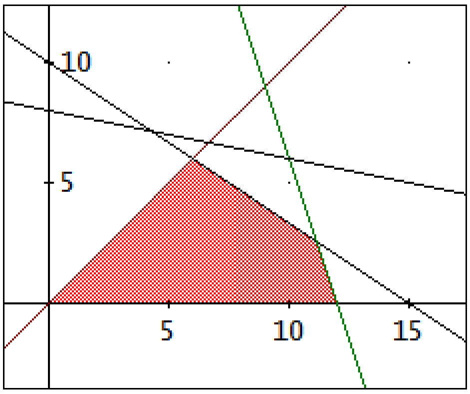
Bachillerato de Ciencias Humanas y Sociales	
SOLUCIONES	**Julio de 2015**

OPCIÓN A

Problema 1. Las restricciones: $\begin{cases} 2x+3y \le 30 \\ 3x+30 \le 36 \\ y \le x \\ 4x+20y \le 160 \\ x \ge 0,\ y \ge 0 \end{cases}$ determinan la región factible:



Los puntos posibles son *A(6,6), B(78/7,18/7)* y *C(12,0)*. Sustituyendo en la función objetivo *F(x,y)=300x*+350y se obtiene:

F(A)=3900, F(B)=4242'86, F(C)=3600. Luego se deben producir 78/7 toneladas de P_1 y 18/7 toneladas de P_2 y se consigue un ingreso máximo de 4242,86 €.

Problema 2. a) $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = 1+2=3$, $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \dfrac{6}{1+1} = 3$, $\lim f(1)=3$ y la función es continua en $\Re$.

b) La derivada $y' = \begin{cases} 2x & x<1 \\ \dfrac{-12x}{(x^2+1)^2} & x>1 \end{cases}$ Como $\lim\limits_{x\to 1^-} f'(x) = 2 \ne \lim\limits_{x\to 1^+} f'(x) = -3$ la función no es derivable y presenta un punto anguloso, y se anula en $x=0$.

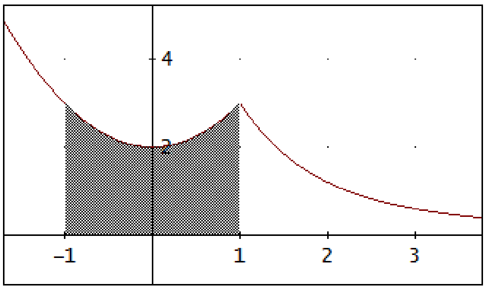
En el intervalo $(-\infty,0)$, $y'<0$, la función es decreciente.

En el intervalo $(0,1)$, $y'>0$, la función es creciente.

En el intervalo $(1,\infty)$, $y'<0$, la función es decreciente.

Por tanto hay un mínimo relativo en $(0,2)$ y un máximo relativo en $(1,3)$.

c) $\int_{-1}^{1}(x^2+2)dx = \frac{x^3}{3}+2x\Big|_{-1}^{1} = \frac{7}{3}-\left(-\frac{7}{3}\right)=\frac{14}{3}$.



Problema 3. Según el tipo de actividades extraescolares, sean los conjuntos:
A= {deportivas}, y B={No deportivas}.

a) $p(A'\cap B') = p(A\cup B)' = 1 - p(A\cup B) = 1-0{,}75 = 0{,}25$.

$$p(A|B) = \frac{p(A\cap B)}{p(B)} = \frac{1}{4} \rightarrow p(B) = 4p(A\cap B)$$

$p(A\cup B) = p(A)+p(B)-p(A\cap B)$ y sustituyendo los valores correspondientes:

$$0{,}75 = 0{,}55 + 4p(A\cap B) - p(A\cap B) \rightarrow 0{,}55 - 3p(A\cap B) \rightarrow p(A\cap B) = \frac{1}{15}.$$

b) $p(A\cap B') = p(A) - p(A\cap B) = 0{,}55 - \frac{1}{15} = \frac{29}{60}$.

c) Como $p(A) = 0{,}55 \neq p(A|B) = 0{,}25$, los sucesos son dependientes.

OPCIÓN B

Problema 1.

a) $A - BC = \begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 4\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}2 & 2\\ 1 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & -3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 2\\ -1 & 4\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}4 & -8\\ 0 & 2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3 & 10\\ -1 & 2\end{pmatrix}$.

$(A-BC)^{-1} = \frac{1}{4}\begin{pmatrix}2 & -10\\ 1 & -3\end{pmatrix}$. $AX - BCX = (A-BC)X = 3C \rightarrow X = (A-BC)^{-1}\cdot 3C$ y

por tanto $X = \frac{3}{4}\begin{pmatrix}2 & -10\\ 1 & -3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & -3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-6 & 21\\ -3/2 & 6\end{pmatrix}$.

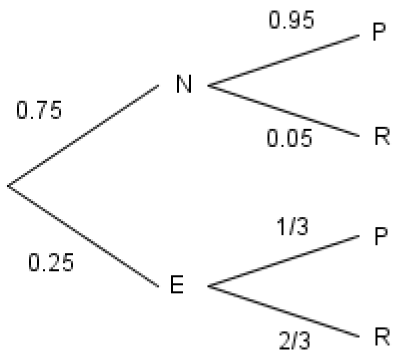
b) $A^t + B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \to (A^t + B)^{-1} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/2 & -1/6 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

Problema 2. a) $\lim_{x\to+5^-} f(x) = \lim_{x\to+5^+} f(x) = f(5) = 10$. La función continua en $[0,\infty)$.

b) $f'(x) = \begin{cases} -1{,}1 & 0 < x < 5 \\ \dfrac{-35}{(x+2)^2} & x > 5 \end{cases}$. Como $f'(x) < 0$ en su domino, por tanto $f(x)$ es siempre decreciente. Como siempre es decreciente y $f(5) = 10$, siempre será $f(x) < 10$ si $x > 5$.

c) $\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \dfrac{5x+45}{x+2} = 5$ y por tanto la máquina nunca revelará menos de 5 fotografías.

Problema 3. Sean los sucesos referentes a los vuelos: N={nacional}, E={extranjero}, R={retraso} y P={puntual}.



a) $p(R) = p(N \cap R) + p(E \cap R) = 0{,}75 \cdot 0{,}05 + 0{,}25 \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{29}{240}$.

b) $p(E|P) = \dfrac{p(E \cap P)}{p(P)} = \dfrac{1/6}{211/240} = \dfrac{40}{211}$.

c) $p(P \cup E) = 0{,}75 \cdot 0{,}95 + 0{,}25 = 0{,}9625$.