Radiación}) - W_{\text{Extracción}}$$

Junio 2010 F.M. Cuestión 3A.-
Dos partículas poseen la misma energía cinética. Determine en los dos casos siguientes:

a) La relación entre las longitudes de onda de De Broglie correspondientes a las dos partículas, si la relación entre sus masas es $m_1 = 50\ m_2$.
b) La relación que existe entre las velocidades, si la relación entre sus longitudes de onda de De Broglie es $\lambda_1 = 500\ \lambda_2$.

Solución.

a. Se define la longitud de onda de De Broglie como:

$$\lambda_{DB} = \lambda = \frac{h}{mv}$$

La relación entre las longitudes de onda de De Broglie para las dos partículas es:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\dfrac{h}{m_1 v_1}}{\dfrac{h}{m_2 v_2}} = \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1}$$

La relación entre las velocidades se obtiene mediante la relación entre las energías cinéticas de las dos partículas

$$E_c(1) = E_c(2)$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \ : \ \frac{v_2^2}{v_1^2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{50 m_1}{m_2} = 50 \ : \ \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{50}$$

Sustituyendo en la relación entre las longitudes de onda:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{m_2}{m_1} \frac{v_2}{v_1} = \frac{m_2}{50 m_2} \sqrt{50} = \frac{\sqrt{50}}{50} = \frac{5\sqrt{2}}{50} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

b. Partiendo de la relación entre las longitudes de onda del apartado anterior:

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{m_2 v_2}{m_1 v_1} = 500 \ : \ \frac{v_2}{v_1} = 500 \frac{m_1}{m_2}$$

La relación entre las masas se obtiene de la igualdad de sus energías cinéticas.

$$E_c(1) = E_c(2)$$

$$\frac{1}{2}m_1 v_1^2 = \frac{1}{2}m_2 v_2^2 \ : \ \frac{m_1}{m_2} = \frac{v_2^2}{v_1^2}$$

Sustituyendo en la relación de las velocidades:

$$\frac{v_2}{v_1} = 500\frac{v_2^2}{v_1^2} \ : \ \frac{v_1}{v_2} = 500$$

Junio 2010 F.M. Cuestión 3B.- Una radiación monocromática de longitud de onda de 600 nm incide sobre un metal cuyo trabajo de extracción es de 2 eV Determine:

a) La longitud de onda umbral para el efecto fotoeléctrico.

b) La energía cinética máxima de los electrones emitidos expresada en eV

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón e $= 1,6\times 10^{-19}$ C

Constante de Planck h = 6,63 × 10^{-34} J s; Velocidad de la luz en el vacío c = 3 × 10^{8} m s^{-1}

Solución.

a. Aplicando la ecuación de Planck y la relación entre la frecuencia y la longitud de onda:

$$\left.\begin{array}{l} E = h \cdot \nu \\ \nu = \dfrac{c}{\lambda} \end{array}\right\} : E = h \cdot \frac{c}{\lambda} \ : \ \lambda = h \cdot \frac{c}{E}$$

La energía es la correspondiente al trabajo de extracción, y debe expresarse en el sistema internacional.

$$E = W_{extr} = 2e\,V \cdot 1,6\times 10^{-19}\ \frac{J}{eV} = 3,2\times 10^{-19}\ J$$

$$\lambda = h \cdot \frac{c}{E} = 6,63\times 10^{-34}\,J \cdot s\,\frac{3\times 10^8\,ms^{-1}}{3,2\times 10^{-19}\,J} = 6,22\times 10^{-7}\,m = 622\,nm$$

b. Se trata de un balance energético. La energía de la radiación se transforma en trabajo de extracción y en energía cinética de los electrones.

$$E_R = W_{ext} + E_c\left(e^-\right) \ : \ E_c\left(e^-\right) = E_R - W_{ext}$$

$$E_c\left(e^-\right) = h \cdot \nu - W_{ext} = h \cdot \frac{c}{\lambda_R} - W_{ext} = 6,63\times 10^{-34} \cdot \frac{3\times 10^8}{600 \cdot 10^{-9}} - 2 \cdot 1,6\times 10^{-19} = 1,15\times 10^{-20}\,J$$

Modelo 2010. Cuestión 3B.- La energía mínima necesaria para extraer un electrón del sodio es de 2,3 eV. Explique si se producirá el efecto fotoeléctrico cuando se ilumina una lámina de sodio con las siguientes radiaciones:

a) Luz roja de longitud de onda 680 nm.

b) Luz azul de longitud de onda 360 nm.

Datos: Constante de Planck h = 6,63×10^{-34} J s; Velocidad de la luz en el vacío c = 3×10^{8} m/s

Valor absoluto de la carga del electrón e = 1,6×10^{-19} C

Solución.

Si la energía asociada a la radiación luminosa es superior al potencial de extracción, se produce la extracción del electrón (efecto fotoeléctrico).

Según la ecuación de Planck, la energía asociada a una radiación viene dada por la expresión:

$$E = h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

a. Luz roja: $E = 6,63\times 10^{-34} \cdot \dfrac{3\times 10^8}{680\times 10^{-9}} = 2,9\times 10^{-19}\,J \underset{\div 1,6\times 10^{-19}\ J/eV}{<>} 1,8\,eV < 2,3\,eV$

La luz roja no produce efecto fotoeléctrico sobre el sodio.

b. Luz roja: $E = 6{,}63\times10^{-34}\cdot\dfrac{3\times10^{8}}{360\times10^{-9}} = 5{,}5\times10^{-19}\,\text{J} \underset{\div 1{,}6\times10^{-19}\,\text{J}/\text{eV}}{<>} 3{,}4\,\text{eV} > 2{,}3\,\text{eV}$

La luz azul produce efecto fotoeléctrico sobre el sodio.

Septiembre 2008. Cuestión 5.

La longitud de onda umbral de la luz utilizada para la emisión de electrones en un metal por efecto fotoeléctrico es la correspondiente al color amarillo. Explique si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:

a) Iluminando con la luz amarilla umbral, si duplicamos la intensidad de luz duplicaremos también la energía cinética de los electrones emitidos.

b) Iluminando con luz ultravioleta no observaremos emisión de electrones.

Solución.

a) Falso. La luz amarilla umbral sólo arranca los electrones, no los aporta energía cinética, por definición de Umbral. En general, para una onda que produzca efecto fotoeléctrico sobre un metal, un aumento de intensidad no afecta a la energía cinética de los electrones emitidos, sino a la cantidad de los mismos.

b) Falso. Menor longitud de onda implica mayor frecuencia. La luz Ultravioleta tiene mayor frecuencia que la luz amarilla, por lo que la energía de un fotón ultravioleta, E = h. F, es mayor que la energía de un fotón Amarillo. Al iluminar con Ultravioleta se arrancarán electrones con energía cinética.

Luz	Longitudes de onda
Violeta	380 - 450 nm
Azul	450 - 495 nm
Verde	495 - 570 nm
Amarilla	570 - 590 nm
Naranja	590 - 620 nm
Rojo	620 - 750 nm

Junio 2008. Cuestión 4.

El potencial de frenado de los electrones emitidos por la plata cuando se incide sobre ella con luz de longitud de onda de 200 nm es 1,48 V. Deduzca:

a) La función de trabajo (o trabajo de extracción) de la plata, expresada en eV.

b) La longitud de onda umbral en nm para que se produzca el efecto fotoeléctrico.

Datos: Constante de Planck $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J s; Velocidad de la luz en el vacío $c = 3\times10^{8}$ m/s
Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1{,}6\times10^{-19}$ C

Solución.

a. Según el efecto fotoeléctrico, la energía de la radiación incidente sobre la superficie del metal es igual al trabajo de extracción del metal más energía cinética de los electrones.

$$h\nu = W_o + \frac{1}{2}mv^2$$

La frecuencia de la radiación se calcula a partir de la longitud de onda:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^{8}\,\text{m s}^{-1}}{200\times10^{-9}\,\text{m}} = 1{,}5\times10^{15}\,\text{Hz}\left(\text{s}^{-1}\right)$$

La energía cinética de los electrones emitidos se obtiene del potencial de frenado.

$$q\,V = \frac{1}{2}mv^2$$

Sustituyendo en la ecuación del efecto fotoeléctrico, se despeja el trabajo de extracción.

$$h\nu = W_o + qV$$

$$W_o = h\nu - qV = 6{,}63\times10^{-34}\,J\,s^{-1}\cdot1{,}5\times10^{15}\,s^{-1} - 1{,}6\times10^{-19}\,C\left(\frac{J}{V}\right)\cdot1{,}48\,V = 7{,}58\times10^{-19}\,J$$

$$W_o = 7{,}58\times10^{-19}\,J = \left\{\div1{,}6\times10^{-19}\,J/_{eV}\right\} = 4{,}74\,eV$$

b. La frecuencia umbral es la que consigue extraer electrones del metal con velocidad cero (energía cinética nula).

$h\nu = W_o$

$$\nu_o = \frac{W_o}{h} = \frac{7{,}58\times10^{-19}\,J}{6{,}63\times10^{-34}\,J\,s} = 1{,}14\times10^{15}\,Hz\left(s^{-1}\right)$$

Conocida la frecuencia umbral se calcula la longitud de onda.

$$\lambda_o = \frac{c}{\nu_o} = \frac{3\times10^8}{1{,}14\times10^{15}} = 2{,}625\times10^{-7}\,m = \left\{\div10^{-9}\right\} = 262{,}5\,nm$$

Modelo 2008. Cuestión 5.- En un experimento de efecto fotoeléctrico un haz de luz de 500 nm de longitud de onda incide sobre un metal cuya función de trabajo (o trabajo de extracción) es de 2,1 eV. Analice la veracidad o falsedad de las siguientes afirmaciones:

a) Los electrones arrancados pueden tener longitudes de onda de De Broglie menores que 10^{-9} m.

b) La frecuencia umbral del metal es mayor que 10^{14} Hz.

Datos: Constante de Planck h = $6{,}63\times10^{-34}$ J s: Velocidad de la luz en el vacío c = 3×10^8 m/s
Masa del electrón m_e = $9{,}1\times10^{-31}$ kg; Valor absoluto de la carga del electrón e = $1{,}6\times10^{-19}$ C

Solución.

a. Con los datos del enunciado, y suponiendo que toda la energía que no se emplea en la extracción se transforma en energía cinética, se puede calcular la velocidad máxima a la que saldrían los electrones. Teniendo en cuenta que la longitud de onda de De Broglie es inversamente proporcional a la velocidad $\left(\lambda_{DB} = \frac{h}{mv}\right)$, se calcula la mínima longitud de onda con la cual podrían ser extraídos los electrones.

Mediante un balance de energía se determina el incremento de energía cinética que experimentan los electrones extraídos.

$$E(\text{Radiación}) = W_o + E_c\left(e^-\right)$$

$$\left.\begin{array}{l} E(\text{Radiación}) = h\cdot\nu \\ \nu = \dfrac{c}{\lambda} \end{array}\right\} : E = h\cdot\frac{c}{\lambda} = 6{,}63\times10^{-34}\,J\,s\cdot\frac{3\times10^8\,m\,s^{-1}}{500\times10^{-9}\,m} = 3{,}98\times10^{-19}\,J$$

$$W_o(\text{Trabajo de extracción}) = 2{,}1\,eV\cdot1{,}6\times10^{-19}\,J/_{eV} = 3{,}36\times10^{-19}\,J$$

$$E_c\left(e^-\right) = E(\text{Radiación}) - W_o = 3{,}98\times10^{-19} - 3{,}36\times10^{-19} = 6{,}2\times10^{-20}\,J$$

Conocido ΔE_c se puede acabar de dos formas distintas:

1. Del incremento de energía cinética se despeja la velocidad máxima de extracción, y con ella la mínima longitud de onda de los electrones.

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}m_e v_e^2 \;;\quad v = \sqrt{\frac{2\Delta E_c}{m_e}} = \sqrt{\frac{2\cdot6{,}2\times10^{-20}\,J}{9{,}1\times10^{-31}kg}} = 3{,}69\times10^5\,m/_s$$

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{m_e v_e} = \frac{6{,}63\times10^{-34}}{9{,}1\times10^{-31}\cdot 3{,}69\times10^{5}} = 1{,}97\times10^{-9}\,m$$

2. El incremento de energía cinética se relaciona con la cantidad de movimiento, y se calcula la longitud de onda.

$$\Delta E_c = \frac{1}{2}m_e v_e^2 \xrightarrow{\times m_e} m_e\Delta E_c = \frac{1}{2}m_e^2 v_e^2 \xrightarrow{\times m_e} m_e v_e = \sqrt{2m_e\Delta E_c}$$

$$\lambda_{DB} = \frac{h}{m_e v_e} = \frac{h}{\sqrt{2m_e\cdot\Delta E_c}} = \frac{6{,}63\times10^{-34}}{\sqrt{2\cdot 9{,}1\times10^{-31}\cdot 6{,}2\times10^{-20}}} = 1{,}97\times10^{-9}\,m$$

La mínima longitud de onda con la que pueden ser extraído los electrones es de $1{,}97\times10^{-9}\,m > 10^{-9}$, por lo tanto la afirmación es FALSA.

b. $W_o = h\cdot\nu_o$, donde ν_o es la frecuencia de extracción ó frecuencia umbral.

$$\nu_o = \frac{W_o}{h} = \frac{3{,}36\times10^{-9}\,m}{6{,}63\times10^{-34}} = 5{,}1\times10^{14}\,Hz > 10^{14}\,Hz \quad \textbf{VERDADERA}$$

Septiembre 2007. Cuestión 5.- Determine la longitud de onda de De Broglie y la energía cinética, expresada en eV, de: **a)** un electrón cuya longitud de onda de De Broglie es igual a la longitud de onda en el vacío de un fotón de energía 10^4 eV; **b)** una piedra de masa 80 g que se mueve con una velocidad de 2 m/s.

Datos: Constante de Planck h =6,63×10^{-34} J s*; Velocidad de la luz en el vacío* c = 3×10^{8} m/s
Masa del electrón m_e =9,1×10^{-31} kg*; Valor absoluto de la carga del electrón e* = 1,6×10^{-19} C

Solución.

a. $\lambda_{dB}(e^-) = \lambda(\text{fotón})$ La longitud de onda del fotón la obtenemos de la ecuación de Planck (E = hν) y de su relación con la frecuencia (λ = c/ν).

$$\left.\begin{array}{r} E = h\nu \\ \lambda(\text{fotón}) = \dfrac{c}{\nu} \end{array}\right\} : \lambda(\text{fotón}) = \frac{c}{E/h} = \frac{hc}{E} = \frac{6'63\times10^{-34}\,Js\cdot 3\times10^{8}\,ms^{-1}}{10^4\ eV\cdot 1'6\times10^{-19}\ \cancel{J}/eV} \approx 1'24\times10^{-10}\,m$$

$$\lambda_{dB}(e^-) = 1'24\times10^{-10}\,m$$

Nota: 1 eV <> 1'6×10^{-19} J

La energía cinética del electrón se puede relacionar con la longitud de onda de Debroglie mediante su definición.

$$\lambda_{dB}(e^-) = \frac{h}{m_e v}$$

Despejando el producto mv, se opera para obtener en el primer miembro la expresión de la energía cinética:

$$m_e v = \frac{h}{\lambda_{dB}} \xrightarrow{\uparrow 2} (m_e v)^2 = \left(\frac{h}{\lambda_{dB}}\right)^2$$

$$m_e^2 v^2 = \frac{h^2}{\lambda_{dB}^2} \xrightarrow{\div m} \frac{m_e^2 v^2}{m_e} = \frac{\frac{h^2}{\lambda_{dB}^2}}{m_e}$$

$$m_e v^2 = \frac{h^2}{\lambda_{dB}^2 m_e} \xrightarrow{\times\frac{1}{2}} \frac{1}{2}m_e v^2 = \frac{h^2}{2\lambda_{dB}^2 m_e}$$

$$E_c = \frac{h^2}{2\lambda_{dB}^2 m_e} = \frac{\left(6'63\times10^{-34}\right)^2}{2\cdot\left(1'24\times10^{-10}\right)^2\cdot 9'1\times10^{-31}} = 1'57\times10^{-17}\,J = 98'1\,eV$$

b. $$\lambda_{dB}(\text{piedra}) = \frac{h}{m_p v} = \frac{6'63\times10^{-34}\,Js}{80\times10^{-3}\,Kg\cdot 2\,m/s} \approx 4'1\times10^{-33}\,m$$

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}80\times10^{-3}\cdot 2^2 = 0'16J <> 10^{18}\,eV$$

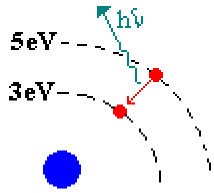
Nota: 1 J <> 6'25×10^{18} eV

Modelo 2007. Cuestión 5.- Un electrón de un átomo salta desde un nivel de energía de 5 eV a otro inferior de 3 eV, emitiéndose un fotón en el proceso. Calcule la frecuencia y la longitud de onda de la radiación emitida, si ésta se propaga en el agua.

Datos: Índice de refacción $n_{agua} = 1{,}33$ Velocidad de la luz en el vacío $c = 3\times10^8$ m/s

Constante de Planck $h = 6{,}63\times10^{-34}\,Js$ Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1{,}6\times10^{-19}\,C$

Solución.



La energía asociada a una radiación viene determinada por la ecuación de Planck:

$$\Delta E = h\cdot \nu$$

Donde h es la constante de Planck y ν es la frecuencia de la radiación.

$$\nu = \frac{\Delta E}{h}$$

$$\Delta E = 5eV - 3eV = 2eV = 2eV\cdot 1'6\times10^{-19}\,\frac{J}{eV} = 3'2\times10^{-19}\,J$$

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} = \frac{3'2\times10^{-19}\,J}{6'63\times10^{-34}\,J\cdot s} = 4'83\times10^{14}\,s^{-1}$$

La frecuencia no depende del medio material por el que se propaga la radiación sino de la energía, por lo tanto, la frecuencia de la radiación será la misma en cualquier medio.

La longitud de onda si depende del medio de propagación, se calcula a partir de la velocidad de propagación en el medio.

$$v_{Agua} = \lambda\cdot\nu \quad : \quad \lambda = \frac{v_{Agua}}{\nu}$$

Para calcular la velocidad de propagación en el agua se emplea el índice de refracción (n), que es el cociente de la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz en el medio cuyo índice se conoce.

$$n_{Agua} = \frac{c}{v_{Agua}} \quad : \quad v_{Agua} = \frac{c}{n_{Agua}} = \frac{3\times10^8\,m\,s^{-1}}{1'33} = 2'26\times10^8\,m\,s^{-1}$$

Sustituyendo en la expresión de la longitud de onda:

$$\lambda = \frac{v_{Agua}}{\nu} = \frac{2{,}26\times10^8\,m\,s^{-1}}{4'83\times10^{14}\,s^{-1}} = 4'7\times10^{-7}\,m = 4700\,nm$$

Junio 2006. Cuestión 5.-

Calcule en los dos casos siguientes la diferencia de potencial con que debe ser acelerado un protón que parte del reposo para que después de atravesar dicho potencial:

a) El momento lineal del protón sea $10^{-21}\,kg\,m\,s^{-1}$

b) La longitud de onda de De Broglie asociada al protón sea $5\times10^{-13}\,m$

Datos: Carga del protón $q_{p^+} = 1'6\times10^{-19}\,C$; Masa del protón $m_{p^+} = 1'67\times10^{-27}\,kg$;

Constante de Planck $h = 6'63\times10^{-34}\,Js$

Solución.

a. El momento lineal del protón es:

$$P_{p^+} = m_{p^+} v_{p^+} = 10^{-21}\,\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Si el electrón parte del reposo toda su energía cinética viene de la variación de energía potencial, que es el producto de la carga por la variación de potencial, igualando se puede obtener una expresión para la diferencia de potencial a la que habrá que someter al protón.

$$\left.\begin{array}{l} E_{p^+} = q_{p^+}\cdot\Delta V \\ E_c = \frac{1}{2} m_{p^+}\cdot v_{p^+}^2 \end{array}\right\} : q_{p^+}\cdot\Delta V = \frac{1}{2} m_{p^+}\cdot v_{p^+}^2 \Rightarrow \Delta V = \frac{m_{p^+}\cdot v_{p^+}^2}{2q_{p^+}}$$

Expresión que se puede poner en función del momento lineal si se tiene en cuenta la definición de este.

$$v_{p^+} = \frac{P_{p^+}}{m_{p^+}} \Rightarrow v_{p^+}^2 = \frac{P_{p^+}^2}{m_{p^+}^2}$$

$$\Delta V = \frac{m_{p^+}\cdot v_{p^+}^2}{2q_{p^+}} = \frac{m_{p^+}\frac{P_{p^+}^2}{m_{p^+}^2}}{2q_{p^+}} = \frac{P_{p^+}^2}{2q_{p^+} m_{p^+}}$$

Sustituyendo en la expresión simplificando:

$$\Delta V = \frac{P_{p^+}^2}{2q_{p^+} m_{p^+}} = \frac{\left(10^{-21}\right)^2}{2\cdot 1'6\times10^{-19}\cdot 1'67\times10^{-27}}(v) = 1{,}87\times10^3 (v)$$

b. La longitud de onda de De Broglie es:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{m_{p^+} v_{p^+}} = 5\times10^{-13}\,\text{m}$$

Despejando la velocidad:

$$v_{p^+} = \frac{h}{m_{p^+}\lambda_{dB}}$$

Por los mismos argumentos que en el apartado anterior: $q_{p^+}\cdot\Delta V = \frac{1}{2} m_{p^+}\cdot v_{p^+}^2$

$$\Delta V = \frac{m_{p^+}}{2q_{p^+}}\left(\frac{h}{m_{p^+}\lambda_{dB}}\right)^2 = \frac{h^2}{2q_{p^+}\cdot m_{p^+}\cdot\lambda_{dB}^2} = 6'58\times10^{13} (v)$$

Sustituyendo por los datos:

$$\Delta V = \frac{\left(6'63\times10^{-34}\right)^2}{2\cdot 1'6\times10^{-19}\cdot 1'67\times10^{-27}\cdot\left(5\times10^{-13}\right)^2} = 3'29\times10^3 (v)$$

Modelo 2006. Cuestión 5.- Se ilumina una superficie metálica con luz cuya longitud de onda es de 300 nm, siendo el trabajo de extracción del metal de 2,46 eV Calcule:

- **a)** la energía cinética máxima de los electrones emitidos por el metal;
- **b)** la longitud de onda umbral para el metal.

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1{,}6\times10^{-19}\,\text{C}$

Velocidad de la Luz en el vació $c = 3\times10^8\,\text{ms}^{-1}$; Constante de Plack $h = 6{,}63\times10^{-34}\,\text{Js}$

Solución.

a. Según el fotoeléctrico, la diferencia de energía entre la comunicada a un átomo y la energía umbral de extracción ó trabajo de extracción (W), es la energía que adquieren los electrones extraídos. En el caso de que esta energía se emplee en variar su cantidad de movimiento, será energía cinética.

$$E_c\left(e^-\right) = E - W$$

Aplicando la ecuación de Planck, la energía cinética se puede poner en función de la frecuencia de la luz.

$$\left.\begin{array}{r} E_c\left(e^-\right) = E - \phi \\ E = h \cdot \nu \end{array}\right\} : E_c\left(e^-\right) = h \cdot \nu_{Luz} - W$$

La frecuencia de la luz se puede expresar en función de su longitud de onda, quedando la expresión anterior de la siguiente forma:

$$\left.\begin{array}{r} E_c\left(e^-\right) = h \cdot \nu_{Luz} - W \\ \nu_{Luz} = \dfrac{c}{\lambda_{Luz}} \end{array}\right\} : E_c\left(e^-\right) = h \cdot \frac{c}{\lambda_{Luz}} - W$$

En el sistema internacional:

$$\lambda = 300\ \text{nm} = 300 \times 10^{9}\ \text{m}$$

$$W = 2{,}46\ \text{eV} = 2'46\ \text{eV} \cdot 1'6 \times 10^{-19}\ \text{J}/\text{eV} = 3'93 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

Sustituyendo valores

$$E_c\left(e^-\right) = h \cdot \frac{c}{\lambda_{Luz}} - W = 6'63 \times 10^{-34}\ \text{J·s} \cdot \frac{3 \times 10^8\ \text{ms}^{-1}}{300 \times 10^{-9}\ \text{m}} - 3'93 \times 10^{-19}\ \text{J} = 2'7 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

$$E_c\left(e^-\right) = 2'7 \times 10^{-19}\ \text{J} = \frac{2'7 \times 10^{-19}\ \text{J}}{1'6 \times 10^{-19}\ \text{J}/\text{eV}} = 1'69\ \text{eV}$$

b. La longitud de onda umbral o mínima es la que lleva asociada una energía igual al trabajo de extracción.

$$E_{luz} = W \Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} = W \Rightarrow \lambda = h \cdot \frac{c}{W}$$

En el sistema internacional de unidades:

$$\lambda = h \cdot \frac{c}{W} = 6'63 \times 10^{-19}\ \text{J·s} \cdot \frac{3 \times 10^8\ \text{ms}^{-1}}{3'93 \times 10^{-19}\ \text{J}} = 5'06 \times 10^{-7}\ \text{m} = 506\ \text{nm}$$

En unidades SI: $W = (2{,}46) \times \left(1{,}6 \times 10^{-19}\right) = 3{,}94 \times 10^{-19}\ \text{J} \Rightarrow \lambda = \dfrac{6{,}63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{3{,}94 \times 10^{-19}} = 5{,}05 \times 10^{-7}\ \text{m}$

$$\Rightarrow \lambda\text{umbral} = 505\text{nm}$$

Septiembre 2005. Cuestión 5. Un protón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 10 V. Determine:

a) La energía que adquiere el protón expresada en eV y su velocidad en m/s.

b) La longitud de onda de De Broglie asociada al protón moviéndose con la velocidad anterior.

Datos: Constante de Planck = $6{,}63 \times 10^{-34}$ J s; Masa del protón = $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg;
Carga del protón = $1{,}6 \times 10^{-19}$ C

Solución.

a. La energía potencial de una carga sometida a una diferencia de potencial V viene dada por la expresión:

$$E = q \cdot V$$

Si la carga es un protón:

$$E = q_{p^+} \cdot V$$

Por otro lado, 1 eV es la energía que tiene una partícula de carga como la del electrón sometida a una diferencia de potencial de 1 v. En el caso que nos presentan, un protón, de igual carga en valor absoluto que un electrón, sometido a una diferencia de potencial de 10 v, adquiere una energía potencial de:

$$E_p(eV) = 1e^- \cdot 10\,V = 10\,eV$$

Para obtener la energía en unidades del sistema internacional basta con multiplicar por la carga del electrón.

$$E(J) = 10\,eV \cdot 1'6 \cdot 10^{-19}\ {}^{J}\!/\!_{eV} = 1'6 \cdot 10^{-18}\ J$$

Si toda la energía se transforma en energía cinética, la velocidad que adquiere el protón se puede calcular igualando la energía potencial a la energía cinética.

$$q_{p^+} \cdot V = \frac{1}{2} m_{p^+} \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2q_{p^+} \cdot V}{m_{p^+}}}$$

sustituyendo por los datos:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1'6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 10\,V}{1.67 \cdot 10^{-27}\,kg}} = 4'38 \cdot 10^4\ {}^{m}\!/\!_{s}$$

b. La expresión de la longitud de onda de de Broglie es:

$$\lambda_{dB} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6'63 \cdot 10^{-34}\,J{\cdot}s}{1'67 \cdot 10^{-27}\,kg \cdot 4'38 \cdot 10^4\ {}^{m}\!/\!_{s}} = 9'06 \cdot 10^{-12}\,m$$

Junio 2005. Cuestión 5.-

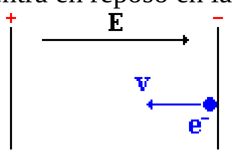
Un electrón que parte del reposo es acelerado por una diferencia de potencial de 50 V. Calcule:

- **a)** El cociente entre los valores de la velocidad de]a luz en el vacío y la velocidad alcanzada por el electrón.
- **b)** La longitud de onda de De Broglie asociada al electrón después de atravesar dicho potencial.

Datos: Constante de *Planck* h = 6’63×10^{-34} J s*; Velocidad* de *la luz en el vacío c* = 3×10^{8} m s^{-1} *Masa del electrón* m_e = 9’1×10^{-31} *kg; Valor absoluto* de *la carga del electrón* e^{-} = 1’6×10^{-19} C.

Solución.

a. Para que la cuestión no sea tan abstracta, vamos a suponer que el electrón se encuentra situado entre dos láminas de diferente signo, entre las que existe una diferencia de potencial de 50 v. Inicialmente el electrón se encuentra en reposo en la lámina negativa.



ΔV = 50 v = V₊ − V₋

El electrón cuando llegue a la lámina positiva tendrá una energía cinética igual a la energía potencial que tenia en la lámina negativa.

La energía potencial en la lámina negativa viene dada por la expresión:

$$\Delta E_p = E_p(f) - E_p(i) = q \cdot (V_f - V_i) = -e \cdot (V_+ - V_-) = -1'6 \times 10^{-19}\ C \cdot 50\ v = -8 \times 10^{-18}\ J$$

La energía cinética en la lámina positiva será:

$$\Delta E_c = E_c(f) - \underbrace{E_c(i)}_{0} = \frac{1}{2} m_{e^-} v_{e^-}^2$$

igualando

$$\Delta E_c = -\Delta E_p$$

$$\frac{1}{2} m_{e^-} v_{e^-}^2 = 8\times10^{-18} \Rightarrow v_{e^-} = \sqrt{\frac{2\cdot 8\times10^{-18}}{m_{e^-}}} = \sqrt{\frac{2\cdot 8\times10^{-18}}{9'1\times10^{-31}\,Kg}} = 4'2\times10^6\ m/s$$

Conocida la velocidad del electrón, se calcula el cociente.

$$\frac{c}{v_{ee^-}} = \frac{3\times10^8}{4'2\times10^6} = 71'5$$

b. Para calcular la longitud de onda de De Broglie $\left(\lambda = \frac{h}{p}\right)$ primero se calcula el momento lineal del electrón.

$$\left.\begin{array}{l} E_c = \frac{1}{2} m\cdot v^2 \\ p = m\cdot v \end{array}\right\} : E_c = \frac{p^2}{2m} = 8\times10^{-18}\,J$$

$$p = \sqrt{8\times10^{-18}\cdot 2m_{e^-}} == \sqrt{8\times10^{-18}\cdot 2\cdot 9'1\times10^{-31}} = 3'88\times10^{-24}\ kg\cdot m/s$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6`63\times10^{-31}\,J\cdot s}{3'88\times10^{-24}\ kg\cdot m/s} = 1'7\times10^{-10}\,m$$

Modelo 2005. Cuestión 5.- Una partícula α y un protón tienen la misma energía cinética. Considerando que la masa de la partícula α.es cuatro veces la masa del protón:

a) ¿Qué relación existe entre los momentos lineales de estas partículas?

b) ¿Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie correspondiente a estas partículas?

Solución.

a. $Ec_p = Ec_\alpha$; $m_\alpha = 4mp$

Los momentos lineales son:

$$P_p = m_p\cdot v_p$$
$$P_\alpha = m_\alpha\cdot v_\alpha$$

Puesto que las energías cinéticas son iguales:

$$\frac{1}{2} m_p\cdot v_p^2 = \frac{1}{2} m_\alpha\cdot v_\alpha^2$$

o también:

$$\frac{P_p^2}{2m_p} = \frac{P_\alpha^2}{2m_\alpha} \qquad \frac{P_p^2}{P_\alpha^2} = \frac{m_p}{m_\alpha} \qquad \frac{P_p}{P_\alpha} = \sqrt{\frac{m_p}{4m_p}}$$

y entonces, la relación entre los momentos lineales es:

$$\frac{P_p}{P_\alpha} = \frac{1}{2} \qquad P_p = \frac{1}{2} P_\alpha$$

b. La relación entre las longitudes de onda de De Broglie:

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_p = \frac{h}{P_p} \\ \lambda_\alpha = \frac{h}{P_\alpha} \end{array}\right\} : \frac{\lambda_p}{\lambda_\alpha} = \frac{P_\alpha}{P_p} = 2 \text{ por tanto } \quad \lambda_p = 2\lambda_\alpha$$

Septiembre 2004. Cuestión 5. El trabajo de extracción para el sodio es de 2’5 eV. Calcule:

a) La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que los electrones salgan del metal con una velocidad máxima de 10^7 m s^{-1}.

b) La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones que salen del metal con la velocidad de 10^7 m s^{-1}.

Datos: Constante de Planck h = $6'63 \times 10^{-34}$ Js; Velocidad de la luz en el vacío c = 3×10^8 m/s
Valor absoluto de la carga del electrón e = $1'6 \times 10^{-19}$ C; masa del electrón m = $9'1 \times 10^{-31}$ kg

a) La longitud de onda de la radiación que debemos usar para que los electrones salgan del metal con una velocidad máxima de 10^7 m s^{-1}.

Solución.

Se define trabajo de extracción como la energía que hay que aplicar a un metal para extraer un e^- en reposo(no incluye la energía cinética asociada a la velocidad de él).

$$W = 2'5\,\text{eV}\,\frac{1'6\times 10^{-19}\,\text{J}}{1\text{eV}} = 4\times 10^{-19}\,\text{J}$$

La energía necesaria para extraer a un e^- de un metal a una determinada velocidad, se descompone en dos sumandos

$$E = W_e + E_c$$

Si la energía utilizada es en forma de radiación luminosa, y teniendo en cuenta la definición de energía cinética:

$$h\cdot\nu = W_e + \frac{1}{2}m\cdot v^2$$

por ser una radiación luminosa, $\nu = \frac{c}{\lambda}$, sustituyendo

$$h\cdot\frac{c}{\lambda} = W_e + \frac{1}{2}m\cdot v^2 \quad \text{despejando} \quad \lambda = \frac{h\cdot c}{W_e + \frac{1}{2}m\cdot v^2}$$

sustituyendo por los datos:

$$\lambda = \frac{h\cdot c}{W_e + \frac{1}{2}m\cdot v^2} = \frac{6'63\times 10^{-34}(\text{J}\cdot\text{s})\cdot 3\times 10^8\left(\text{m}/\text{s}\right)}{4\times 10^{-19}(\text{J}) + \frac{1}{2}\cdot 9'1\times 10^{-31}(\text{Kg})\cdot\left(10^7\left(\text{m}/\text{s}\right)\right)^2} = 4'3\times 10^{-9}\ \text{J}$$

b) La longitud de onda de De Broglie asociada a los electrones que salen del metal con la velocidad de 10^7 m s^{-1}.

Solución.

La longitud de onda de De Broglie se define según la ecuación:.

$$\lambda_B = \frac{h}{m\cdot v} \qquad \lambda_B = \frac{h}{p}$$

donde h es la constante de Planck, y p es la cantidad de movimiento de la partícula.
Sustituyendo por los datos del enunciado

$$\lambda_B = \frac{h}{m\cdot v} = \frac{6'63\times 10^{-34}(\text{J}\cdot\text{s})}{9'1\times 10^{-31}(\text{Kg})\cdot 10^7\left(\text{m}/\text{s}\right)} = 7'28\times 10^{-11}\ \text{m}$$

Junio 2004. Cuestión 5.- Un cierto haz luminoso provoca efecto fotoeléctrico en un determinado metal. Explique cómo se modifica el número de fotoelectrones y su energía cinética si:

a) Aumenta la intensidad del haz luminoso;
b) Aumenta la frecuencia de la luz incidente:
c) Disminuye la frecuencia de la luz por debajo de la frecuencia umbral del metal.
d) ¿Cómo se define la magnitud trabajo de extracción?

Solución.

a. Si se aumenta la intensidad del haz luminoso, lo que se hace es aumentar el nº de fotones por unidad de tiempo y de área, por lo que aumenta el nº de fotoelectrones.

b. Si se aumenta la frecuencia del haz, lo que se hace es aumentar la energía de cada fotón:

$$E = h\cdot\nu$$

por lo que crece la E_c de los foto electrones.

c. Si disminuimos la frecuencia por debajo de la frecuencia umbral ningún e^- saldrá del metal ya que la energía de los fotones es insuficiente.

d. La función trabajo es la diferencia de energía entre el fotón entrante y el e^- saliente

$$\phi = E_\varphi - E_c^{e^-}$$

Modelo 2004. Cuestión 5.- En un átomo, un electrón pasa de un nivel de energía a otro nivel inferior. Si la diferencia de energías es de 2×10^{-15} J, determine la frecuencia y la longitud de onda de la radiación emitida.

Datos: Constante de Planck $h = 6'63\times10^{-34}\,J\cdot s$
Velocidad de la luz en el vacío $c = 3\times10^{8}\,m\cdot s^{-1}$

a. Cuando un electrón pasa de un nivel energético a otro de menor energía, libera un fotón, cuya energía es precisamente la diferencia entre ambos niveles:

$$\Delta E = h\cdot\nu$$

la expresión anterior relaciona la energía de un fotón con una frecuencia, a través de la constante de Planck, dejando la frecuencia(ν):

$$\nu = \frac{\Delta E}{h}$$

sustituyendo valores:

$$\nu = \frac{2\times10^{-15}\,J}{6'63\times10^{-34}\,J\cdot s} \qquad \text{operando} \qquad \nu = 3'02\times10^{18}\,s^{-1}(Hz)$$

b. La longitud de onda(λ) de la radiación emitida se relaciona con la frecuencia(ν) mediante la siguiente expresión:

$$c = \lambda\cdot\nu \qquad \lambda = \frac{c}{\nu}$$

y sustituyendo por los valores numéricos:

$$\lambda = \frac{3\times10^{8}\,m/s}{3'02\times10^{18}\,s^{-1}} \qquad \lambda = 9'93\times10^{-11}\,m$$

Septiembre 2003. Cuestión 5. A una partícula material se le asocia la llamada longitud de onda de De Broglie.

a) ¿Qué magnitudes físicas determinan el valor de la longitud de onda de De Broglie? ¿Pueden dos partículas distintas con diferente velocidad tener asociada la misma longitud de onda de De Broglie?

b) ¿Qué relación existe entre las longitudes de onda de De Broglie de dos electrones cuyas energías cinéticas vienen dadas por 2 eV y 8 eV?

Solución.

a La longitud de onda de De Broglie, depende, según la ecuación:.

$$\lambda_B = \frac{h}{m\cdot v} \qquad \lambda_B = \frac{h}{p}$$

donde h es la constante de Planck, y p es la cantidad de movimiento de la partícula.

Si, dos partículas diferentes a distinta velocidad pueden tener igual λ_B, siempre y cuando el producto de su masa por su velocidad (p) sea igual en ambas partículas.

b. $E_{c_1} = 2\,eV$, $E_{c_2} = 8\,eV$

La relación existente entre la energía cinética y la longitud de onda de De Broglie se obtiene a partir de:

$$\begin{cases} \lambda_B = \dfrac{h}{m \cdot v} \\ E_c = \dfrac{1}{2} mv^2 \end{cases}$$

operando con las ecuaciones anteriores :

$$mv^2 = 2E_c \qquad m^2v^2 = 2m \cdot E_c \qquad mv = \sqrt{2m \cdot E_c}$$

y sustituyendo mv en la longitud de onda de De Broglie:

$$\lambda_B = \frac{h}{\sqrt{2mE_c}}$$

Aplicando esta ecuación a ambos electrones

$$\left.\begin{array}{l} \lambda_{B_1} = \dfrac{h}{\sqrt{2m_e \cdot 2eV}} \\ \lambda_{B_2} = \dfrac{h}{\sqrt{2m_e \cdot 8eV}} \end{array}\right\} \xrightarrow{1eV = 1'6\times10^{-19}\,J} \begin{cases} \lambda_{B_1} = \dfrac{h}{\sqrt{4m_e \cdot 1'6\times10^{-18}}} \\ \lambda_{B_2} = \dfrac{h}{\sqrt{16m_e \cdot 1'6\times10^{-18}}} \end{cases}$$

dividiendo ambas expresiones

$$\frac{\lambda_{B_1}}{\lambda_{B_2}} = \frac{\dfrac{h}{\sqrt{4m_e \cdot 1'6\times10^{-18}}}}{\dfrac{h}{\sqrt{16m_e \cdot 1'6\times10^{-18}}}} : \frac{\lambda_{B_1}}{\lambda_{B_2}} = \sqrt{\frac{16m_e}{4m_e}} = 2$$

por lo tanto:

$$\lambda_{B_1} = 2 \cdot \lambda_{B_2}$$

A menor energía cinética, mayor longitud de De Broglie asociada

Septiembre 2003. Problema 2A. Un metal tiene una frecuencia umbral de $4'5\times10^{14}$ Hz para el efecto fotoeléctrico.

a) Si el metal se ilumina con una radiación de 4×10^{-7}m de longitud de onda ¿cuál será la energía cinética y la velocidad de los electrones emitidos?
b) Si el metal se ilumina con otra radiación distinta de forma que los electrones emitidos tengan una energía cinética el doble que en el caso anterior ¿cuál será la frecuencia de esta radiación?

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón $e = 1'6\times10^{-19}$C
Masa del electrón en reposo $m_e = 9'1\times10^{-31}$kg
Constante de Planck $h = 6'63\times10^{-34}$J s
Velocidad de la luz en el vacío $c = 3\times10^{8}$ m s^{-1}

Solución.

a. El balance energético del efecto fotoeléctrico es:

$$h \cdot \nu = h \cdot \nu_o + \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad -1-$$

Si la luz incidente tiene una $\lambda = 4 \times 10^{-7}$ m, su frecuencia es:

$$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3\times10^{8}\ \mathrm{m/s}}{4\times10^{-7}\ \mathrm{m}} = 7'5\times10^{14}\ \mathrm{Hz}$$

De la expresión -1- se despeja la energía cinética de los electrones:

$$\frac{1}{2}mv^{2} = h\cdot(\nu - \nu_{o}) \quad \text{-2-}$$

sustituyendo los valores numéricos:

$$\frac{1}{2}mv^{2} = 6'63\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}\cdot\left(7'5\times10^{14} - 4'5\times10^{14}\right)\mathrm{s}^{-1} = 1'99\times10^{-19}\ \mathrm{J}$$

conocida la energía cinética, se despeja la velocidad

$$E_{c} = \frac{1}{2}m\cdot v^{2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2E_{c}}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot1'99\times10^{-19}}{9'1\times10^{-31}}} = 6'61\times10^{5}\ \mathrm{m/s}$$

b. Si la energía cinética es doble que en el caso anterior:

$$E'_{c} = 2\cdot1'99\times10^{-19} = 3'98\times10^{-19}\ \mathrm{J}$$

teniendo en cuenta la expresión -2-

$$E'_{c} = h\cdot(\nu' - \nu_{o}):\quad 3'98\times10^{-19} = 6'63\times10^{-34}\left(\nu' - 4'5\times10^{14}\right)$$

despejando la frecuencia pedida

$$\nu' = \frac{3'98\times10^{-19}\ \mathrm{J}}{6'63\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}} + 4'5\times10^{14}\ \mathrm{s}^{-1} = 1'05\times10^{15}\ \mathrm{s}^{-1}$$

Septiembre 2002. Problema 2B. Los fotoelectrones expulsados de la superficie de un metal por una luz de 400 nm de longitud de onda en el vacío son frenados por una diferencia de potencial de 0’8 v.

a) Determine la función de trabajo del metal.
b) ¿Que diferencia de potencial se requiere para frenar los electrones expulsados de dicho metal por una luz de 300 nm de longitud de onda en el vacío?

Datos: Valor absoluto de la carga del electrón e^{-} = 1’6×10–19 C
Constante de Planck h = 6’63×10^{-34} J·s
Velocidad de la luz en el vacío c = 3×10^{8} m·s^{-1}

Solución.

La energía de los fotones de la luz incidente de $\lambda = 4\times10^{-7}$m, se invierte en superar la energía umbral del metal, y la energía restante se la llevan los electrones arrancados, en forma de energía cinética:

$$E_{luz} = W + \frac{1}{2}m\cdot v^{2}$$

a. La función de trabajo W, se halla despejando de la ecuación anterior:

$$W = E_{luz} - \frac{1}{2}m\cdot v^{2}$$

La energía de la luz incidente se halla como:

$$E_{Luz}(\mathrm{Incidente}) = h\cdot\nu_{Luz}$$

a partir de la longitud de onda($\lambda = 4\times10^{-7}$ m) se calcula la frecuencia

$$\nu = \frac{3\times10^{8}}{4\times10^{-7}} = 7'5\times10^{14}\,\text{Hz}$$

y sustituyendo

$$E_{Luz} = 6'67\times10^{-34}\cdot 7'5\times10^{14} = 4'97\times10^{-19}\,\text{J}$$

La E_c de los electrones, la hallamos sabiendo que la diferencia de potencial empleada para el frenado de estos es:

$$\Delta V = 0'8\ \text{v}$$

igualando

$$\frac{1}{2}\,m\cdot v^{2} = q\cdot\Delta V = 1'6\times10^{-19}\cdot 0'8$$

el potencial del frenado se lleva toda la energía cinética de los electrones

$$E_c\,(\text{electrones}) = 1'28\cdot10^{-19}\,\text{J}$$

Por tanto, la función de trabajo del metal:

$$W = E_{luz} - \frac{1}{2}\,m\cdot v^{2} = 4'97\times10^{-19} - 1'28\times10^{-19} = 3'69\times10^{-19}\,\text{J}$$

b. Si la luz tiene un $\lambda = 3\times10^{-7}$m, se calcula el potencial de frenado. La energía cinética que tendrán ahora los electrones arrancados será:

$$\frac{1}{2}\,m\cdot v^{2} = E_{luz} - W$$

teniendo en cuenta que W es una propiedad constante del metal.

$$E_{luz} = h\cdot\frac{c}{\lambda} = 6'63\times10^{-34}\cdot\frac{3\times10^{8}}{3\times10^{-7}} = 6'63\times10^{-19}\,\text{J}$$

Por tanto, la E_c será:

$$E_c = \frac{1}{2}\,mv^{2} = 6'63\times10^{-19} - 3'69\times10^{-19} = 2'94\cdot10^{-19}\,\text{J}$$

y sabiendo que:

$$E_c = q\cdot\Delta V$$

se despeja el potencial de frenado:

$$\Delta V = \frac{E_c}{q} = \frac{2'94\times10^{-19}}{1'6\times10^{-19}} = 1'84\,\text{v}$$

Septiembre 2001. Cuestión 5.- Dos partículas no relativistas tienen asociada la misma longitud de onda de De Broglie. Sabiendo que la masa de una de ellas es el triple que la masa de la otra, determine:

- **a.** La relación entre sus momentos lineales.
- **b.** La relación entre sus velocidades.

Solución.
La longitud de onda de De Broglie de cada partícula tiene la siguiente expresión:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot V}$$

para la partícula 1: $\lambda_1 = \dfrac{h}{m_1 \cdot v_1}$

para la partícula 2: $\lambda_2 = \dfrac{h}{m_2 \cdot v_2}$

a. Puesto que son iguales: $\lambda_1 = \lambda_2$

$$\frac{h}{m_1 \cdot v_1} = \frac{h}{m_2 \cdot v_2} \qquad \frac{h}{p_1} = \frac{h}{p_2} \qquad \text{por tanto } p_1 = p_2$$

b. Teniendo en cuenta que $m_1 = 3m_2$

$$\frac{h}{3m_2 \cdot v_1} = \frac{h}{m_2 \cdot v_2} \qquad \frac{1}{3v_1} = \frac{1}{v_2} \qquad v_2 = 3v_1$$

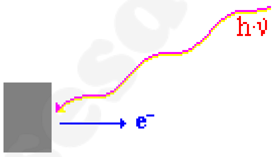
Junio 2001. Cuestión 5.

Un haz de luz monocromática de longitud de onda en el vacío 450 nm incide sobre un metal cuya longitud de onda umbral, para el efecto fotoeléctrico, es de 612 nm. Determine:

- **a)** La energía de extracción de los electrones del metal.
- **b)** La energía cinética máxima de los electrones que se arrancan del metal.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío $c = 3\times10^8$ m s^{-1}. Constante de Planck $h = 6{,}63\times10^{-34}$ J s

Solución.



$$\lambda = 450\times10^{-9}\ \text{m}$$
$$\lambda_o = 612\times10^{-9}\ \text{m}$$

a. La energía de extracción o energía umbral: $h\nu = h\nu_o + \frac{1}{2}mv^2$

$$h\nu_o = h\nu - \frac{1}{2}mv^2$$

Teniendo λ_o, se halla la $E_{EXTRACCION}$, calculando previamente la frecuencia umbral

$$\nu_o = \frac{C}{\lambda_o} \qquad \nu_o = 4'9 \cdot 10^{14}\ \text{Hz} \qquad E = h \cdot \nu_o \qquad E = 3'25 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

b. La ecuación del balance energético es:

$$h \cdot \nu = h \cdot \nu_o + \frac{1}{2}mv^2$$

Despejando la energía cinética:

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - h\nu_o$$
$$Ec = h(\nu - \nu_o)$$

Se calcula la ν que le corresponde a la luz monocromática de $\lambda = 450\text{nm}$.

$$\nu = \frac{c}{\lambda} \qquad \nu = \frac{3 \cdot 10^8}{450 \cdot 10^{-9}\ \text{m}} \qquad \nu = 6'67 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}$$

y la energía cinética es:

$$Ec = 6'63 10^{-34}\left(6'67 10^{14} - 4'9 10^{14}\right)$$
$$Ec = 1'171 10^{-19}\,J \qquad Ec = 0'732\,e\,V$$

Septiembre 2000. Cuestión 5.

a) ¿Qué intervalo aproximado de energías (en eV) corresponde a los fotones del espectro visible ?

b) ¿Qué intervalo aproximado de longitudes de onda de De Broglie tendrían los electrones en ese intervalo de energías?

Las longitudes de onda del espectro visible están comprendidas, aproximadamente, entre 390 nm en el violeta y 740 nm en el rojo.

Datos: Masa del electrón m = $9'1\times10^{-31}$ kg;

Valor absoluto de la carga del electrón e = $1'0\times10^{-19}$ C

Velocidad de la luz en el vacio c = 3×10^{8} m s^{-1}; Constante de Planck h = $6'63\times10^{-34}$ J·s

Solución.

a. El espectro visible cubre las longitudes de onda, desde 390 nm a 740 nm. Las frecuencias que corresponden a estas longitudes de onda(λ) son:

$$\nu_o = \frac{c}{\lambda_o} = \frac{3\times10^8}{390\times10^{-9}} = 7'69\times10^{14}\,Hz$$
$$\nu_f = \frac{c}{\lambda_f} = \frac{3\times10^8}{740\times10^{-9}} = 4'05\times10^{14}\,Hz$$

Las energías correspondientes a estas frecuencias son:

$$E_o = h\cdot\nu_0 = 6'63\times10^{-34}\cdot 7'69\times10^{14} = 5'10\times10^{-19}\,J$$
$$E_f = h\cdot\nu_f = 6'63\times10^{-34}\cdot 4'05\times10^{14} = 2'69\times10^{-19}\,J$$

la diferencia de ambas energías será:

$$\Delta E = 5'10\times10^{-19} - 2'69\times10^{-19} = 2'41\times10^{-19}\,J$$

Para expresarlo en eV habrá que tener en cuenta la equivalencia:

$$1\,eV \xrightarrow{\text{Equivale}} 1'6\times10^{-19}\ J$$

por lo tanto para pasar la energía en Julios a eV, se divide por la carga del electrón($1'6\times10^{-19}$)

$$\Delta E = 2'41\times10^{-19}\,J\cdot\frac{1}{1'6\times10^{-19}\ J/eV} = 1'51\,eV$$

b. Las longitudes de onda de De Broglie de los electrones con estas energías son:

$$\lambda_o = \frac{h}{m\cdot v} \qquad (1)$$

Si la energía de los electrones es enteramente cinética:

$$E_c = \frac{1}{2}m\cdot v^2$$

Despejando la v, para introducirla en (1):

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$$

λ_o queda de la forma:

$$\left.\begin{aligned}\lambda_0 &= \frac{h}{m\sqrt{\frac{2E_o}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2mE_o}} = \frac{6'63\times10^{-34}}{\sqrt{2\cdot 9'1\times10^{-31}\cdot 5'10\times10^{-19}}} = 6'88 10^{-10}\,m = 0'688\,nm\\ \lambda_f &= \frac{h}{m\sqrt{\frac{2E_f}{m}}} = \frac{h}{\sqrt{2mE_f}} = \frac{6'63\times10^{-34}}{\sqrt{2\cdot 9'1\times10^{-31}\cdot 2'69\times10^{-19}}} = 9'48 10^{-10}\,m = 0'948\,nm\end{aligned}\right\} : \Delta\lambda = 0'260\,nm$$

Junio 2000. Cuestión 5. Enuncie el principio de indeterminación de Heisenberg y comente su significado físico.

Solución.

Principio de indeterminación Heisenberg.

Es una de las consecuencias más importantes de la naturaleza dual de la materia; Fue enunciado por W. Heisenberg en 1927. Dice que es imposible conocer simultáneamente el momento lineal p y la posición de una partícula con absoluta certeza y exactitud; cuanto mayor sea el grado de precisión en la medida de una, mayor indeterminación tendremos en la otra.

El limite inferior de esta indeterminación vienen dado por:

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$ Donde h es la constante de Planck.

El concepto de trayectoria, por tanto, solo es aplicable a la mecánica clásica, ya que en mecánica cuántica, no podemos definirla con precisión (x y v a la vez). Se hace necesario entonces introducir el concepto de probabilidad, para definir, por ejemplo, la distribución de carga negativa de un átomo.

Cuando observamos una partícula subatómica, debemos incidir una luz sobre ella , de modo que le comunicamos un p, nada despreciable con respecto al $\vec{p}$ de dicha partícula. Esto no ocurre con objetos microscópicos.

Junio 2000. Problema 2A. Una radiación monocromática que tiene una longitud de onda en el vacío de 600 nm y una potencia de 0'54 W, penetra en una célula fotoeléctrica de cátodo de cesio cuyo trabajo de extracción es de 2'0 eV. Determine:

a) El número de fotones por segundo que viajan con la radiación.
b) La longitud de onda umbral del efecto fotoeléctrico para el cesio.
c) La energía cinética de los electrones emitidos.
d) La velocidad con que llegan los electrones al ánodo si se aplica una diferencia de potencial de 100 V.

Datos: Velocidad de la luz en el vacío c = 3×10^{8} m s^{-1}
Valor absoluto de la carga del electrón e = $1'6\times10^{-19}$ C
Masa del electrón m_e= $9,1\times10^{-31}$ kg
Constante de Planck = $6,63\times10^{-34}$ J s

Solución.

$$\lambda = 600nm$$
$$P = 0'54W$$
$$W_e = h \cdot \nu_o = 2eV$$

a. La energía que absorbe la célula en un segundo es:

$$P = E/t \Rightarrow E = P \cdot t = 0'54\ J/s \cdot 1s = 0,54J$$

La energía de un fotón de dicha radiación es:

$$E_{fotón} = h \cdot \nu$$

Donde: $\nu = \frac{c}{\lambda}$ $\nu = \frac{3 \cdot 10^8\ m/s}{600\times10^{-9}\ m} = 5\times10^{14}\ Hz$

$$E_{fotón} = h \cdot \nu = 6,63\times10^{-34} \cdot 5\times10^{14} = 3'32\times10^{-19}\ J$$

Por tanto, el nº de fotones será:

$$n^{o}\ \text{fotónes} = \frac{E_{TOTAL}}{E_{(UN\ FOTÓN)}} = \frac{0'54J}{3'32\times10^{-19}\ J/_{foton}} = 1'63\times10^{18}\ \text{fotones}$$

b. La longitud de onda umbral se obtiene del trabajo de extracción.

$$W_{extracción} = h\cdot\nu_{Umbral}$$

$$W_{extracción} = 2\ eV\cdot1{,}6\times10^{-19}\ \frac{J}{eV} = 3{,}2\times10^{-19}\ J = 6{,}63\times10^{-34}\ J\cdot s\cdot\nu_{Umbral}$$

$$\nu_{Umbral} = \frac{3{,}2\times10^{-19}\ J}{6{,}63\times10^{-34}\ J\cdot s} = 4{,}83\times10^{14}\ s^{-1}$$

Conocida la frecuencia umbral, se calcula la longitud de onda umbral.

$$\lambda_{Umbral} = \frac{c}{\nu_{Umbral}} = \frac{3\times10^{8}\ m\cdot s^{-1}}{4{,}83\times10^{14}\ s^{-1}} = 6{,}22\times10^{-7}\ m$$

c. La energía de la luz incidente, se invierte en superar la energía umbral de los electrones del cesio, y el "resto" en energía cinética para los electrones arrancados (Fotoelectrones).

$$h\cdot\nu = h\cdot\nu_{Umbral} + E_c(\text{fotoelectrones})$$

$$E_c(\text{fotoelectrones}) = h\cdot(\nu-\nu_{Umbral}) = 6{,}63\times10^{-34}\cdot\left(5\times10^{14}-4{,}83\times10^{14}\right) = 1{,}13\times10^{-20}\ J$$

d. Aplicando el principio de la conservación de energía y despreciando la energía cinética que poseen los electrones emitidos ($\sim10^{-20}$ J) frente a la diferencia de potencial a que son sometidos ($\sim10^{-15}$J) se calcula la velocidad con la que llegan al ánodo los electrones.

$$|\Delta E_p| = |E_c| \Leftrightarrow q\cdot\Delta V = \frac{1}{2}mv^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2q\cdot\Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2\cdot1{,}6\times10^{-19}\cdot100}{9{,}1\times10^{-31}}} = 5{,}93\times10^{6}\ m/_{s}$$