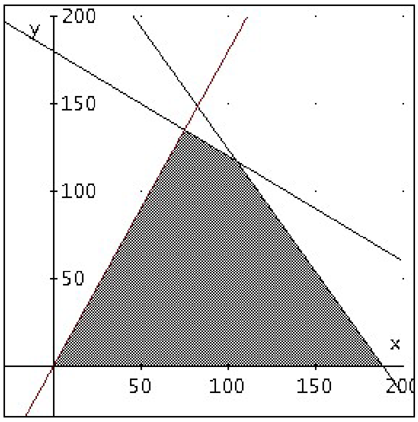
Bachillerato de Ciencias Humanas y Sociales	
Soluciones del ejercicio A	**Septiembre de 2006**

Problema 1. $AB + A = A(B+I) = 2B^t$. Por tanto, $A = 2B^t(B+I)^{-1}$.

$B = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ $B + I = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ y $(B+I)^{-1} = \frac{1}{12}\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

En consecuencia: $A = 2\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}\frac{1}{12}\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \frac{1}{6}\begin{pmatrix} 8 & -4 \\ 2 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{4}{3} & \frac{-2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{4}{3} \end{pmatrix}$.

Problema 2. Las restricciones son $\begin{cases} 0{,}7x + 0{,}5y \le 132 \\ 0{,}3x + 0{,}5y \le 90 \\ y \le 1{,}8x \\ x \ge 0 \; y \ge 0 \end{cases}$ y determinan la región factible:



Los puntos posibles son *A(0,0)*, *B(75,135), C(105,117), D(188.5,0).*
Sustituyendo en la función objetivo *f(x,y)=12x+16y* se obtiene: *f(0,0)=0 f(75,135)=3060, f(105,117)=3132 y f(188.5,0)=2262.* Luego debe producir, aproximadamente, 105 litros de A y 117 litros de B obteniendo unos ingresos de 3132 €.

Problema 3. a) $f_-(-1) = f_+(-1)$ y por tanto $-3 + a = a + 2$ y $a = 5/2$.

b) $\lim_{x\to -1^-} f(x) = -3$, $\lim_{x\to -1^+} f(x) = 2$ y hay una discontinuidad de salto finito $x = 5$.

$\lim_{x\to 1^-} f(x) = 2$, $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 4{,}5$ y hay una discontinuidad de salto finito $x = 2{,}5$. En $x = 3$ la función no existe y hay una discontinuidad de salto infinito.

c) $\int_{-2}^{2}(x^3-2)dx = \left.\frac{x^4}{4}-2x\right|_{-2}^{2} = 4-4-(4+4) = -8$.

Problema 4. Como $p(M \cap R) = 0{,}10$, $p(M) = 0{,}35$ y $p(M' \cap R') = 0{,}55$

a) $p(M \cup R)' = p(M' \cap R') = 0{,}55$, $p(M \cup R) = 1 - 0{,}55 = 0{,}45$. Por tanto:

$0{,}45 = 0{,}35 + p(R) - 0{,}10$ y $p(R) = 0{,}20$.

b) $p(R \cap M') = p(R) - p(M) = 0{,}20 - 0{,}10 = 0{,}10$.

c) $p(M/R) = \frac{p(M \cap R)}{p(R)} = \frac{0{,}10}{0{,}20} = 0{,}50$.

Bachillerato de Ciencias Humanas y Sociales	
Soluciones del ejercicio B	**Septiembre de 2006**

Problema 1. El sistema: $\begin{cases} x+y+z=65 \\ \frac{1}{2}x+\frac{4}{5}y+\frac{2}{3}z=42 \\ \frac{3}{4}x+y+\frac{2}{3}z=52 \end{cases}$ se resuelve por el método de Gauss:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 65 \\ 15 & 24 & 20 & 1260 \\ 9 & 12 & 8 & 624 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 65 \\ 0 & 9 & 5 & 285 \\ 0 & 3 & -1 & 39 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 65 \\ 0 & -1 & 3 & 39 \\ 0 & 5 & 9 & 285 \end{pmatrix} \to \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 65 \\ 0 & -1 & 3 & 39 \\ 0 & 0 & 24 & 480 \end{pmatrix}$$

y por tanto $z=21$, $y=20$, $x=24$.

Problema 2. a) La función tiene dominio $\Re$.

b) La única asíntota es el eje horizontal: $\lim_{x\to\infty}\frac{2x}{x^2+1}=0$.

c) Si $y'=\frac{-2x^2+2}{(x^2+1)^2}=0$, se obtienen los valores $x=\pm 1$.

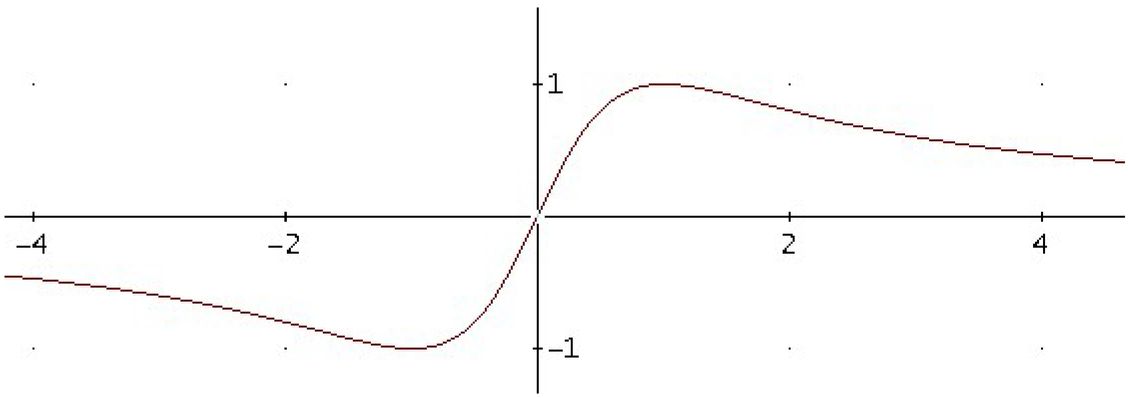
En el intervalo $(-\infty,-1)$ $y'<0$ y la función es decreciente.

En el intervalo $(-1,1)$ $y'>0$ y la función es creciente.

En el intervalo $(1,\infty)$ $y'<0$ y la función es decreciente.

d) En punto $(-1,-1)$ presenta un mínimo relativo y el punto $(1,1)$ presenta un máximo relativo.

e)



Problema 3. $C(t)' = -234 + 54t = 0$ y por tanto $t = \dfrac{13}{3} = 4,\widehat{3}$.

Se calculan los valores de la función en $C(0) = 2000$, $C(4,\widehat{3}) = 1493$ y $C(6) = 1568$.

El máximo se alcanza en $t = 0$ y el mínimo en $t = 4,\widehat{3}$.

Los valores máximo y mínimo en un intervalo cerrado están en los extremos del mismo o en los puntos del interior donde se anual la derivada.

Problema 4. Si llamamos $p(A) = x$ y $p(B) = y$, se tiene:

$p(A \cap B) = p(A)p(B) = xy = \dfrac{3}{25}$, por ser independientes.

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$ y por tanto $\dfrac{17}{25} = x + y - \dfrac{3}{25}$. Resolviendo el sistema $\begin{cases} xy = 3/25 \\ x + y = 20/25 \end{cases}$ se obtiene $\begin{cases} x = p(A) = 1/5 \\ x = p(A) = 3/5 \end{cases}$ e $\begin{cases} y = p(B) = 3/5 \\ y = p(B) = 1/5 \end{cases}$.